AST[illegible]

N A C H R

[illegible]

H. C.

P. A. Hansen,
Direct[illegible]

[illegible]

Beilage, 1 Portrait, [illegible]

[illegible]

ASTRONOMISCHE
NACHRICHTEN,

begründet

von

H. C. Schumacher,

fortgesetzt

von

P. A. Hansen,
Director der Sternwarte in Gotha.

A. C. Petersen,
interim. Director der Sternwarte in Altona.

Sechs und dreissigster Band.

Mit 1 Beilage, 1 Portrait, 6 Steindrucktafeln, einem Inhaltsverzeichniss und Register.

Altona 1853.

Gedruckt in der Buchdruckerei von *Hammerich & Lesser*.

Facsimile.

Harding ist, wie ich so eben aus Lauenburg erfahre, am 29t Sept 1765 gebohren und am 15ten October desselben Jahres, auf den Namen Carl, Ludewig, getauft. So steht es im Kirchenbuche verzeichnet. Er ist also 69 Jahr alt geworden, und war folglich 1808, als ich bei Ihnen in Göttingen war, nur 43 Jahr alt, obgleich wir ihm mehr Jahre zutrauten.

Ich habe Sie vergebens mein theuerster Freund, in dieser Zeit erwartet, obgleich das Wetter sehr schön war. Ich hoffe nicht daß die Cholera Sie abgehalten hat, wahrscheinlich haben Sie andere Verhinderungen gehabt. Seit den 14 Tagen ist hier, wie ich von dem Physikus weiß, kein Opfer mehr davon, und selbst als sie hier war, mußte man ihre Gegenwart aus derselben Lectüre ersehen. Niemand bekümmert sich darum, und nichts verräth ihr Dasein.

Mit herzlichen Grüßen

Ihr H C Schumacher

Altona 1834. Octob. 27.

Eine Stunde nachdem ich die Circulare nach Hamburg gesandt hatte erhielt ich von Dr. Busch die Nachricht von Bessels Tode, die mich nach den Hoffnungen der letzten Zeit fast gelähmt hat. Er war nach Ihnen mein ältester und engster Freund. Lassen Sie mich jetzt in Ihrer Liebe und Freundschaft, mein theuerster Freund, für die Zeit die wir noch zusammen leben, Ersatz für den grossen Verlust finden.

Ihr ewig dankbarer

Altona 1846 März 20. H C Schumacher.

I n h a l t.

Nr. 859.

Nr. 860. 861.

Nr. 862.

Nr. 863.

Nr. 864.

Beil. zu Nr. 864.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 841.

Ueber die Parallaxe des *Argelander*'schen Sterns (Nr. 1830 Groombridge).

Die Bestimmung der Parallaxe des unter Nr. 1830 in *Groombridge*'s Catalogue of Circumpolarstars vorkommenden Sterns im grossen Bären hat das zwiefache Interesse, dass sie denjenigen Stern betrifft, welcher unseren heutigen Kenntnissen gemäss unter allen die stärkste eigene Bewegung zeigt, und dass bereits mehrere Versuche zur Ermittelung der Entfernung desselben gemacht sind, welche jedoch noch zu keinem befriedigendem Resultate geführt haben. Als *Argelander* im Jahre 1842 seine Entdeckung der Bewegung dieses Sterns bekannt gemacht und daran die Vermuthung einer merklichen Parallaxe desselben geknüpft hatte, liess *Bessel* noch in demselben Jahre durch *Schlüter* eine Beobachtungsreihe am Königsberger Heliometer in Beziehung darauf beginnen; allein Letzterer erkrankte und starb, bevor dieselbe die genügende Vollständigkeit erlangte, und die Fortsetzung dieser Beobachtungen gehörte daher zu den Arbeiten, mit deren Ausführung *Bessel* mich beauftragte, wurde aber durch die Beobachtungen der Kometen und Planeten längere Zeit in den Hintergrund gedrängt. Durch die von *Faye* *) im Jahre 1846 aus seinen zu Paris angestellten Beobachtungen abgeleitete Parallaxe = 1"08 wurde die Aufmerksamkeit der Astronomen von Neuem auf diesen Stern gerichtet, um so mehr, da *Peters* **) wenig später aus seinen schon 1843 zu Pulkowa gemachten Messungen den Werth derselben = 0"226 erhielt, und meine Reduction der *Schlüter*'schen Beobachtungen die Parallaxe = 0"18 ergab. Obgleich die zwischen *Faye* und *W. Struve* über diesen Gegenstand in der Pariser Akademie geführten Discussionen ***) kein entscheidendes Resultat lieferten, so schien es doch damals wahrscheinlich, dass die von *Faye* gefundene Parallaxe zu gross sei, zugleich aber sehr wünschenswerth, die in dieser Frage noch vorhandenen Zweifel durch neue Beobachtungen zu beseitigen. Es ist mir nicht bekannt, dass *Faye* seit jener Zeit wieder etwas über diesen Gegenstand veröffentlicht habe; dagegen hat *Otto Struve* †) zu Pulkowa im Jahre 1848 und 1849 Beobachtungen gemacht und aus ihnen gefolgert, dass die fragliche Parallaxe kleiner als 0"1 sei, ein Resultat, welches nicht nur mit der *Faye*schen Zahl, sondern auch mit der aus *Schlüter*'s Beobachtungen gefolgerten Parallaxe im Widerspruche steht. Ich werde weiter unten ausführlicher auf die Arbeit von *O. Struve* zurückkommen und prüfen, ob seine Untersuchungen geeignet sind, als ein e n t s c h e i d e n d e r Beitrag zur Kenntniss dieser Parallaxe angesehen zu werden. Die Ungewissheit über die Entfernung des *Argelander*'schen Sterns kann demnach durch die bisher darüber bekannt gewordenen Forschungen nicht als erledigt angesehen werden, und es dürfte daher die von mir in den Jahren 1848—1851 am Heliometer ausgeführte Beobachtungsreihe und deren hier vorgelegte Berechnung unter solchen Umständen nicht als überflüssig erscheinen.

Bevor ich zu meinen neueren Untersuchungen in Betreff dieses Gegenstandes übergehe, sei es mir gestattet, noch einige Bemerkungen über die frühere darauf bezügliche Arbeit zu machen, da der in Nr. 610 der Astron. Nachr. enthaltene Auszug meiner Dissertation „De parallaxi Stellae *Argelandriae*" einer ausführlicheren Kritik von den Herren *W. Struve* und *Faye* unterworfen ist. Obgleich, wie ich auch in jener Dissertation angedeutet habe, die von mir aus *Schlüter*'s Beobachtungen abgeleitete Parallaxe nur d a n n als eine Widerlegung der von *Faye* gefundenen angesehen werden kann, wenn die Annahme, dass die gewählten Vergleichsterne k e i n e Parallaxe besitzen, richtig ist, so ist doch von beiden genannten Astronomen dieser Punkt mit Stillschweigen übergangen, und dadurch die Richtigkeit dieser Hypothese gleichsam als eine conditio sine qua non vorausgesetzt. *Struve* hielt sogar die von mir vorgenommene gesonderte Berechnung eines jeden der beiden Vergleichsterne nicht nur für nachtheilig in Beziehung auf die D a r s t e l l u n g der Sicherheit des gefundenen Resultates, wegen der dadurch aufgedeckten Fehler der beobachteten Distanzen, sondern überhaupt für überflüssig, und es hätte seiner Meinung nach genügt, wenn ich, gestützt auf das Princip „dass die Differenz zweier nahezu gleicher Grössen, welche sich unter gleichartigen Umständen befinden, sich stets viel genauer messen lässt als die Grössen selbst", nur die

*) Compt. rendus. Vol. 23. pag. 440 und 1074.

**) Mém. de l'Acad. de St. Petersburg. VI. Sér. Tom V. Livr. 1.

***) Compt. rendus. Vol. 25 p. 136; Vol. 26 pag. 64.

†) Mém. de l'Acad. de St. Petersburg. VI. Série. Tom V

Differenz der beobachteten Entfernungen zur Bestimmung der Parallaxe angewandt, auf die Entfernungen selbst aber weiter keine Rücksicht genommen hätte. Die grössere Genauigkeit des Unterschiedes derselben ist aber in dem vorliegenden Falle weniger eine Folge des angeführten Princips, sondern rührt daher, dass bei dem Königsberger Heliometer, wie sich auch schon durch ältere Beobachtungen nachweisen lässt, bei grösseren Entfernungen unvermeidliche Fehler auftreten, die bei kleineren Distanzen entweder nicht vorhanden oder so klein sind, dass sie sich in den zufälligen Beobachtungsfehlern verlieren. Die Beobachtungen sind nämlich, wie ich unten noch ausführlicher zeigen werde, so angeordnet, dass eigentlich nicht beide Entfernungen, sondern nur die eine derselben und ihre Differenz als direct durch die Heliometerschraube gemessen anzusehen sind. Die Messung der Differenz der Entfernungen ist dabei zugleich völlig unabhängig von der Messung der letztern, und die Ableitung des Resultates der Differenzmessungen durchaus nicht an die Kenntniss der Abstände der Vergleichsterne selbst geknüpft. Demnach können auch die von *Faye* erhobenen Zweifel, welche sich an die scheinbar periodischen Fehler der Entfernungen und an die Frage knüpfen, ob die Annahme, dass diese Fehler für beide Distanzen ganz gleich sind, gestattet sei, nichts gegen die Sicherheit des aus den beobachteten Entfernungsunterschieden gezogenen Resultates beweisen, da dasselbe mit den Fehlern der beobachteten Entfernungen und deren Eigenthümlichkeiten eben so wenig im Zusammenhange steht, als die Messung des Entfernungsunterschiedes selbst. Allein aus der Differenz der Entfernungen lässt sich überhaupt nichts anderes ableiten, als der Ueberschuss der Parallaxe des *Argelander*'schen Sterns über das arithmetische Mittel der Parallaxen der beiden Vergleichsterne. Die Frage, ob letztere wirklich den Beobachtungen zufolge als einander gleich und demnach wahrscheinlich als verschwindend klein anzusehen sind, kann nur entschieden werden, wenn man ausser der Differenz der Entfernungen auch noch die Summe derselben in die Untersuchung zieht, oder beide Sterne einzeln für sich allein behandelt, und eine Reduction der Beobachtungen, welche, wie *Struve* andeutet, nur die Differenz berücksichtigt, könnte wohl nicht als eine erschöpfende angesehen werden. Man ist in der That durch nichts berechtigt anzunehmen, dass die Differenz zwischen den Parallaxen der Vergleichsterne als völlig unmerklich für die Beobachtungen anzusehen sei; ohne die grossen Vortheile, welche die geradlinigt gegenüberstehende Lage der Vergleichsterne in Beziehung auf die Parallaxe des Hauptsterns darbot, zu verkennen, hielt ich es daher dennoch für nöthig, jeden der Vergleichsterne für sich zu behandeln. Hätten beide Sterne, wie es bei 61 Cygni der Fall war, nahezu gleiche Werthe für die Parallaxe geliefert, so wäre dadurch die Wahrscheinlichkeit sowohl für die nahe Richtigkeit des gefundenen Resultates, als für die Unmerklichkeit der Parallaxe der Vergleichsterne nicht unbeträchtlich erhöht worden. Die statt dessen bei der Reduction der *Schlüter*'schen Beobachtungen hervortretende Verschiedenheit für beide Sterne schien mir jedoch, besonders wegen des Umstandes, dass die Abweichungen bei beiden Entfernungen einen gleichen Gang zeigten, zu unsicher, um Folgerungen daran zu knüpfen und es blieb daher nichts weiter übrig, als nur das Resultat der Differenzen der Entfernungen aufzusuchen, also die Parallaxe des Hauptsterns, ohne Rücksicht auf die Parallaxe der Vergleichsterne zu bestimmen. Die Sicherheit dieses relativen Resultates wäre übrigens wahrscheinlich weniger bezweifelt und in keinem ungünstigen Lichte dargestellt befunden sein, wenn ich die directe Beobachtung der Differenz der Entfernungen und ihre Unabhängigkeit von der Messung der Entfernungen durch detaillirte Angabe der Beobachtungsmethode hervorgehoben hätte.

Das Einzige, wodurch, meiner Meinung nach, die Sicherheit des aus *Schlüter's* Beobachtungen gezogenen Resultates geschmälert werden konnte, lag darin, dass die Beobachtungsreihe keine volle Periode der Parallaxe umfasste und in Beziehung auf die Extreme ihrer Wirkung ungünstig vertheilt war. Da mir die Mittel zu Gebote standen, diesem Mangel durch Anstellung neuer Beobachtungen abzuhelfen, und da solche zugleich nothwendig waren, um die bei den früheren Messungen in den Entfernungen augenfällig hervorgetretenen periodischen Aenderungen in helleres Licht zu setzen, so glaubte ich die vorhin gemachten Bemerkungen so lange unterdrücken zu müssen, bis ich zugleich einen auf neuere Beobachtungen gegründeten Beitrag zur Kenntniss der Parallaxe liefern konnte. Nachdem die von mir 1848 und 1850 begonnenen Beobachtungsreihen unvollständig geblieben waren, habe ich im Jahre 1851 endlich eine Reihe erhalten, welche vollständig genug schien, um eine neue Untersuchung darauf zu gründen. Ausser den beiden von *Schlüter* angewandten Vergleichsternen habe ich auch noch den von *Faye* und später auch von *O. Struve* benutzten Stern mit hinzugezogen, um prüfen zu können, ob dieser etwa ein abweichendes Resultat liefern würde. Die vorliegende Arbeit enthält nun ausser der Discussion meiner eigenen Messungen auch noch eine neue Bearbeitung der *Schlüter*'schen Beobachtungen, um alle Heliometerbeobachtungen unter einem gemeinschaftlichen Gesichtspunkte in ein Resultat zusammen zu fassen. Ich habe mich bemüht, durch eine vollständig erschöpfende Behandlung derselben dasjenige daraus abzuleiten, was ohne irgend welche willkürlich hinzugezogene Hypothese daraus folgt, und gesucht durch Zergliederung der Beobachtungen die Harmonie derselben und die daran haftenden Eigenthümlichkeiten so

darzulegen, dass der Leser dadurch eine bessere Einsicht in die Zuverlässigkeit des Resultates erlangt, als es durch die blosse Angabe von wahrscheinlichen Fehlern geschehen kann, die häufig nicht einmal eine genäherte Kenntniss der noch übrig bleibenden Unsicherheit der Resultate geben.

§ 1.

Obgleich bei den Heliometerbeobachtungen nur die relative Bewegung des *Argelander*'schen Sterns, den ich durch *A* bezeichnen werde, gegen die Vergleichsterne, welche durch *a a' a"* bezeichnet werden sollen, in Betracht kommt, so schien es mir doch von Interesse, die absolute Bewegung desselben aus den neueren Beobachtungen abzuleiten, theils um zu prüfen, ob dieselbe nicht vielleicht schon eine Veränderlichkeit andeuten würde, theils um die eigene Bewegung der Vergleichsterne zu ermitteln. Ich habe deshalb aus den neueren Meridianbeobachtungen der verschiedenen Sternwarten, was ich finden konnte, zusammengestellt und daraus die eigne Bewegung von *A* abgeleitet. Diese Beobachtungen, ohne Berücksichtigung der eigenen Bewegung auf den Anfang des Beobachtungsjahres reducirt, geben folgende

Mittlere Oerter von *A* für Januar 0. des Beobachtungsjahres.

Ort.	Zeit.	Rectasc.	Beobb.
Edinburgh	1843,34	175°58' 40"01	4
Greenwich	43,32	58 39,90	5
Königsberg	43,30	58 39,82	28
Hamburg	44,32	59 32,26	8
Oxford	44,27	59 32,00	3
Königsberg	45,32	176 0 24,61	6
Oxford	46,37	1 17,20	2
Greenwich	47,31	2 9,26	8
———	49,34	3 54,08	4
Königsberg	51,28	176 5 38,42	9

Ort.	Zeit.	Decl.	Beobb.
Pulkowa	1842,00	38°51' 8"69	48
Edinburgh	43,25	50 41,56	3
Greenwich	43,31	50 41,22	5
Königsberg	43,30	50 41,28	28
Oxford	43,23	50 41,70	2
Hamburg	44,32	50 15,49	8
Königsberg	45,32	49 49,76	6
Oxford	45,28	49 49,98	2
Greenwich	47,32	48 58,35	11
———	49,33	48 6,86	4
Königsberg	51,28	38 47 15,74	8

Die Königsberger, von *Busch* in den Jahren 1843 und 1845 und von mir 1851 am *Reichenbach*'schen Meridiankreise angestellten Beobachtungen habe ich aus den noch ungedruckten Tagebüchern der Sternwarte ausgezogen und reducirt, wobei die Oerter der Fundamentalsterne und Reductionselemente aus dem Berliner Jahrbuche entlehnt sind; mit denselben Elementen habe ich auch die von *Rümker* gegebenen scheinbaren Oerter (Mittlere Oerter von 12000 Fixsternen p. 108) in mittlere verwandelt. Bei den Beobachtungen der englischen Sternwarten habe ich die in den Beobachtungs-Journalen selbst gegebenen mittleren Oerter beibehalten, weil durch Anwendung dieser die Verschiedenheit zwischen den Reductionselementen des Berliner Jahrbuches und des Naut. Alman. fast ganz unschädlich gemacht wird. Diesen auf Jan. 1 reducirten Beobachtungen ist nur noch die kleine Reduction auf Januar 0 hinzugefügt, und an die Greenwicher Rectascensionen von 1843 und 1847 sind noch die Correctionen von resp. +1"06 und +0"75 angebracht, welche *Airy* in der Einleitung zum Twelve-Year-Catalogue abgeleitet hat. Das Resultat der Beobachtungen zu Pulkowa ist aus der Abhandlung von *Peters* (Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes pag. 136) entlehnt, die übrigen aus den Beobachtungen der Sternwarten Greenwich, Edinburg und Radcliffe-Observatory.

Bei der Berechnung der eigenen Bewegung aus den angegebenen Zahlen habe ich einer jeden einzelnen Meridianbeobachtung gleiches Gewicht beigelegt, und demgemäss die bei Anwendung der Methode des kl. Quadr. aus den Bedingungsgleichungen hervorgehenden Produkte vor ihrer Vereinigung zu Normalgleichungen mit der zugehörigen Anzahl der Beobachtungen multiplicirt; auf diese Weise ergab sich:

Mittl. Ort von *A* für 1840,00	175°56' 0"84	+38°51' 58"00
Jährliche eigene Bewegung	+5"178	−5"737

Diese allein aus den neueren Beobachtungen abgeleitete Bewegung besitzt vermuthlich eine beträchtliche Sicherheit und stimmt so nahe mit der von *Argelander* aus den älteren Beobachtungen berechneten (+5"167 in AR. und −5"699 in Decl.) überein, dass in der That nicht die geringste Andeutung einer schon jetzt merklichen Aenderung derselben vorhanden ist. Ich habe auch noch versucht, die eigene Bewegung in Rectascension durch Vergleichung mit dem 3 Minuten früher culminirenden Fundamentalsterne β Leonis zu bestimmen, indem ich aus den Beobachtungs-Journalen die Tage, an welchen beide Sterne beobachtet sind, auszog und die daraus folgende Differenz ihrer scheinbaren Rectascensionen mit Hülfe der Tabul. Regiom. auf das mittlere Aequinoctium von 1840,0 reducirte. Mit Anwendung der eigenen Bewegung von *A* in AR. = +5"167 erhielt ich:

Differenz der mittleren Rectascensionen 𝒜—βLeonis für 1840,0

1843,32	6 Beobh.	Greenw. u. Edinb.	42′37″32
43,30	22 „	Königsberg	36,81
44,27	2 „	Oxford	37,59
45,33	4 „	Königsberg	34,32
47,31	5 „	Greenwich	36,75
49,34	3 „	Greenwich	37,95
51,28	6 „	Königsberg	36,90

Die Königsberger Beobachtungen von 1845 zeigen hier eine beträchtlichere Abweichung, deren Ursache ich vergeblich gesucht habe; mit Ausschluss derselben ergiebt sich aus den übrigen, wenn sie nach der Methode der kl. Quadrate mit Rücksicht auf die Gewichte wie oben behandelt werden:

Mittl. AR. pro 1840,0 = 175°56′0″41
Jährliche Bewegung = +5″189

Zahlen, welche mit den vorhin gefundenen nahe genug übereinstimmen. Der mittlere Ort von βLeonis und dessen eigene Bewegung, welche diesem Resultate zum Grunde liegen, sind den Tab. Reg. gemäss:

Mittlere AR. von βLeonis 1840,0 = 175°13′23″53
Jährliche Bewegung .... —0″543.

Aus dem Vorhergehenden geht also zur Genüge hervor, dass die Bewegung von 𝒜 für die hier in Betracht kommende Zeit von 1842 bis 1852 jedenfalls als ganz gleichförmig angesehen werden darf; ich werde die von mir gefundenen Zahlen

Jährliche Bewegung in AR. = +5″178
in Decl. = —5,737

in der weiteren Untersuchung vorläufig beibehalten.

§ 2.

Die Beobachtungen am Heliometer, durch welche die relative Bewegung von 𝒜 gegen die Vergleichsterne bestimmt werden kann, erstreckt sich für die beiden *Schlüter*schen Sterne *a* und *a′* über einen Zeitraum von neun Jahren, für den *Faye*'schen Stern *a″* über vier Jahre; sie kann daher aus dem vorhandenen Material so sicher abgeleitet werden, dass der Einfluss der Eigenbewegung von 𝒜 und der Vergleichsterne, wenn dieselben etwa beweglich sind, aus den Beobachtungen zur Bestimmung der Parallaxe vollständig eliminirt werden kann. Zunächst führe ich hier nun diejenigen Heliometerbeobachtungen auf, bei denen sowohl die Entfernungen als auch die Positionswinkel gemessen sind; die angegebenen Zahlen beziehen sich auf das jedesmalige scheinbare Aequinoctium und sind nur von dem Einflusse der Refraction und den Correctionen des Instruments befreit; die Positionswinkel bezeichnen die halbe Summe der Positionswinkel an 𝒜 und dem Vergleichsterne in der Richtung von 𝒜 aus.

		A a	Pos.-Wink.	A a′	Pos.-Wink.	A a″	Pos.-Wink.
1843	Janr. 2	1587″3	261°34′4	1659″1	81°35′9	——	——
	April 28	1588,3	42,8	1658,6	36,3	——	——
1847	Juli 14	1602,7	262 36,9	1646,1	80 37,8	——	——
	—— 17	1602,3	37,5	1645,8	38,4	——	——
1848	—— 24	1606,6	52,4	1643,6	26,4	1400,4	91°13′3
	Aug. 3	1606,6	50,6	1643,1	24,3	1400,2	12,9
1850	Febr. 14	1611,5	263 15,4	1637,9	10,2	1393,0	90 54,4
	Dec. 20	1614,7	22,8	1636,0	79 54,1	1389,9	39,9
1851	Janr. 15	1613,7	23,6	1634,8	52,4	1388,8	39,5
	März 11	1615,4	26,4	1635,8	53,5	1389,4	39,7
	Juni 22	1615,8	30,6	1634,4	47,9	1388,1	34,6
	Octb. 16	1617,0	263 37,8	1633,3	79 46,7	1386,6	90 33,0

Reducirt man diese Beobachtungen auf das mittlere Aequinoctium von 1850,0, indem man den obigen Untersuchungen gemäss für diese Epoche den mittleren Ort für 𝒜 = 176°4′44″44 +38°47′40″56 und die eigene Bewegung dieses Sterns in AR. = +5″178, in Decl. = —5,737 setzt, so ergeben sich folgende mittlere Oerter der Vergleichsterne, für 1850,0:

		a		a′		a″	
1843	Janr. 2	175°30′34″1	+38°44′28″1	176°39′15″6	+38°52′23″1	——	——
	April 28	34,1	29,9	16,3	21,3	——	——
1847	Juli 14	33,2	28,9	16,6	22,5	——	——
	—— 17	33,7	29,2	16,3	22,1	——	——
1848	—— 24	32,3	29,6	17,7	21,6	176°34′33″1	+38°47′18″8
	Aug. 3	32,5	28,7	17,1	22,3	33,1	18,8
1850	Febr. 14	32,6	31,2	17,0	20,0	32,1	18,4
	Dec. 20	175 30 32,1	+38 44 28,9	176 39 17,3	+38 52 21,8	176 34 32,7	+38 47 18,8

		a		a'		a"	
1851	Janr. 15	175°30′33″7	+38°44′28″9	176°39′15″9	+38°52′22″0	176°34′31″6	+38°47′18″6
	März 11	32,4	29,1	17,8	20,9	33,0	17,8
	Juni 22	33,1	29,5	16,8	21,5	32,8	18,1
	Oct. 16	175 30 32,5	+38 44 30,9	176 39 17,2	+38 52 20,0	176 34 32,7	+38 47 16,8

Die in diesen Zahlen noch vorhandenen kleinen Abweichungen verschwinden fast vollständig, wenn man statt der Oerter der Vergleichsterne selbst, die halben Summen, sowohl der Rectascensionen als der Declinationen der auf entgegengesetzten Seiten von A liegenden Vergleichsterne zusammenstellt. Man erhält nämlich aus den eben angeführten Zahlen

	½ (a + a′)		½ (a + a″)	
1843,00	176°4′54″8	+38°48′25″6	——	——
43,33	55,2	25,6	——	——
47,54	54,9	25,7	——	——
47,55	55,0	25,6	——	——
48,56	55,0	25,6	176°2′32″7	+38°45′54″2
48,59	54,8	25,5	32,8	53,7
50,12	54,8	25,6	32,3	54,8
50,97	54,7	25,4	32,4	53,9
51,04	54,8	25,5	32,7	53,8
51,19	55,1	25,0	32,7	53,4
51,48	54,9	25,5	33,0	53,9
51,79	176 4 54,9	+38 48 25,5	176 2 32,6	+38 45 53,9

Die Uebereinstimmung dieser Zahlen, welche in der That nichts zu wünschen übrig lässt, beweist zunächst, dass die Heliometermessungen durch die oben aus den Meridianbeobachtungen abgeleitete Bewegung von A vollständig dargestellt werden, also die Richtigkeit derselben bestätigen; zweitens, dass die in den vorhin angegebenen Oertern von a, a', a'', noch vorkommenden Unterschiede hauptsächlich von Beobachtungsfehlern herrühren, welche so beschaffen sind, dass sie an jedem Beobachtungsabende die Entfernungen der drei Vergleichsterne, so wie auch die Positionswinkel in gleichem Sinne afficirten, und daher aus den zuletzt gegebenen Zahlen, welche eigentlich das Resultat der Differenzen, sowohl der Entfernungen wie der Positionswinkel darstellen, verschwinden mussten; endlich folgt noch, dass, wenn a a' a'' selbst beweglich sind, die Bewegungen derselben, welche jedenfalls nur gering sein können, so beschaffen sein müssen, dass die von a den Bewegungen von a' und a'' gleich, aber entgegengesetzt ist. Die Unwahrscheinlichkeit dieses letzten Umstandes macht es daher so gut wie gewiss, dass a, a', a'', wenigstens für den hier in Betracht kommenden Zeitraum von neun Jahren, als völlig unbeweglich anzusehen sind.

Aus den vorhin angegebenen Vergleichungen der Sterne a' und a'' mit A folgt für 1850,0 der Unterschied der mittleren Oerter $a'-a''$ in Rectascension = 4′44″45, in Declination = 5′3″00; ich habe die gegenseitige Lage dieser Sterne auch noch direct am Heliometer gemessen, und diese Beobachtungen, auf das mittl. Aequin. von 1850,0 reducirt, ergeben folgende Entfernungen und Positionswinkel, (halbe Summe der Winkel an beiden Sternen in der Richtung von a'' nach a'), nebst den daraus folgenden Unterschieden in AR. und Decl.:

		a″ a′	Pos.-W.	AR. (a′−a″)	Decl. (a′−a″)
1848	Juli 23	375″86	36° 7′7	+4′44″5	+5′3″6
1851	Janr. 15	375,84	3,9	44,0	3,8
51	—— 16	375,78	8,2	44,5	3,5
51	März 12	375,93	7,2	44,4	3,7
51	Juni 28	375,82	36 11,1	+4 44,8	+5 3,3

Von den hieraus im Mittel sich ergebenden Unterschieden in AR. = 4′44″44 und 5′3″57 in Declination verdient letzterer unbedenklich den Vorzug vor dem vorhin aus der Vergleichung beider Sterne mit A gefolgerten Werthe 5′3″00, da er von den unvermeidlichen Unsicherheiten der Positionswinkel weniger Einfluss erleidet. Berücksichtigt man dies, so ergeben sich endlich aus sämmtlichen vorhergehenden Untersuchungen folgende mittlere Oerter der Sterne für 1850,00

a =	175°30′33″01	+38°44′29″41
a' =	176 39 16,80	38 52 21,59
a'' =	176 34 32,35	+38 47 18,02
A =	176°4′44″44	+38°47′40″56
Jährl. eig. Beweg.	+5,178	—5,737

§ 3.

Bezeichnet man den Positionswinkel der Richtung, in welcher A sich bewegt, durch P, die jährliche Bewegung des Sterns im grössten Kreise durch μ, so ergeben sich aus den vorhergehenden Zahlen die Werthe μ = 7″014, P = 144°52′5.

Bezeichnet ferner s die Entfernung eines Vergleichsterns zur Zeit $1850+t$, p den zugehörigen Positionswinkel an A, und sind s_0 und p_0 die entsprechenden Werthe zur Zeit 1850,0, so ist, wenn A sich gleichförmig in der durch P bedingten Richtung im grössten Kreise fortbewegt, und die Positionswinkel stets auf das mittlere Aequinoctium von 1850,0 bezogen werden,

$$\sin s \sin p = \sin s_0 \sin(P-p_0)$$
$$\sin s \cos p = \cos s_0 \sin \mu t - \sin s_0 \cos \mu t \cos(P-p_0)$$

Aus den vorhin angeführten mittleren Oertern der Sterne folgt:

für a	$s_0 = 1610''86$	$p_0 = 263°21'8$
„ a'	1638,59	79 56,6
„ a''	1393,73	90 46,3

und wenn man $P = 144°52'5$, $\mu = 7''014$ setzt, ergiebt sich:

	A a	A a'	A a''
für 1830	1548''87	1702''77	1480''34
1840	1578,60	1669,51	1435,98
1850	1610,86	1638,59	1393,73
1860	1645,47	1610,12	1353,80
1870	1682,29	1584,25	1316,39

woraus folgende Interpolationsformeln hervorgehen, wenn die Einheit von $\tau = 10$ Jahre gesetzt wird, und für 1850 $\tau = 0$ ist:

$$\left.\begin{aligned} Aa &= 1610''86 + 33''456\tau + 1''180\tau^2 - 0''025\tau^3 \\ Aa' &= 1638,59 - 29,718\tau + 1,232\tau^2 + 0,022\tau^3 \\ Aa'' &= 1393,73 - 41,124\tau + 1,159\tau^2 + 0,034\tau^3 \end{aligned}\right\} \ldots (1)$$

Will man die Glieder, welche τ^3 enthalten nicht berücksichtigen, so erhält man diese Formeln direct auf folgendem etwas kürzeren Wege. Aus der Gleichung:

$$\cos s = \cos s_0 \cos \mu t + \sin s_0 \sin \mu t \cos(P-p_0) \text{ folgt}$$

$$\sin \tfrac{1}{2}(s-s_0) = \left(\frac{\sin \frac{1}{2}\mu t \cos s_0 - \cos \frac{1}{2}\mu t \sin s_0 \cos(P-p_0)}{\sin \frac{1}{2}(s+s_0)}\right) \sin \tfrac{1}{2}\mu t$$

Entwickelt man diesen streng richtigen Ausdruck nach Potenzen von $\frac{\mu t}{s_0}$, so ergiebt sich bei Vernachlässigung der Glieder dritter Ordnung:

$$s = s_0 - \cos(P-p_0)\mu t + \frac{\sin(P-p_0)^2}{2 s_0}\mu^2 t^2$$

eine Formel, welche für die hier vorliegenden Heliometerbeobachtungen schon vollkommen ausreicht, und in Zahlen ausgedrückt, die ersten Glieder der vorhergehenden Interpolationsformeln ebenso wiedergiebt.

Verwandelt man die in Sekunden gegebenen Formeln (1) in Revolutionen der Heliometerschraube, so erhält man bei Vernachlässigung von τ^3 folgende für die Temperatur von 50° Fahr. geltende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} Aa &= 30^R{,}4508 + 0^R{,}6324\tau + 0^R{,}0223\tau^2 \\ Aa' &= 30{,}9748 - 0{,}5618\tau + 0{,}0233\tau^2 \\ Aa'' &= 26{,}3468 - 0{,}7774\tau + 0{,}0219\tau^2 \end{aligned}\right\} \ldots (2)$$

Diese Gleichungen enthalten das gemeinschaftliche Resultat der Meridianbeobachtungen und derjenigen Heliometerbeobachtungen, bei welchen auch die Positionswinkel mit gemessen wurden, und besitzen wegen des beträchtlichen Zeitraums, worauf sie gegründet sind, bereits eine hinlängliche Sicherheit. Es schien mir indessen nicht ganz überflüssig, die Aenderungen der Entfernungen durch Vergleichung dieser letzten Ausdrücke mit allen Heliometermessungen wo möglich noch genauer zu bestimmen. Zu diesem Zwecke habe ich, nachdem die ganze Masse der Beobachtungen durch Vereinigung nahe zusammenliegender in Gruppen zusammengezogen war, zunächst aus den sicheren Messungen der Unterschiede der Entfernungen, die Aenderung dieser Unterschiede abgeleitet; alsdann mit Hülfe dieser berechneten Aenderungen der Differenzen aus sämmtlichen Messungen aller drei Entfernungen die Aenderung von Aa bestimmt, wodurch denn auch zugleich die Aenderungen von Aa' und Aa'' bekannt waren: die von τ^2 abhängigen Glieder der Formeln (2) wurden dabei als hinlänglich sicher bestimmt vorausgesetzt. Um nicht zu weitläufig zu sein, führe ich hier nur die Resultate dieser vorläufigen Rechnung an, bei welcher schon auf den Einfluss der Temperatur und der Parallaxe soweit Rücksicht genommen wurde, dass durch die spätere definitive Bestimmung derselben die gefundenen Zahlenwerthe keine erhebliche Abänderung erleiden konnten. Ich erhielt auf diese Weise:

$$\left.\begin{aligned} Aa &= 30^R{,}4513 + 0^R{,}6424\tau + 0^R{,}0223\tau^2 \\ Aa' &= 30{,}9765 - 0{,}5579\tau + 0{,}0233\tau^2 \\ Aa'' &= 26{,}3486 - 0{,}7641\tau + 0{,}0219\tau^2 \end{aligned}\right\} \ldots (3)$$

Diese Ausdrücke beziehen sich auf die Temperatur von 40° Fahr. Die aus den Formeln (2) sich ergebenden zehnjährigen Aenderungen der Entfernungen Aa, Aa', Aa'' haben also durch Benutzung aller Heliometerbeobachtungen resp. die Correctionen $+0''53$, $+0''20$, $+0''70$ erhalten. Da alle drei gleiches Zeichen haben, so können sie nicht durch die Unrichtigkeit der oben angenommenen Bewegung von A veranlasst sein, sondern deuten vielmehr auf eine kleine constante Verschiedenheit zwischen den älteren Messungen von *Schlüter* und den neueren von mir gemachten hin, welche etwa $0''4$ d. h. $\frac{1}{4000}$ der zu messenden Entfernungen beträgt.

Durch die vorhergehenden Untersuchungen ist die, durch die eigene Bewegung von A bewirkte, Aenderung der Entfernungen jedenfalls so sicher bestimmt, dass sie für den hier vorliegenden Zweck nichts zu wünschen übrig lässt. Bei einer Beobachtungsreihe von der Zeitdauer eines Jahres ist

nämlich, wenn man sie auf den in der Mitte liegenden Zeitpunkt reducirt, das Maximum von $\tau = 0{,}05$, sodass das von τ^3 abhängige Glied schon allenfalls ganz vernachlässigt werden kann, da sein Einfluss höchstens nur 0″004 beträgt, und für das in τ multiplicirte Glied ist die kleine darin noch liegende Unsicherheit ebenfalls so gering, dass es für die Berechnung der Parallaxe in der That gleichgültig sein würde, ob man die Formeln (2) oder (3) gebrauchen wollte, wenn nicht letztere wegen der weit grösseren Menge der zu Grunde liegenden Beobachtungen den Vorzug verdienten; ich habe daher die Formeln (3) zur Reduction der Beobachtungen angewandt.

§ 4.

Nach diesen vorangeschickten Untersuchungen über die relative Bewegung der betreffenden Sterne werde ich nun zunächst die sämmtlichen, sowohl von *Schlüter* als von mir gemachten Beobachtungen, nebst einigen dazu nöthigen Bemerkungen mittheilen. Wegen des Umstandes, dass der Stern a', sowie auch der später von mir hinzugezogene Stern a'' dem Sterne a in Beziehung auf A fast gradlinigt und in nahezu gleicher Entfernung von A gegenübersteht, wurden die Beobachtungen in folgender Weise angestellt. Der Stern A wurde in der ersten Lage der Objectivhälfte sogleich mit beiden (später mit allen drei) Sternen verglichen, wobei die optische Axe der ruhenden Objectivhälfte, je nachdem es nöthig war, auf A oder auf den Vergleichstern gerichtet wurde und der Positionskreis nur eine geringe Drehung erlitt; alsdann wurde die bewegliche Objectivhälfte über den Coïncidenzpunkt wegbewegt, und A in der zweiten Lage derselben wiederum mit den Sternen, aber in umgekehrter Reihenfolge, zur Deckung gebracht. *Schlüter* hat bei seinen Beobachtungen jeden der Sterne a und a' in beiden Lagen der Objectivhälfte fünf mal mit A verglichen, wobei die Schraube I. der Reihe nach auf 59,6, 59,8, 60,0, 60,2, 60,4 gestellt wurde, um die periodische Ungleichheit der Schraube II. zu eliminiren. Bei drei Hülfssternen würde dies Verfahren zu viel Zeit gekostet haben, weshalb ich meist nur drei oder vier Einstellungen machte. Bei der letzten vollständigsten Beobachtungsreihe im Jahre 1851 habe ich a stets doppelt so oft eingestellt als jeden der Sterne a' und a'', da die Entfernung aA sowohl mit Aa' als mit Aa verglichen wird, also diese Einstellungen doppelt zum Resultate mitstimmen; die Schraube I. stellte ich dabei stets auf 60,00, da der Einfluss der periodischen Ungleichheit hier so gut wie constant ist, weil die Ablesungen sich nur sehr wenig ändern. Bisweilen habe ich auch nur in e i n e r Lage der Objectivhälfte II. beobachtet; solche Messungen sind zwar für die Bestimmung der Entfernungen unvollständig und geben nur ihre Differenzen, können also zur Untersuchung dieser jedenfalls mit benutzt werden. Zur besseren Erläuterung setze ich noch zwei vollständige Beobachtungen hierher; die mit I. und II. überschriebenen Columnen bezeichnen die Objectivhälften, von denen II. zu der messenden Schraube gehört, und die in diesen Columnen befindlichen Buchstaben bezeichnen die zur Deckung gebrachten Bilder der Sterne, welche von den betreffenden Hälften herrühren.

1843 Mai 18. (*Schlüter*).

Sternzeit.	I.	Schraube I.	II.	Schr. II.
		R		R
	a	59,600	A	89,370
		800		89,561
$14^h 44^m 27^s$		60,000		89,765
		200		89,961
		400		90,161
	A	59,600	a'	90,691
		800		90,886
14 59 41		60,000		91,084
		200		91,291
		400		91,494
	a'	59,600	A	27,995
		800		28,187
15 15 53		60,000		28,386
		200		28,589
		400		28,787
	A	59,600	a	29,314
		800		29,520
15 32 15		60,000		29,715
		200		29,917
		400		30,118

1851 Mai 18. (*Wichmann*).

Sternzeit.	I.	Schraube I.	II.	Schr. II.
	a	60,000	A	90,235
				231
$15^h\ 4^m 4$				226
				236
				235
				235
	A	60,000	a'	90,596
15 15,4				603
				598
	A	60,000	a''	85,947
15 21,4				938
				940
	a''	60,000	A	33,450
15 32,9				451
				450
	a'	60,000	A	28,789
15 40,9				785
				796
	A	60,000	a	29,166
				167
15 52,9				164
				162
				165
				165

Ich habe bei meinen Beobachtungen das Licht des Sterns *A* stets durch Vorsetzen eines feinen Drathgitters vor die betreffende Objectivhälfte geschwächt und vermuthe, dass auch *Schlüter* dasselbe angewandt hat. Die dadurch entstehenden Diffractionserscheinungen können der Genauigkeit der Messungen wohl kaum geschadet, vielleicht eher genützt haben; *A* erschien dann eben so hell als a' und a'', etwas heller als a. Im Jahre 1851 habe ich ausschliesslich nur ein Ocular von 175 maliger Vergrösserung angewandt, bei den früheren auch bisweilen die stärkste (290). Die Einstellung desselben, wobei ich das Fernrohr auf einen hellen Stern richtete, ist mir stets etwas schwierig gewesen, da mein Auge sich leicht verschiedenen Stellungen des Oculares accommodirt und daher das Urtheil über die beste Stellung desselben erschwert. *Schlüter* hat sich wahrscheinlich immer der stärksten Vergrösserung bedient und sein Auge war kurzsichtig, was das meinige nicht ist. Während der ganzen Dauer der Beobachtung habe ich die Einstellung des Oculares nie geändert, und dasselbe befand sich stets nahezu in der Heliometeraxe.

§ 5.

Da die vollständige Mittheilung aller Beobachtungen eine zwecklose Weitläuftigkeit herbeiführen würde, so gebe ich hier nur die aus den gleichartigen Einstellungen sich ergebenden Mittelwerthe der Schraubenablesungen, jedoch schon von dem Einflusse der Refraction befreit; bei meinen Beobachtungen ist auch noch, wo es nöthig war, die kleine Correction wegen der periodischen Ungleichheit der Schraube (*Bessel*'s Astr. Unters. I. pag. 77 § 8—10) angebracht. Ich habe es vorgezogen, den Einfluss der Refraction für jeden der angegebenen Mittelwerthe besonders zu berechnen, um die auf derselben Seite des Coïncidenzpunktes liegenden Ablesungen so mit einander vergleichen zu können, als ob sie gleichzeitig beobachtet wären. Zu diesem Zwecke hatte ich zwei Tafeln für den Einfluss der mittleren Refraction für 1843 und 1850 berechnet, aus denen die wahre ohne grosse Mühe abgeleitet werden konnte. Von der für 1850 berechneten Tafel setze ich einen Auszug hierher, damit der Leser ein Urtheil über den Einfluss der Refraction erlangen kann, welcher, wie man sieht, aus den Differenzen der Entfernung ebenfalls fast ganz verschwindet; die Tafel giebt die den Entfernungen hinzuzufügenden Correctionen.

St.-Wink.	Aa	Aa'	Aa''
+0h	+0"45	+0"46	+0"40
1	0,47	0,48	0,40
2	0,51	0,52	0,43
3	0,58	0,60	0,48
	0,70	0,73	0,56
5	0,88	0,93	0,68
6	1,16	1,25	0,86
7	1,60	1,75	1,11
8	2,28	2,57	1,45
+9	+3,29	+3,84	+1,83

St.-Wink.	Aa	Aa'	Aa''
−0h	+0"45	+0"46	+0"40
1	0,46	0,46	0,40
2	0,48	0,49	0,43
3	0,53	0,53	0,49
4	0,61	0,60	0,57
5	0,72	0,69	0,70
6	0,87	0,82	0,89
7	1,06	0,96	1,17
8	1,27	1,10	1,57
−9	+1,40	+1,10	+2,04

Da der Einfluss der Refraction durch die von der Präcession herrührende Aenderung der Declinationen und durch die von *A* erzeugte Aenderung der Entfernungen sich sehr langsam ändert, so kann diese für 1850,0 berechnete Tafel unbedenklich für die beiden vorhergehenden und folgenden Jahre angewandt werden.

Ich lasse nun die Zusammenstellung sämmtlicher Beobachtungen folgen; die angegebene Sternzeit ist die Mitte der Beobachtungszeit; die Angaben des Thermometers sind an dem an der Nordostseite des Thurms in freier Luft befestigten Thermometer mit *Fahrenheit*'scher Scale abgelesen; die Stellung der Declinationsaxe ist, wenn sie vorgeht mit v, wenn sie folgt mit f bezeichnet, und die zu Mittelwerthen vereinigten, und von der Refraction bereits befreieten Ablesungen der Schraube II. befinden sich in den mit a, a', a'' überschriebenen Columnen. Die zugehörige Angabe der Schraube I. ist überall = 60,000. Die Anzahl der zu einem Mittel vereinigten Einstellungen ist bei *Schlüter*'s Beobachtungen überall = 5, bei den von mir gemachten aber giebt die mit „Anzahl" überschriebene Columne die Zahl der Einstellungen des Sterns a, welche seit 1851 Januar 7 stets doppelt so gross ist, als die Zahl der Einstellungen eines jeden der Sterne a' und a'', bei den früheren Beobachtungen aber eben so gross.

1) Beobachtungen von *Schlüter.*

				Decl.-Axe	Sternzeit.	a	a'	a'	a	Therm.
						R	R	R	R	
1	1842	Octb.	13	f	$5^h 54^m 0$	29,6469	28,2737	91,0448	89,6628	24°7
2			22	v	7 13,5	6428	2554	0423	6638	31,0
3		Nov.	15	f	7 7,7	6639	2909	0323	6535	26,3
4		Dec.	21	v	8 41,8	6358	2712	0236	6594	36,9
5			27	f	7 5,0	6514	2884	0300	6661	35,3
6	1843	Janr.	2	v	6 21,9	6316	2784	0254	6640	17,8
7			3	f	6 28,3	6631	3033	0211	6605	11,7
8			13	f	8 13,5	6520	2974	0245	6665	31,1
9		Febr.	3	v	7 19,6	6306	2879	0197	6673	34,2
10			15	f	9 28,3	6408	2976	0138	6647	24,1
11		März	3	v	10 3,0	6430	2982	0000	6558	20,6
12			8	f	9 19,7	6458	3022	0176	6702	30,7
13			9	v	9 40,7	6313	2897	0181	6757	26,7
14			22	f	10 2,3	6813	3407	0901	7423	29,5
15			23	v	9 36,1	6804	3408	0620	7246	27,8
16			24	f	9 30,3	6967	3621	0673	7273	26,0
17			26	v	13 52,7	6736	3316	0734	7312	21,4
18			28	f	9 28,7	6919	3515	0755	7321	28,3
19		April	19	v	11 59,0	6902	3622	0904	7611	39,2
20			24	f	14 1,3	7129	3798	0919	7653	35,6
21			25	v	12 4,6	6911	3688	0779	7560	45,4
22			28	f	12 2,5	7032	3800	1048	7686	49,5
23			29	v	14 47,7	7079	3763	0982	7656	46,0
24		Mai	1	f	13 38,0	7039	3707	0981	7641	45,0
25			4	v	13 30,1	7096	3842	1086	7805	34,4
26			5	f	13 56,9	7168	3852	1080	7800	32,7
27			12	v	13 7,0	7100	3872	0982	7754	36,3
28			14	f	13 58,0	7132	3838	1084	7952	32,3
29			15	v	13 23,9	7108	3848	0963	7756	35,3
30			17	f	15 42,2	7148	3884	1103	7883	38,6
31			18	v	15 8,0	7063	3786	1014	7748	41,1
32			19	f	14 26,7	7232	4006	1242	7980	43,6
33			20	v	14 30,2	7121	3929	1163	7889	38,7
34			21	f	14 38,4	7206	4020	1276	7978	35,0
35			22	v	15 4,2	7133	3875	1219	7957	43,6
36		Juni	3	f	16 9,9	6986	3729	1246	8099	67,4
37			11	v	15 58,3	7001	3861	1161	7979	54,3
38			17	f	16 46,2	7031	3817	1254	8112	44,0
39		Aug.	11	v	19 51,9	6844	3885	1153	8133	57,5
40			14	f	19 26,2	7133	4117	1223	8138	56,3
41			26	v	19 26,9	29,6558	28,3619	91,0822	89,7913	64,8

2) Beobachtungen von *Wichmann.*

				Decl.-Axe.	Sternzt.	Anz.	a	a'	a''	a''	a'	a	F.
							R	R	R	R	R	R	
1	1847	Juli	14	v	$19^h 34^m$	5	29,4804	28,6621	—	—	90,8962	90,0732	52°5
2			17	f	17 17	5	4878	6623	—	—	8848	0675	50,3
3			25	f	18 31	5	4678	6630	—	—	8708	0742	52
4			26	v	18 36	5	4746	6558	—	—	8818	0715	52
5	1848	April	6	v	11 43	5	4178	6936	—	—	8336	0990	42,2
6			14	f	12 55	3	—	—	—	86,2630	8474	1202	48
7			16	v	10 32	3	4420	7212	33,3043	2508	8503	1136	35
8			19	f	12 0	5	4430	6932	2960	2626	8452	1184	47,2
9			22	v	14 55	3	4389	7093	3041	2478	8309	0954	47
10		Mai	6	v	14 12	3	29,4317	28,7054	33,3010	86,2570	90,8423	90,1132	34,5

				Decl.-Axe.	Sternzt.	Anz.	a	a′	a″	a″	a′	a	F.
							R	R	R	R	R	R	
11	1848	Mai	7	*v*	$14^h\ 10^m$	3	29,4199	28,7019	33,2940	—	—	—	45°
12			8	*v*	15 2	3	4271	7008	2997	86,2374	90,8434	90,1179	44,6
13		Juni	13	*f*	17 59	3	4254	7145	3052	—	—	—	68
14		Juli	12	*f*	17 57	3	4140	7076	3115	2545	8483	1423	49,4
15			13	*f*	18 22	3	4184	7205	3206	2469	8355	1367	55,3
16			21	*f*	19 3	5	4176	7188	3215	2573	8469	1431	53,7
17			24	*f*	18 28	3	4007	7089	3114	2611	8521	1446	72,8
18			27	*v*	18 36	3	4146	7061	3188	—	—	—	66
19		Aug.	3	*v*	19 13	3	4124	7270	3228	2619	8497	1543	54
20			13	*f*	18 41	3	4257	7294	3404	2495	8273	1462	48,6
21	1850	Febr.	11	*f*	7 35	3	—	—	—	85,9154	5295	0189	28
22			14	*f*	6 56	3	1246	6199	2563	9165	5373	0439	18
23		März	9	*f*	9 32	5	1263	6281	2693	9059	5851	0363	25
24			11	*f*	8 20	5	—	—	—	—	5376	0497	32,6
25		April	16	*v*	12 2	5	1238	6356	2723	9151	5524	0426	43
26		Dec.	20	*f*	6 23	3	0878	6768	3448	8900	5234	1306	27
27			26	*f*	7 2	5	1089	6897	3489	9026	5356	1398	30
28	1851	Janr.	4	*f*	7 46	4	0956	6920	3495	8865	5348	1304	30,4
29			7	*f*	7 13	6	—	—	—	8819	5265	1372	10,5
30			8	*f*	7 25	8	0967	6944	3511	8821	5290	1257	6,5
31			9	*v*	7 54	6	—	—	—	8818	5286	1328	0
32			10	*f*	7 3	6	1065	7055	3623	8729	5196	1149	0,6
33			11	*f*	6 36	8	1080	7008	3557	—	—	—	12
34			15	*f*	7 28	6	1121	7087	3678	8677	5077	1143	13,5
35		Febr.	10	*f*	8 45	8	1061	7121	3709	8770	5233	1363	17
36		März	9	*f*	9 0	6	0994	7116	3671	8883	5292	1450	16,6
37			10	*f*	7 58	6	0984	7103	3756	8820	5334	1551	18,4
38			11	*f*	8 37	6	0906	7012	3688	8937	5377	1580	22,2
39		April	7	*v*	12 41	6	—	—	—	9074	5551	1800	39
40			9	*f*	11 41	6	1105	7378	3995	9036	5571	1789	45,5
41			10	*f*	10 22	8	1186	7407	3987	9112	5562	1866	48
42			11	*v*	12 38	8	1066	7375	3962	—	—	—	46
43			12	*f*	10 29	8	0997	7324	3975	—	—	—	46
44			14	*f*	11 25	6	1130	7340	3807	9125	5507	1709	45,8
45			15	*f*	11 11	6	1194	7411	3983	9155	5677	1949	44,5
46			16	*v*	11 19	8	1287	7660	4111	—	—	—	42,5
47			17	*v*	11 5	6	1135	7429	4072	9195	5772	1986	45,7
48		Mai	2	*v*	14 5	6	1301	7567	4241	—	—	—	34
49			16	*v*	14 27	8	1456	7776	4403	9420	6003	2357	37,5
50			18	*v*	15 28	6	1503	7787	4368	9542	6116	2437	38,6
51			20	*v*	15 0	6	1526	7905	4509	9429	6021	2407	38,5
52			23	*v*	16 19	6	1521	7840	—	—	—	—	46,2
53			29	*v*	15 0	6	1564	7848	4465	9503	6026	2403	46
54		Juni	3	*v*	16 56	6	1424	7825	4530	9584	6106	2517	53,5
55			22	*v*	17 16	6	1716	8142	4822	9610	6029	2593	48,2
56			30	*v*	17 50	8	1565	8047	4782	9614	6223	2716	54,2
57		Juli	1	*v*	18 24	6	1531	8069	4646	9758	6268	2723	52
58			7	*v*	18 54	6	1546	8079	4764	9567	6117	2727	50
59			10	*f*	18 39	8	1568	8011	4734	9690	6099	2716	52,2
60			25	*f*	20 19	6	1727	8330	4828	9505	5973	2700	60,8
61		Aug.	8	*f*	19 14	6	1513	8164	4838	9676	6087	2817	58,6
62			10	*v*	19 30	6	1619	8272	4923	9539	6145	2830	60
63			11	*f*	19 16	8	1574	8252	4895	9488	6051	2676	53
64			13	*v*	19 42	6	1625	8317	4934	9472	6159	2832	52
65			19	*f*	20 1	6	1588	8275	4942	9460	6040	2772	51,2
66			23	*f*	19 36	6	1386	8163	4859	9537	6128	2881	59,7
67			26	*f*	19 42	6	1567	8166	4894	9429	6105	2797	53,6
68		Sept.	16	*f*	19 37	6	29,1445	28,8176	33,4798	85,9450	90,6138	90,2856	49,4

		Decl.-Axe.	Sternzt.	Anz.	a	a'	a''	a''	a'	a	F.
					R	R	R	R	R	R	
69	1851 Sept. 22	ν	$4^h 23^m$	6	29,1521	28,8340	33,4954	85,9468	90,6030	90,2840	51°8
70	28	ν	4 59	6	1534	8338	5093	9221	5878	2701	50
71	29	f	19 44	6	1404	8244	4955	9318	5885	2849	63,6
72	Octb. 2	ν	5 15	6	1631	8410	5001	9272	5842	2750	59,4
73	3	f	19 57	6	1432	8333	5093	9463	5988	2862	65,5
74	16	f	6 32	6	1466	8323	5040	9266	5783	2786	43,4
75	22	ν	7 9	6	1447	8473	5293	9040	5717	2649	41,4
76	Dec. 12	ν	6 23	6	1376	8432	5185	8926	5568	2669	36
77	22	f	7 46	6	1510	8625	5316	8894	5478	2604	26,6
78	1852 Janr. 6	ν	6 24	6	29,1287	28,8434	33,5167	85,8865	90,5591	90,2717	31,7

Da die angegebenen Zahlen schon frei von dem Einfluss der Refraction sind, so habe ich die Ablesungen des Barometers und des innern Thermometers weggelassen; desgleichen auch die Bemerkungen über die Beschaffenheit der Luft, da ich keinen wesentlichen Einfluss derselben in den Beobachtungen bemerkt habe.

Der Nullpunkt der Schraube II, für welchen beide Objectivhälften coincidirende Bilder geben, liegt, wenn I. auf 60,000 gestellt ist, bei diesen Beobachtungen 59,5 und 59,8. Die Werthe desselben, welche man erhält, wenn man aus je zwei zusammengehörigen Ablesungen ein und desselben Sterns das Mittel nimmt, zeigen eine sehr befriedigende Uebereinstimmung und ändern sich nur sehr langsam mit der Zeit; grosse Aenderungen rühren meistens daher, dass inzwischen der Heliometerapparat theilweise auseinander genommen wurde. Subtrahirt man von den im vorhergehenden Tableau aufgeführten Mittelwerthen der Ablesungen zwei auf derselben Seite des Nullpunktes liegende von einander, so erhält man die Differenz der Entfernungen der beiden zugehörigen Sterne von *A*; durch Subtraction zweier auf verschiedenen Seiten des Nullpunktes liegender, ein und demselben Sterne zugehöriger Ablesungen ergiebt sich dagegen dessen doppelte Entfernung von *A*, beides frei von Refraction und in Schraubenrevolutionen ausgedrückt.

Die auf diese Weise gefundenen Entfernungen enthalten ausser der Wirkung der Wärme und Parallaxe noch den Einfluss der Aberration, welcher nach *Bessel*'s Formeln (Astron. Untersuch. I. pag. 208)

$$= -2 \sin \tfrac{1}{2} s \,(\cos \delta \sin \alpha + \sin \delta \tang \varepsilon)\, C$$
$$+ 2 \sin \tfrac{1}{2} s \cos \alpha \cos \delta D = cC + dD$$

ist, wo s die Entfernung der beiden Sterne α, δ, Rectascension und Declination des zwischen beiden in der Mitte liegenden Punktes, und ε die Schiefe der Ekliptik bezeichnet; C und D sind die Werthe aus Tab. IX. der Tabul. Regiom. p. 117 etc. Die folgende kleine für 1850,0 berechnete Tafel zeigt den Einfluss der Aberration auf die drei Entfernungen, „Beob. Entfern. — wahre Entfernung." Man ersieht daraus, dass die Abberration aus den Differenzen der Entfernungen fast vollständig verschwindet.

1850	für Aa	für Aa'	für Aa''
Janr. 0	−0"113	−0"115	−0"098
—— 30	− 063	− 064	− 055
März 1	+ 004	+ 003	+ 003
—— 31	+ 069	+ 069	+ 059
April 30	+ 115	+ 116	+ 099
Mai 30	+ 132	+ 134	+ 114
Juni 29	+ 116	+ 118	+ 101
Juli 29	+ 072	+ 074	+ 063
Aug. 28	+ 010	+ 011	+ 010
Sept. 27	− 055	− 055	− 047
Oct. 27	− 107	− 108	− 092
Nov. 26	− 131	− 133	− 113
Dec. 26	−0,120	−0,122	−0,104

Diese für 1850 geltende Tafel kann unbedenklich für alle hier vorliegenden Beobachtungen angewandt werden; die ihr zu Grunde liegenden Constanten sind für die drei Vergleichsterne:

log c	7,4098*n*	7,4068*n*	7,3371*n*
log d	7,7835	7,7903	7,7204

§ 6.

Ich werde nun aufsuchen, was sich aus den angestellten Beobachtungen in Beziehung auf das Verhältniss der Parallaxen der dabei angewandten Sterne folgern lässt. Obgleich der Einfluss der Temperatur auf die Heliometermessungen schon von *Bessel* bestimmt ist, so habe ich doch die daher rührenden Correctionen nicht an die Beobachtungen angebracht, sondern die Wirkung der Wärme als unbekannte Grösse in der Untersuchung beibehalten, hauptsächlich, weil meine ältere Reduction der *Schlüter*'schen Beobachtungen auf eine nothwendige Abänderung der von *Bessel* gefundenen Constante hinzudeuten schienen, indem die Entfernungen im Sommer merklich grösser als im Winter gefunden waren. Den Einfluss der Temperatur auf die Entfernung s werde ich durch fw

bezeichnen; den Coefficienten f habe ich bei der Rechnung so gewählt, dass, wenn F die Temperatur des Thermometers (Fahrenh.) bezeichnet, $f = \frac{1}{30}(F-40°)$ ist, eine Grösse, welche für die vorliegenden Beobachtungen nur selten grösser als die Einheit wird; die Constante w ist alsdann $= 30\,\xi\,s$, wenn durch ξ die Quantität bezeichnet wird, um welche der Werth einer Schraubenrevolution durch das Abnehmen der Temperatur um einen Grad Fahrenheit sich ändert.

Setzt man ferner, um den Einfluss der Parallaxe zu berücksichtigen, für zwei an der Himmelskugel nahe beieinander befindliche Sterne A und a den Unterschied Parallaxe von A — Parallaxe von $a = \pi$, so ist bekanntlich:

$$\text{Beob. Entf.} - \text{wahre Entfern.} = Rm\cos(M-L)\pi = k\pi$$

wo R den Radiusvector der Erde, L die scheinbare Länge der Sonne bezeichnet, und m und M bestimmt werden durch die Formeln:

$$m\cos M = \sin p \sin \alpha + \cos p \cos \alpha \sin \delta$$
$$m \sin M = (\sin p \cos \alpha - \cos p \sin \alpha \sin \delta)\cos \varepsilon + \cos p \cos \delta \sin \varepsilon$$

in welchen α, δ, ε dieselbe Bedeutung wie vorhin haben, und p die halbe Summe der Positionswinkel an beiden Sternen in der Richtung von A nach a bezeichnet. Meine Rechnung ergab für die drei Sterne:

	log. m	M
für 1843,0		
Stern a	9,9375	−88°50′
„ a'	9,9375	+91 49
für 1850,0		
Stern a	9,9428	−89 55
„ a'	9,9324	+93 2
„ a''	9,9650	+85 24

aus welchen Zahlen ich für alle Beobachtungstage die Werthe für k, k', k'', berechnet habe.

Bezeichnet man nun den Unterschied (Rechn. — Beob.) einer von dem Einflusse der Refraction und Aberration gehörig befreiten, und auf ein bestimmtes Zeitmoment reducirten Entfernung von dem, für dieselbe Zeit aus den oben gegebenen Formeln (3) folgenden Werthe derselben durch Δ, und durch x eine dem letzteren hinzuzufügende constante Correction, so giebt, wenn man zunächst nur zwei Vergleichsterne, a und a', berücksichtigt, jeder Beobachtungsabend, an welchem beide Sterne vollständig mit A verglichen sind, zwei Bedingungsgleichungen von der Form:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \Delta + x + k\pi + fw \\ 0 &= \Delta' + x' + k'\pi' + fw' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots(4)$$

Wenn nun die beiden beobachteten Entfernungen von einander ganz unabhängig wären, also z. B. auch keine gemeinschaftliche Fehlerquelle hätten, so würde durchaus kein Grund vorhanden sein, von einer abgesonderten Behandlung der Beobachtungsreihe jedes einzelnen Sternes abzuweichen. In diesem Falle müssten die aus den Beobachtungen sich ergebenden Summen der beiden Entfernungen nahezu dieselbe Genauigkeit zeigen als die daraus folgenden Unterschiede derselben; die Erfahrung zeigt aber, dass der mittl. Fehler der Summe der beiden Entfernungen, wie wir weiter unten sehen werden, etwa dreimal so gross ist als der mittl. Fehler ihrer Differenz, dass also die letztere viel genauer durch die Beobachtungen gegeben wird als die Entfernungen selbst, was nur dann der Fall sein kann, wenn in den letzteren gemeinschaftliche Fehler vorkommen, also eine gewisse Abhängigkeit unter ihnen besteht. Dass übrigens eine solche Statt finden kann, folgt auch schon aus der oben § 4 beschriebenen Anordnung der Beobachtungen. Da nämlich durch die Heliometermessungen nur Winkel gefunden werden, welche der durch die Schraube wirklich hervorgebrachten Verschiebung entsprechen, so erhellt, dass bei diesen Beobachtungen nicht beide Entfernungen als wirklich durch die Schraube gemessen anzusehen sind, sondern nur eine derselben und ihr Unterschied von der anderen, indem die gesammte Verschiebung der Objectivhälfte zusammengesetzt ist aus der zweimaligen Messung des Unterschiedes beider Distanzen und der einmaligen Messung der doppelten Länge einer derselben. Betrachten wir z. B. die oben vollständig mitgetheilte, von *Schlüter* 1843 Mai 18. gemachte Beobachtung; so sind die Ablesungen der Schraube II. (ohne Rücksicht auf die Wiederholung der Einstellungen), wie sie auf einander folgen:

		R	
(1)	wenn A auf a eingestellt wird	$= 89{,}7748$	Mittel $= 90{,}4381$
(2)	„ a' „ A „ „	$= 91{,}1014$	
(3)	„ A „ a' „ „	$= 28{,}3786$	„ $= 29{,}0425$
(4)	„ a „ A „ „	$= 29{,}7063$	

Durch die Drehung der Schraube ist also hier zuerst der Unterschied beider Distanzen gemessen, dann durch die zwischen (2) und (3) vorgenommene Verschiebung die doppelte Entfernung Aa' und zuletzt wieder der Unterschied $Aa' - Aa$; der Werth der Entfernung Aa ist dann aus den beobachteten Werthen von Aa' und $Aa' - Aa$ zusammengesetzt. Es ergiebt sich hieraus erstens, dass die beiden, an zwei verschiedenen Stellen der Schraube ausgeführten Messungen des Unterschiedes $Aa' - Aa$ nicht nur unter sich, sondern auch von der durch die zwischen (2) und (3) ausgeführten Verschiebung, also von der Messung der Entfernung Aa' (oder Aa) völlig unabhängig sind; zweitens, wenn das Mittel der beiden Messungen von $Aa' - Aa$ mit dem Fehler v, die Messung der Entfernung Aa' mit dem beträchtlich grösseren Fehler V behaftet ist, so ist der Fehler der

zweiten Entfernung $Aa = V + v$, also immer nahezu eben so gross als der Fehler der ersten Distanz. Die beinahe gleiche Grösse der Fehler in den aus den Beobachtungen hervorgehenden Werthen der Entfernungen rührt also theils daher, dass die grosse zwischen (2) und (3) ausgeführte Verschiebung in beiden Distanzen vorkommt, theils daher, dass die an dieser, den Messungen der beiden Distanzen gemeinschaftlichen Operation haftenden Fehler erheblich grösser sind, als die Fehler der Messung des Entfernungs-Unterschiedes.

Aus den vorhergehenden Betrachtungen geht nun zur Genüge hervor, dass diese Beobachtungen aus zwei von einander ganz unabhängigen Operationen bestehen, welche, wie schon durch meine ältere Reduction der *Schlüter*'schen Messungen bewiesen ist, von verschiedener Genauigkeit sind. Die eine derselben giebt durch zweimalige Messung an verschiedenen Stellen der Schraube die Grösse der Differenz beider Entfernungen; die zweite, weniger genaue Operation dagegen ihre Summe, indem nämlich die Mittelwerthe der auf derselben Seite des Nullpunktes liegenden Ablesungen, (in dem hier gebrauchten Beispiele von 1843 Mai 18 die Zahlen 90,4381 und 29,0425), um die Summe beider Distanzen von einander entfernt liegen. Direct durch die Beobachtungen gegeben ist also nicht jede der beiden Entfernungen, sondern, unabhängig von einander und von ungleicher Genauigkeit, ihre Differenz und ihre Summe; will man also nicht das weniger Sichere mit dem Sichereren vermischen, so müssen die Resultate beider Operationen streng von einander geschieden werden, und statt der Gleichungen (4) die folgenden beiden, aus jenen hervorgegangenen, aus den Beobachtungen hergeleitet werden:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= (\Delta'-\Delta) + (x'-x) + (k'-k)\,\tfrac{1}{2}(\pi'+\pi) + (k'+k)\,\tfrac{1}{2}(\pi'-\pi) + f(w'-w) \\ 0 &= (\Delta'+\Delta) + (x'+x) + (k'+k)\,\tfrac{1}{2}(\pi'+\pi) + (k'-k)\,\tfrac{1}{2}(\pi'-\pi) + f(w'+w) \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

Die erste derselben enthält das Resultat der Differenzmessung, die zweite das der Summenmessung. Wegen der Lage der Vergleichsterne und ihrer nahezu gleichen Entfernung von A bieten die eben aufgestellten Gleichungen noch den Vortheil dar, dass die in $(k'+k)$ multiplicirten Glieder, so wie das Glied $f(w'-w)$ in der ersten, einen so unmerklich kleinen Einfluss haben, dass die erste Gleichung allein zu einer Kenntniss von $(\pi'+\pi)$, die zweite zur Bestimmung von $\pi'-\pi$ und $(w'+w)$ führen kann.

Es ist hier vielleicht nicht überflüssig zu bemerken, dass die Beobachtungen von 61 Cygni nicht in gleicher Weise angestellt sind; bei diesen wurde nämlich die Vergleichung von 61 Cygni mit dem ersten Vergleichsterne erst vollständig in beiden Lagen der Objectivhälfte beendigt, ehe die des zweiten begonnen wurde; hier sind also beide Entfernungen wirklich direct durch zwei von einander ganz getrennte Verschiebungen gemessen, so dass kein Theil der Operation auf die beiden beobachteten Abstände der Vergleichsterne gemeinschaftlich einwirkt. Bei 61 Cygni war die Entfernung der Vergleichsterne überhaupt nicht so gross, ihre Differenz viel beträchtlicher, und namentlich die Positionswinkel so verschieden, dass die Verbindung beider Messungen kaum einen Vortheil, vielleicht eher Nachtheile herbeigeführt haben würde; dagegen bot sich bei den Beobachtungen des *Argelander*schen Sterns die befolgte Anordnung ohne weiteres als die einfachste und kürzeste dar, weil alsdann die beträchtliche Verschiebung der Objectivhälfte, durch eine mehr als sechszigmalige Umdrehung der Schraube von der ersten Lage in die zweite, nur ein Mal nothwendig war, und hat vermuthlich die Sicherheit der Messung des Unterschiedes der Entfernungen noch erhöht.

§ 7.

Um nun aus den beobachteten Entfernungsunterschieden den Werth von $\frac{1}{2}(\pi'+\pi)$ abzuleiten, wende ich mich zunächst zu *Schlüter*'s Beobachtungen. Im Jahre 1843 lagen die drei Sterne aAa' noch so nahe in einem grössten Kreise, dass, wie auch die angegebenen Werthe von $\log m$ und M zeigen, für *Schlüter*'s Messungen $k = -k'$ ist. Bezeichnen wir also der Kürze wegen $\frac{1}{2}(\pi'+\pi)$ = Parall. von $A - \frac{1}{2}$(parall. von a + parall. von a') durch π_0, so verwandelt sich die erste der Gleichungen (5) hier in folgende:

$$0 = (\Delta'-\Delta) + (x'-x) - 2k\pi_0 + f(w'-w).$$

Da die Messung von $Aa'-Aa$ unterhalb des Nullpunktes mit der ähnlichen oberhalb desselben in keinem näheren Zusammenhange steht, so giebt jeder Beobachtungsabend zwei von einander unabhängige Werthe von $Aa'-Aa$; man hat also zwei von einander unabhängige Beobachtungsreihen, und es hat einiges Interesse zu prüfen, mit welcher Uebereinstimmung beide den Werth von π_0 finden lassen. Aus den Formeln (3) ergiebt sich für 1843,25 der Unterschied $Aa'-Aa = 1\overset{R}{,}33551$ und die jährliche Aenderung desselben für jene Zeit $= -0\overset{R}{,}12004 = -6''351$. Mit diesen Zahlen reducirte ich die beiden Beobachtungsreihen auf 1843,25 und erhielt dadurch die im nachfolgenden Tableau aufgeführten Werthe von $Aa'-Aa$; durch Subtraction derselben von $1\overset{R}{,}33551$ ergeben sich die

zugehörigen Werthe von $(\Delta'-\Delta)$, denen sogleich die übrigbleibenden Fehler beigesetzt sind, beides der Bequemlichkeit wegen in Secunden ausgedrückt. Ausserdem habe ich noch, in den schon oben erklärten Bedeutungen, die Werthe von t = Beobachtungszeit $-1843,25$, $k = Rm \cos(M-L)$, und $f = \frac{1}{10}(F-40^\circ)$ hinzugefügt.

Auf 1843,25 reducirte Beobachtungen von $(Aa'-Aa)$: unter d. Nullpunkt — über d. Nullpunkt.

			t	k	f	unter d. Nullpunkt $Aa'-Aa$	$\Delta'-\Delta$	Fehler.	über d. Nullpunkt $Aa'-Aa$	$\Delta'-\Delta$	Fehler.
						R			R		
1842	Oct.	13	−0,465	+0,280	−0,510	1,3175	+0"95	+0"85	1,3263	+0"49	+0"39
		22	440	402	300	3347	+ 04	− 09	3256	+ 51	+ 38
	Nov.	15	374	674	457	3281	+ 39	+ 16	3339	+ 09	− 15
	Dec.	21	270	852	103	3322	+ 18	− 11	3318	+ 20	− 09
		27	260	850	157	3318	+ 20	− 09	3327	+ 15	− 13
1843	Janr.	2	243	837	742	3240	+ 61	+ 31	3322	+ 18	− 13
		3	240	834	943	3310	+ 24	− 07	3318	+ 20	− 11
		13	213	792	298	3291	+ 34	+ 07	3325	+ 16	− 11
	Febr.	3	156	624	193	3240	+ 61	+ 40	3337	+ 10	− 11
		15	123	488	530	3284	+ 38	+ 20	3343	+ 06	− 11
	März	13	079	276	647	3353	+ 01	− 09	3347	+ 04	− 06
		8	065	206	310	3358	− 02	− 08	3396	− 22	− 28
		9	062	+ 190	443	3342	+ 07	+ 00	3350	+ 03	− 04
		22	027	− 001	350	3374	− 10	− 10	3446	− 48	− 48
		23	024	016	407	3367	− 06	− 06	3345	+ 05	+ 06
		24	021	031	467	3321	+ 18	+ 19	3375	− 11	− 10
		26	015	064	620	3402	− 25	− 23	3404	− 26	− 25
		28	− 010	091	390	3392	20	− 16	3422	− 35	− 32
	April	19	+ 050	404	027	3340	+ 08	+ 23	3353	+ 01	+ 17
		24	064	468	− 147	3408	− 28	− 11	3343	+ 06	+ 24
		25	067	480	+ 180	3303	+ 28	+ 46	3299	+ 30	+ 49
		28	075	518	+ 317	3322	+ 18	+ 38	3452	− 51	− 31
		29	077	581	+ 200	3408	− 28	− 07	3418	− 33	− 13
	Mai	1	083	554	+ 167	3432	− 41	− 19	3440	− 45	− 24
		4	091	586	− 187	3363	− 04	+ 17	3390	− 19	+ 03
		5	094	598	− 243	3429	− 39	− 18	3393	− 20	+ 01
		12	113	669	− 123	3364	− 05	+ 20	3364	− 05	+ 20
		14	118	688	− 257	3436	− 43	− 18	3274	+ 43	+ 67
		15	121	698	− 157	3405	− 26	− 01	3352	+ 02	+ 27
		17	127	717	− 047	3416	− 32	− 06	3372	− 09	+ 17
		18	130	725	+ 037	3433	− 41	− 15	3422	35	− 09
		19	132	733	+ 120	3385	− 16	+ 12	3421	35	− 07
		20	135	741	− 043	3354	+ 01	+ 28	3436	43	− 16
		21	138	748	− 167	3352	+ 02	+ 28	3464	58	− 31
		22	141	758	+ 120	3427	− 38	− 10	3431	40	− 12
	Juni	3	174	832	+ 913	3466	− 59	− 25	3356	01	+ 34
		11	196	862	+ 477	3375	− 11	+ 23	3417	33	− 01
		17	212	875	+ 133	3469	− 60	− 28	3397	22	+ 10
	Aug.	11	362	599	+ 583	3394	− 21	+ 04	3455	43	− 28
		14	371	565	+ 543	3461	− 56	− 33	3530	93	− 69
		26	+0,403	−0,419	+0,827	1,3422	−0,35	−0,16	1,3392	−0,20	−0,00

Behandelt man die aus diesen Beobachtungen folgenden Bedingungsgleichungen

$$0 = (\Delta'-\Delta) + (x'-x) + f(w'-w) - 2k\pi_0$$

nach der Methode der kleinsten Quadrate, und lässt dabei die kleine Grösse $(w'-w) = 40\,\xi$ unbestimmt, so ergeben sich aus der Messungsreihe unter dem Nullpunkte für $(x'-x)$ und π_0 die beiden Normalgleichungen:

$$0 = -\,1''72 \;-4,648\,(w'-w) + 41,00\,(x'-x) + 15,33\,\pi_0$$

$$0 = -12,11 \;+5,093\,(w'-w) + 15,33\,(x'-x) + 59,42\,\pi_0$$

aus deren Auflösung folgt $(x'-x) = -0''038 + 0,196\,(w'-w)$

und $\pi_0 = +0''214 - 0,222\,(w'-w)$, Gew. $= 53,7$

Ebenso ergeben sich aus den Messungen über dem Nullpunkte die Normalgleichungen

$$0 = -4''50 - 4{,}648\,(w'-w) + 41{,}00\,(x'-x) + 15{,}33\,\pi_0$$
$$0 = -9{,}62 + 5{,}093\,(w'-w) + 15{,}33\,(x'-x) + 59{,}42\,\pi_0$$

woraus man erhält $(x'-x) = +0''055 + 0{,}196\,(w'-w)$

$$\pi_0 = +0{,}148 - 0{,}222\,(w'-w) \quad \text{Gewicht} = 58{,}7$$

Also aus beiden Beobachtungsreihen zusammen

$$(x'-x) = +0''0085 + 7{,}8\,\xi \text{ und } \pi_0 = +0''182 - 8{,}9\,\xi$$

Gewicht 107,4.

Will man den ganz unbedeutenden Einfluss der Temperatur berücksichtigen, so ist nach *Bessel's* Bestimmung (Astr. Unters. I. pag. 126) $\xi = +0''00020$, also demnach $\pi_0 = +0''180$. Die Quadratsumme der übrigbleibenden Fehler ist für die Messungsreihe unter dem Coincidenzpunkte $= 2''36$, für die Reihe über demselben $= 2''80$, aus beiden zusammen folgt der wahrscheinl. Fehler einer einzelnen Beobachtung jeder Reihe $= \pm 0''171$, der wahrscheinliche Fehler jedes der beiden Werthe von $\pi_0 = \pm 0''023$, der Fehler ihres Mittels $= \pm 0''017$. Der Unterschied zwischen den beiden Werthen von π_0 ist also doppelt so gross als die durch die wahrscheinlichen Fehler gestattete Differenz.

Genau dasselbe Resultat, $\pi_0 = +0''180$, erhält man natürlich, wenn man die beiden Messungen über und unter dem Nullpunkte für jeden Abend in ein Resultat zusammenzieht. Bei dieser Rechnung, welche ich der Controlle wegen ausgeführt habe, ergiebt sich aber der wahrscheinliche Fehler eines Beobachtungsabends, welcher nach dem Vorhergehenden $\pm 0''121$ sein sollte, etwas grösser, nämlich $= \pm 0''132$; die Quadratsumme der Fehler $= 1''50$ und demnach der wahrscheinliche Fehler von $\pi_0 = \pm 0''018$.

§ 8.

Die Beobachtungen vom Jahre 1851, welche unter den meinigen allein die zur Bestimmung der Parallaxe nöthige Vollständigkeit besitzen, bieten, da bei ihnen ausser dem Sterne a' noch der nahe dabei gelegene a'' hinzugezogen ist, in ähnlicher Weise zwei aus den Entfernungs-Unterschieden hervorgehende Systeme von Bedingungsgleichungen dar, nämlich:

$$0 = (\Delta-\Delta') + f(w-w') + (x-x') + (k-k')\,\tfrac{1}{2}(\pi+\pi') + (k+k')\,\tfrac{1}{2}(\pi-\pi')$$
$$0 = (\Delta-\Delta'') + f(w-w'') + (x-x'') + (k-k'')\,\tfrac{1}{2}(\pi+\pi'') + (k+k'')\,\tfrac{1}{2}(\pi-\pi'')$$

aus denen die Werthe von $\frac{1}{2}(\pi+\pi')$ und $\frac{1}{2}(\pi+\pi'')$ abgeleitet werden können. Die Werthe von $k+k'$ und $k+k''$ sind hier zwar nicht $= 0$, wie bei den Beobachtungen von 1843, aber doch so klein, dass die Grössen $\pi-\pi'$ und $\pi-\pi''$ nur einen ganz unbedeutenden Einfluss auf $\pi+\pi'$ und $\pi+\pi''$ erlangen. Da hier schon eine Theilung der Beobachtungen durch eine getrennte Untersuchung der Differenzen $Aa-Aa'$ und $Aa-Aa''$ nothwendig war, um zu prüfen, ob die Beobachtungen eine Verschiedenheit zwischen π' und π'', also eine Verschiedenheit zwischen den Parallaxen von a' und a'' andeuten würden, so schien es mir überflüssig, auch ausserdem noch die Messungen unterhalb des Nullpunktes von denen oberhalb desselben, wie ich es vorhin gethan habe, zu trennen; es sind daher hier die beiden auf verschiedenen Seiten des Coincidenzpunktes gemessenen Werthe eines Entfernungsunterschiedes sogleich zu einem Mittelwerthe zusammengezogen. Für diejenigen Tage, an denen nur in einer Lage der Objectivhälfte, also nur auf einer Seite des Nullpunktes beobachtet ist, muss den sich ergebenden Werthen der Differenzen der Entfernungen wegen der Ungleichheit der Windungen der Heliometerschraube, an verschiedenen Stellen noch eine kleine Correction hinzugefügt werden. Aus *Bessel's* Untersuchungen folgt, (Astr. Unters. I. p. 89) dass, wenn man die zwischen 0 und 120 des Index der Schraube liegende Distanz = 120 Revolutionen als Norm annimmt, die durch 10 Revolutionen hervorgebrachten Verschiebungen an den verschiedenen Stellen der Schraube folgende Werthe haben:

		R			R
von	0—10	= 9,99837	von	60— 70	= 10,00145
	10—20	99719		70— 80	00231
	20—30	99762		80— 90	00345
	30—40	99808		90—100	00372
	40—50	99893		100—110	00171
	50—60	9,99911		110—120	9,99806

Die durch eine Umdrehung hervorgebrachte Verschiebung der Objectivhälfte ist daher am kleinsten zwischen 10 und 20, am grössten zwischen 90 und 100, und eine bestimmte Distanz, an diesen beiden Stellen gemessen, muss zwischen 10 und 20 grösser sein als zwischen 90 und 100. Für die Distanz $Aa'-Aa$, welche bei *Schlüter's* Beobachtungen $1^{R}{,}34$, bei den meinigen nur $0^{R}{,}35$ beträgt, ist dieser Unterschied zu unbedeutend; bei der $4^{R}{,}31$ betragenden Grösse $Aa-Aa''$ tritt er jedoch schon in den Beobachtungen hervor. Aus 58 Beobachtungen erhielt ich $Aa-Aa''$, unterhalb des Nullpunktes gemessen, im Mittel um $0^{R}{,}00865$ grösser als durch die Messung oberhalb desselben. Dieser Unterschied bestätigt also die von *Bessel* gefundene Verschiedenheit der Schraubenwindungen, giebt sie aber für die betreffenden Stellen etwas grösser, als sie nach seinen Untersuchungen folgen würde

Ich habe die aus diesen Beobachtungen selbst abgeleitete Verschiedenheit beibehalten und demgemäss den unvollständigen Beobachtungen, wo nur in einer Lage der Objectivhälfte gemessen ist, die Correction $\pm\overset{R}{0{,}0043} = 0''23$ hinzugefügt. Die kleine Unsicherheit, welche darin noch liegen kann, ist für das Endresultat von gar keiner Bedeutung, da die wenigen unvollständigen Beobachtungen nur in der ersten Hälfte des Jahres vorkommen, sich durch Anzahl und Vertheilung theilweise zu vollständigen ergänzen, und endlich in dem gemeinschaftlichen Resultate von $Aa'-Aa$ und $Aa''-Aa$ die Wirkung dieser Correction noch halbirt wird.

Nach den Formeln (3) ist für 1851,50 $Aa'-Aa = \overset{R}{0{,}3452}$, $Aa-Aa'' = \overset{R}{4{,}3137}$ und die jährl. Aenderungen respective $-\overset{R}{0{,}1200}$ und $+\overset{R}{0{,}1407}$. Das nachfolgende Tableau enthält die mit diesen Zahlen auf 1851,50 reducirten Werthe von $Aa'-Aa$ und $Aa-Aa''$; bei den vollständigen Beobachtungen ist aus den beiden auf verschiedenen Seiten des Nullpunktes beobachteten Werthen einfach das arithmetische Mittel genommen, bei den unvollständigen aber die vorhin erwähnte Correction $\pm 0{,}0043$ (das obere Zeichen gilt für Messungen oberhalb des Nullpunktes) noch hinzugefügt. Die übrigen Columnen enthalten die Werthe t, k, f, $\Delta-\Delta'$, k' u. s. w. in der schon oben erwähnten Bedeutung. Die mit $2g$ überschriebene Columne bezieht sich auf das den einzelnen Beobachtungen beigelegte Gewicht. Da nämlich nicht allen Tagen, wegen der Verschiedenheit der Anzahl der gemachten Messungen, gleiches Gewicht beigelegt werden konnte, so habe ich die, bei getrennter Behandlung der Differenzen $Aa'-Aa$ und $Aa-Aa''$ aus den Bedingungsgleichungen durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate hervorgehenden Producte vor ihrer Vereinigung zu Normalgleichungen mit $g = 1$, 1,5, 2, 2,5 multiplicirt, je nachdem die Anzahl der sämmtlichen an dem Abende gemachten Einstellungen des Sterns a, über und unter dem Nullpunkte zusammengenommen $= 6$, 8 oder 10, 12 und 16 war. Die den Beobachtungen selbst beigelegten Gewichte, $= \sqrt{g}$, verhalten sich also nahezu wie die Quadratwurzeln der Zahlen der gemachten Einstellungen, und als messende Gewichtseinheit ist eine Beobachtung angenommen, bei welcher der Unterschied der Entfernungen zweier Sterne drei Mal in einer Lage der Objectivhälfte gemessen ist.

			t	f	k	k'	k''	$2g$	$Aa'-Aa$	$(\Delta-\Delta')$	Fehler.	$Aa-Aa''$	$\Delta-\Delta''$	Fehler.
									R			R		
1850	Dec.	20	−0,530	−0,433	+0,862	−0,840	−0,906	2	0,3383	−0″36	−0″27	4,3234	−0″51	−0″35
		26	513	333	859	841	895	3	3459	+ 04	+ 13	3108	+ 16	+ 31
1851	Janr.	4	489	320	837	826	860	3	3453	+ 01	+ 10	3177	− 21	− 07
		7	481	983	824	816	843	2	3316	− 72	− 63	3273	− 72	− 60
		8	478	1,117	819	812	837	5	3454	+ 02	+ 11	3162	− 13	− 02
		9	475	1,330	814	809	830	2	3338	− 60	− 51	3222	− 45	− 34
		10	472	1,313	810	804	824	4	3462	+ 06	+ 15	3153	− 08	+ 02
		11	470	933	804	800	817	3	3508	+ 30	+ 39	3095	+ 22	+ 34
		15	459	883	780	779	787	4	3433	− 10	− 01	3157	− 11	+ 00
	Febr.	10	387	767	538	558	506	5	3441	− 06	+ 00	3165	− 15	− 11
	März	9	314	780	171	210	106	4	3483	+ 17	+ 18	3064	+ 39	+ 34
		10	311	720	157	196	091	4	3459	+ 05	+ 05	3189	− 28	− 32
		11	308	593	+ 142	− 182	− 075	4	3476	+ 13	+ 13	3146	− 05	− 10
	April	7	234	− 033	− 262	+ 213	+ 346	2	3470	+ 10	+ 04	3099	+ 20	+ 09
		9	229	+ 183	291	242	376	4	3480	+ 15	+ 08	3144	− 04	− 15
		10	226	267	305	256	390	5	3466	+ 08	+ 01	3095	+ 22	+ 10
		11	224	200	319	270	404	3	3422	− 15	− 28	3168	− 16	− 29
		12	221	200	332	283	419	3	3408	− 23	− 31	3246	− 57	− 70
		14	215	193	361	312	448	4	3536	+ 45	+ 37	2933	+1,08	+ 95
		15	213	150	374	325	461	4	3500	+ 26	+ 17	3091	+ 24	+ 11
		16	210	083	388	339	475	3	3374	− 41	− 50	3078	+ 32	+ 18
		17	207	+ 190	402	352	489	4	3498	+ 25	+ 16	3155	− 10	− 23
	Mai	2	166	− 200	590	542	675	2	3535	44	+ 32	3130	+ 04	− 15
		16	128	083	729	685	808	5	3510	31	+ 16	3122	+ 08	− 12
		18	122	047	746	703	824	4	3551	53	+ 37	3052	+ 45	+ 25
		20	117	− 050	762	720	838	4	3477	14	− 02	3145	− 04	− 24
		29	092	+ 200	823	785	892	4	3559	67	+ 40	3030	+ 57	+ 36
	Juni	3	078	450	849	815	913	4	3500	26	+ 08	3129	+ 04	− 16
		22	026	273	891	869	934	4	3474	12	− 08	3081	+ 30	+ 10
		30	004	473	882	866	914	5	3508	30	+ 10	3165	− 15	− 33
	Juli	1	−0,002	+0,400	−0,879	+0,865	+0,910	4	0,3501	+0,26	+0,07	4,3043	+0,50	+0,32

	t	f	k	k'	k''	$2g$	$Aa'-Aa$ R	$\Delta-\Delta'$	Fehler.	$Aa-Aa''$ R	$\Delta-\Delta''$	Fehler.
1851 Juli 7	+0,015	+0,333	−0,861	+0,851	+0,883	4	0,3447	−0″03	−0″22	4,3168	−0″16	−0″34
10	023	407	848	840	866	5	3498	+ 25	+ 05	3064	+ 39	+ 22
25	064	693	753	758	749	4	3412	− 21	− 40	3058	+ 42	+ 29
Aug. 8	102	620	622	638	598	4	3432	− 10	− 28	3090	+ 25	+ 16
10	108	667	600	618	573	4	3461	+ 05	− 12	3146	− 05	− 13
11	110	433	589	608	560	5	3481	+ 16	− 01	3100	+ 20	+ 11
13	116	400	566	586	535	4	3457	+ 03	− 14	3171	− 18	− 26
19	132	373	494	519	455	4	3449	− 01	− 17	3147	− 05	− 12
23	143	657	443	471	399	4	3407	− 24	− 39	3207	− 37	− 42
26	151	453	404	434	356	4	3536	+ 45	+ 30	3135	+ 01	− 03
Sept. 16	209	313	104	146	+ 034	4	3526	+ 40	+ 30	3086	+ 27	+ 30
22	225	393	− 009	+ 053	− 066	4	3456	+ 02	− 06	3086	+ 27	+ 32
28	242	333	+ 081	− 035	160	4	3477	+ 14	+ 07	3179	− 22	− 16
29	244	787	090	044	170	4	3391	− 32	− 39	3198	− 32	− 24
Octb. 2	253	647	141	094	222	4	3460	+ 05	− 01	3068	+ 36	+ 45
3	255	850	150	103	231	4	3419	− 17	− 23	3171	− 18	− 09
16	291	113	343	294	428	4	3418	− 17	− 20	3138	− 00	+ 11
22	307	+ 047	424	375	510	4	3390	− 33	− 33	3296	− 84	− 72
Dec. 12	447	− 133	851	822	905	4	3458	+ 04	+ 12	3147	− 06	+ 12
22	474	− 447	862	841	904	4	3449	− 01	+ 07	3091	+ 24	+ 40
1852 Janr. 6	+0,516	−0,277	+0,830	−0,821	−0,850	4	0,3483	+0,17	+0,26	4,3140	−0,02	+0,12

Die aus den Beobachtungen von $Aa'-Aa$ hervorgehenden Bedingungsgleichungen

$$0 = (\Delta-\Delta') + f(w-w') + (x-x') + \tfrac{1}{2}(k+k')(\pi-\pi') + (k-k')\pi_0 \;\ldots\ldots\; \text{Gewicht} = \sqrt{g}$$

geben mit Berücksichtigung des Gewichtes, und wenn die kleinen Grössen $(w-w')$ und $(\pi-\pi')$ unbestimmt gelassen werden für $(x-x')$ und π_0 die Normalgleichungen

$$0 = +\,6''88 + 3{,}45(w-w') - 0{,}195(\pi-\pi') + 99{,}50(x-x') - 23{,}52\,\pi_0$$

$$0 = -13{,}03 - 45{,}83(w-w') + 0{,}768(\pi-\pi') - 23{,}52(x-x') + 147{,}56\,\pi_0$$

woraus folgt .... $\pi_0 = +0''0803 + 0{,}317(w-w') - 0{,}005(\pi-\pi')$ ...... Gewicht = 142,0.

Ebenso ergeben sich aus den Beobachtungen von $Aa-Aa''$, wenn man der Kürze wegen $\frac{1}{2}(\pi+\pi'')$ durch π'_0 bezeichnet, die Normalgleichungen:

$$0 = +\,3''81 + 3{,}45(w-w'') + 0{,}370(\pi-\pi'') + 99{,}50(x-x'') - 24{,}62\,\pi'_0$$

$$0 = -15{,}31 - 44{,}99(w-w'') - 1{,}826(\pi-\pi'') - 24{,}62(x-x'') + 157{,}57\,\pi'_0$$

und ..... $\pi'_0 = +0''0949 + 0{,}291(w-w'') + 0{,}0115(\pi-\pi'')$ .... Gewicht = 151,5.

Mit Anwendung der von *Bessel* gegebenen Wärmeconstante $\xi = +0''0002$ erhält man hier $(w-w') = -10{,}5\,\xi = -0''002$, und $w-w'' = 129{,}3\,\xi = +0''026$. Ferner ergiebt sich aus den weiter unten folgenden Untersuchungen, wenn man auf eine mögliche Differenz der Parallaxen von a und a' Rücksicht nimmt $(\pi'-\pi) = (\pi''-\pi) = +1''17$, und durch die Substitution dieser Werthe folgt aus diesen Beobachtungen

$$\pi_0 = +0''0855 \pm 0''0183 \text{ und } \pi'_0 = +0''0892 \pm 0''0232.$$

Die ausserordentlich nahe Uebereinstimmung beider Werthe, ganz innerhalb der Gränze der wahrscheinlichen Fehler beweist also, dass die Beobachtungen durchaus **keine** Verschiedenheit zwischen π' und π'' andeuten und wir sind daher zu dem Schluss berechtigt, dass **die Parallaxen der Sterne a' und a'' einander gleich** sind.

§ 9.

Die Messungen von $Aa'-Aa$ und $Aa-Aa''$ besitzen nicht ganz gleiche Genauigkeit, was vielleicht daher rührt, dass die letztere Differenz schon beträchtlich grösser als erstere ist. Es geben nämlich die Quadrate der übrigbleibenden Fehler, multiplicirt mit den zugehörigen Werthen von g, für $Aa'-Aa$ die Summe 5″22, für $Aa-Aa''$ aber 8″98, und demgemäss die wahrscheinlichen Fehler einer zur Gewichtseinheit angenommenen Beobachtung für $Aa'-Aa = \pm 0''218$, für $Aa-Aa'' = \pm 0{,}286$. Die Berücksichtigung dieser verschiedenen Genauigkeit hat aber kein Interesse, da die Werthe von π'_0 und π_0, wie wir gesehen, schon ohne dies äusserst nahe übereinstimmen. Man kann daher die Einstellungen der Sterne a' und a'' ohne Weiteres zu einem Mittel vereinigen, und nun die, durch Vergleichung dieses Mittelwerthes mit den

Einstellungen von a (deren Anzahl eben so gross ist als die Summe der Einstellungen von a und a'), folgenden Werthe von $Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ und $Aa + \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ als die Resultate jedes Beobachtungsabends ansehen. Die aus der Differenz $Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ hervorgehenden Bedingungsgleichungen:

$$0 = (\Delta - \Delta_0) + f(w - w_0) + [k + \tfrac{1}{2}(k' + k'')]\, \tfrac{1}{2}(\pi - \pi') + (x - x_0) + [k - \tfrac{1}{2}(k' + k'')]\, \pi_0 \;\ldots\ldots\; \text{Gew.} = \sqrt{2g}$$

wo der Kürze wegen Δ_0, w_0, x_0 für $\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta'')$, $\frac{1}{2}(w' + w'')$ und $\frac{1}{2}(x' + x'')$ geschrieben, und $\pi' = \pi''$ angenommen ist, müssen natürlich für π_0 nahezu das Mittel der vorhin gefundenen Resultate, nämlich $\frac{1}{2}(\pi_0 + \pi'_0)$ geben. Da ich auch diese Rechnung wegen der theilweise dadurch gebotenen Controlle ausgeführt habe, so setze ich die gefundenen Normalgleichungen hierher. Man erhält nämlich:

$$0 = +10''82 + 6{,}90(w - w_0) + 0{,}175(\pi - \pi') + 199{,}00(x - x_0) - 48{,}22\,\pi_0$$
$$0 = -28{,}26 - 90{,}82(w - w_0) - 0{,}835(\pi - \pi') - 48{,}22(x - x_0) + 304{,}59\,\pi_0$$

woraus sich ergiebt:

$$\pi_0 = +0''0875 + 0{,}304(w - w_0) + 0{,}0027(\pi - \pi') \;\ldots\ldots\; \text{Gewicht} = 292{,}9$$

also, wenn $w - w_0 = 59{,}5\,\xi = +0''012$, $\pi - \pi' = -1''17$ gesetzt wird, folgt $\pi_0 = +0''0881$.

Die mit $2g$ multiplicirten Quadrate der übrigbleibenden Fehler geben die Summe $10''45$, also den wahrscheinlichen Fehler für die Gewichtseinheit $= \pm 0''308$, während er bei der vorhergehenden Behandlung im Mittel $= \pm 0''252$ gefunden wurde. Behält man $\pm 0''308$ als den wahrscheinlichen Fehler der Gewichtseinheit bei, so ist das Resultat der Beobachtungen vom Jahre 1851

$$\tfrac{1}{2}(\pi + \pi') = \tfrac{1}{2}(\pi + \pi'') = +0''088,\ \text{wahrscheinlicher Fehler} = \pm 0''0180$$

Obgleich in den vorhergehenden Rechnungen die Gewichte der Beobachtungen nicht ganz streng den Quadratwurzeln aus der Anzahl der Einstellungen proportional bestimmt sind, indem für $2g$ nur die nächste ganze Zahl angenommen ist, so scheint mir diese Berücksichtigung des Gewichtsverhältnisses doch ganz genügend, da das Resultat nur ganz unwesentlich geändert wird, wenn man allen Tagen gleiches Gewicht beilegt, also die Verschiedenheit der Anzahl der Einstellungen g a n z unbeachtet lässt. Ich habe ferner auch noch die im Jahre 1848 gemachten Messungen von $Aa' - Aa$ in ähnlicher Weise, wie die von 1851 berechnet, allein der daraus hervorgehende, zufällig mit dem vorhergehenden Resultate äusserst nahe übereinstimmende Werth $\pi_0 = +0''095$ scheint mir wegen seines geringen Gewichtes, welches, in der oben gewählten Einheit ausgedrückt, nur 4,7 beträgt, keiner besonderen Beachtung werth zu sein.

Der aus meinen Beobachtungen hervorgehende Werth von π_0 ist also nur halb so gross als der aus den *Schlüter*schen folgende; beide Bestimmungen besitzen, nach ihrem wahrscheinlichen Fehler zu urtheilen, gleiche Genauigkeit und weichen um $0''09$ von einander ab, während durch die wahrscheinlichen Fehler nur eine Differenz von $0''036$ gestattet wird. Um beide zu einem Resultate zu vereinigen, werde ich die Gewichte beider noch etwas genauer bestimmen. Für die von mir gemachten Beobachtungen ergab sich der wahrscheinliche Fehler von $Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa)$ für die Gewichtseinheit $= \pm 0''308$, also für eine vollständige Beobachtung, wie die oben aufgeführte von 1851 Mai 18, $= \pm 0{,}308\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm 0''154$; dagegen ist bei *Schlüter's* Beobachtungen der wahrscheinliche Fehler für $(Aa' - Aa)$ bei einer vollständigen Beobachtung oben $= \pm 0''132$ gefunden, also die Sicherheit dieser, aus 20 Einstellungen (10 Messungen) hervorgegangenen Differenz bei *Schlüter* etwas grösser als die Sicherheit meiner, aus 24 Einstellungen (6 Messungen von $Aa' - Aa$ und 6 Messungen von $Aa - Aa''$) bestehenden Beobachtungen von $Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$, was zum Theil wohl von der geringeren Sicherheit der grösseren Differenz $Aa - Aa''$ herrührt. Nimmt man an, dass die Quadrate der Fehler abnehmen, wie die Anzahl der Einstellungen wächst, und behält eine aus drei Messungen bestehende Beobachtung, deren wahrscheinlicher Fehler $= \pm 0''308$ ist, als Gewichtseinheit bei, so erhalten wir aus *Schlüter's* Beobachtungen den Fehler einer aus drei Messungen bestehenden Beobachtung $= \pm 0''132 . \sqrt{\frac{10}{3}} = \pm 0''241$; es müssen also die oben in § 7 gefundenen Gewichte, welche sich auf eine aus fünf Messungen bestehende Gewichtseinheit beziehen, mit $(\frac{308}{241})^2 \frac{5}{3} = 2{,}73$ multiplicirt werden, wenn sie auf die gewählte Einheit bezogen werden sollen; demnach erhalten wir als die Resultate der Beobachtungen der Entfernungsunterschiede:

Beobachtungen von 1843.	$Aa' - Aa$	$\pi_0 = +0''182 - 8{,}9\,\xi$	Gewicht $= 293$
„ „ 1851.	$Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$	$\pi_0 = +0{,}0875 + 18{,}1\,\xi - 0{,}0027(\pi' - \pi)$	„ $= 293$

Das aus beiden Beobachtungsreihen hervorgehende Resultat:

$$\pi_0 = +0''135 + 4{,}6\,\xi - 0{,}0014(\pi' - \pi)\ \ \text{Gewich 586,}\ \ \text{wahrscheinlicher Fehler}\ \pm 0''0127$$

kann also als völlig unabhängig, sowohl von dem Einfluss der Temperatur als von der Grösse $(\pi'-\pi)$ angesehen werden, indem beide nur noch eine kleine Aenderung in der dritten Decimale erzeugen würden.

Der Gang der vorhergehenden Untersuchungen wird am besten geeignet sein, anschaulich zu machen, wie der für π_0 gefundene Werth von den Bestimmungen der Entfernungen der Vergleichsterne von A und den mit derselben etwa verknüpften zufälligen oder periodischen Fehlern völlig unabhängig sein muss, und daher von dieser Seite her kein Zweifel gegen die Sicherheit desselben erhoben werden kann. Wenn auch die durch den wahrscheinlichen Fehler bedingten Gränzen für π_0, 0"122 und 0"148, zu eng sein werden, so kann man doch wohl mit ziemlicher Gewissheit annehmen, dass π_0 zwischen 0"1 und 0"2 liegt, und in beiden Beobachtungsreihen der positive Werth dieser Grösse mit Entschiedenheit hervortritt. Die Zahl 0"135 bezeichnet aber, wie gesagt, nur den Ueberschuss der Parallaxe von A über das Mittel der Parallaxen von a und a', oder a und a'', und verwandelt sich erst in eine Bestimmung der Parallaxe von A, wenn man die Annahme macht, dass $a\,a'a''$ keine merkbare Parallaxe haben, eine Voraussetzung, gegen deren Richtigkeit man um so mehr mistrauisch werden muss, je kleiner der mit genügender Sicherheit durch das Heliometer gegebene Werth von π_0 sich herausstellt. Setzt man die Parallaxe von $A = 0"135$, also die Entfernung dieses Sterns nahe drei mal grösser als die von 61 Cygni, so ist die Geschwindigkeit der Bewegung von A, (wenn letztere rechtwinklig gegen unsere Gesichtslinie liegt), mehr als achtmal so gross als die der Erde, indem derselbe jährlich 52 Erdbahnhalbmesser durchläuft, und in dieser Geschwindigkeit seit 60 Jahren keine merkliche Aenderung gezeigt hat. Soll diese Geschwindigkeit der Umlaufsbewegung um irgend ein anziehendes Gravitationscentrum zugeschrieben werden, so müsste man ebenso über die enorme Grösse der Bahn erstaunen, da selbst eine Länge von 3120 Erdbahnhalbmessern in derselben keine merkliche Krümmung enthalten, oder den Abstand des Sterns vom anziehenden Centrum nicht erheblich ändern kann, als über die ungeheure Anziehungskraft, die eine solche Bewegung zu bewirken im Stande ist. Solche Betrachtungen, obgleich sie nichts beweisen können, scheinen doch geeignet, die Annahme, dass keiner der Vergleichsterne eine für uns merkliche Parallaxe besitzen soll, sehr zweifelhaft zu machen, und es wird daher nothwendig zu prüfen, ob in den Beobachtungen der Summen der Entfernungen $Aa+Aa'$ und $Aa+\frac{1}{2}(Aa'+Aa'')$ sich eine darauf bezügliche Erscheinung kund giebt; diese Prüfung ist eben so unerlässlich für eine erschöpfende Behandlung der Beobachtungen, als von Interesse in Beziehung auf die bei dem Heliometer für grössere Entfernungen auftretenden Fehler. Ich gehe daher nun zu den Untersuchungen über, welche sich an die zweite der Gleichungen (5) in § 6 knüpfen.

§ 10.

Durch meine ältere Reduction der Beobachtungen von *Schlüter* ist bekannt, dass die Beobachtungen die Entfernung der Sterne a und a' von einander, welche damals fast genau $= Aa+Aa'$ war, im Sommer um etwa zwei Sekunden grösser ergaben als im Winter; meine neueren Beobachtungen haben diese Verschiedenheit vollständig und in gleicher Grösse bestätigt, und es scheint demnach zunächst wohl ausser Zweifel, dass dieselbe nicht zufällig, etwa durch Schätzungsfehler des Beobachters, entstanden sein kann, sondern ihre Ursache entweder im Instrumente oder in den Sternen selbst haben muss. Da die Extreme der Wirkung der Parallaxe, wie man aus den oben angeführten Werthen von k und k' ersieht, in die zweite Hälfte der Monate Juni und December, also ganz in die Nähe der Solstitien fallen, so kann eine solche Verschiedenheit ebensowohl durch eine Differenz der Parallaxen von a und a' als durch eine Einwirkung der Temperatur erzeugt werden. Wegen des Umstandes, dass beide genannte Ursachen eine jährliche Periode erzeugen, deren Extreme für beide ungefähr in dieselben Zeiten des Jahres fallen, treten in der Gleichung

$$0 = (\Delta+\Delta') + (x+x') + (k+k')\,\tfrac{1}{2}(\pi+\pi') + (k-k')\,\tfrac{1}{2}(\pi-\pi') + f(w'+w)$$

die Grössen $(w+w')$ und $(\pi+\pi')$ in eine wechselseitige Abhängigkeit von einander, so dass der Werth einer jeden derselben wesentlich durch den der anderen bedingt wird, und beide zugleich aus diesen Beobachtungen nicht mit Sicherheit bestimmt werden können. Obgleich nun der Einfluss der Temperatur schon von *Bessel* durch die Beobachtungen der Plejadensterne ermittelt ist, so scheint es mir doch zweckmässig zu untersuchen, was die Beobachtungen des *Argelander*'schen Sterns in Beziehung hierauf geben, wenn man die periodische Aenderung der Summe $(Aa+Aa')$ allein den Einwirkungen der Temperatur zuschreibt. Ich werde demnach die folgenden beiden Hypothesen auf die Beobachtungen anwenden, und prüfen, welche von beiden ihnen am besten zu entsprechen scheint.

I. Hypothese. Die Grösse $\pi'-\pi$ = Parallaxe von a — Parallaxe von a' ist $= 0$, und die Verschiedenheit zwischen Sommer und Winter rührt allein von der Temperatur her.

II. Hypothese. Der von *Bessel* gefundene Einfluss der Temperatur ist als richtig anzusehen, und jene Verschiedenheit die Folge einer Differenz der Parallaxen.

Wenden wir uns zunächst wieder zu *Schlüter's* Beobachtungen, so verwandelt sich für diese die Bedingungsgleichung wieder in die Form:

$$0 = (\Delta' + \Delta) + (x' + x) - k(\pi' - \pi) + f(w' + w)$$

ich ziehe es aber vor, statt dieser die ursprünglichen Gleichungen, aus deren Addition sie hervorgegangen ist, abzuleiten, indem ich die Entfernungen Aa und Aa' für sich getrennt behandele, da es doch einiges (wenn auch sehr geringes) Interesse hat zu sehen, was eine jede derselben, wenn die andere nicht beobachtet wäre, geben würde, und für die numerische Rechnung es hier ganz gleichgültig ist, ob wir den Werth von $\pi' - \pi$ aus den beobachteten Summen ableiten oder durch Subtraction der aus Aa und Aa', einzeln behandelt, folgenden Werthe von π und π' bestimmen.

Nach den Formeln (3) in § 3 haben wir für 1843,25

$Aa = 30{,}0280$	jährl. Aenderung		$+0{,}06116$	$=$	$+3''237$
$Aa' = 31{,}3635$	„	„	$-0{,}05888$	$=$	$-3{,}115$

Das nachfolgende Tableau enthält eine Zusammenstellung der Werthe von Aa und Aa', welche aus den in § 5 gegebenen Schraubenablesungen hervorgehen. Reducirt man diese, von Refraction schon befreieten Entfernungen auf 1843,25, corrigirt dieselben wegen Aberration, und subtrahirt sie von den eben gegebenen, aus den Formeln (3) berechneten Werthen, so erhält man die mit Δ und Δ' bezeichneten, in Sekunden ausgedrückten, Abweichungen, denen ich noch die bei Anwendung der Hypothese I. übrigbleibenden Feher hinzugefügt habe.

			Aa	Δ	Fehler.	Aa'	Δ'	Fehler.	Fehler der Summe. I.	Fehler der Summe. II.	Therm.
1842	Octb.	13	30,0080	−0″36	−0″61	31,3856	+0″36	+0″01	−0″60	−0″53	25°
		22	0105	− 40	− 43	3935	− 12	− 28	− 71	−1,11	31
	Nov.	15	29,9948	+ 67	+ 54	3707	+ 91	+ 55	+1,08	+ 61	26
	Dec.	21	30,0118	+ 11	+ 34	3762	29	+ 24	+ 59	− 64	37
		27	0074	+ 37	+ 55	3708	54	+ 44	+1,00	− 15	35
1843	Janr.	2	0162	− 06	− 43	3735	34	− 33	− 76	− 98	18
		3	29,9987	+ 88	+ 32	3589	1,10	+ 23	+ 55	+ 65	12
		13	30,0073	+ 50	+ 54	3636	75	+ 52	+1,06	+ 21	31
	Febr.	3	0184	+ 06	+ 17	3659	41	+ 31	+ 48	− 34	34
		15	0120	+ 48	+ 25	3581	70	+ 30	+ 55	+ 41	24
	März	3	0064	+ 88	+ 50	3509	91	+ 43	+ 93	+1,22	21
		8	0122	+ 61	+ 53	3577	49	+ 35	+ 88	+ 73	31
		9	0222	+ 08	− 12	3642	+ 14	− 13	− 25	− 18	27
		22	0305	− 28	− 42	3747	− 56	− 70	−1,12	− 97	30
		23	0221	+ 18	− 02	3606	+ 17	− 04	− 06	+ 21	28
		24	0153	+ 55	+ 29	3526	+ 59	+ 34	+ 62	+ 99	26
		26	0288	− 15	− 56	3709	− 40	− 80	−1,36	− 72	21
		28	0201	+ 33	+ 13	3620	+ 05	− 13	+ 00	+ 32	28
	April	19	0355	− 33	− 25	3641	− 29	− 05	− 29	− 17	39
		24	0262	+ 19	+ 15	3561	+ 08	+ 21	+ 37	+ 75	36
		25	0325	− 13	+ 14	3546	+ 15	+ 61	+ 75	+ 64	45
		28	0327	− 12	+ 28	3624	− 29	+ 31	+ 59	+ 30	49
		29	0289	+ 09	+ 37	3610	22	+ 26	+ 63	+ 55	46
	Mai	1	0301	+ 04	+ 29	3637	38	+ 08	+ 36	+ 35	45
		4	0355	− 22	− 32	3622	34	− 22	− 54	+ 04	34
		5	0316	− 01	− 15	3614	30	− 24	− 39	+ 29	33
		12	0327	− 01	− 06	3555	06	+ 14	+ 08	+ 66	36
		14	0410	− 43	− 61	3623	44	− 37	− 98	− 17	32
		15	0324	+ 03	− 06	3558	09	+ 07	+ 02	+ 68	35
		17	0368	− 18	− 16	3610	39	− 12	− 28	+ 24	39
		18	0343	04	+ 05	3614	42	06	01	+ 39	41
		19	0374	20	− 03	3618	45	01	04	+ 24	44
		20	0384	24	− 23	3617	46	17	40	+ 14	39
		21	0386	24	− 35	3628	52	36	71	+ 04	35
		22	0412	37	− 21	3672	77	32	53	− 22	44
	Juni	3	0557	1,03	− 13	3759	1,33	09	22	−1,06	67
		11	0489	60	− 12	3650	82	00	12	− 25	54
		17	0541	82	− 67	3719	1,23	75	1,42	− 99	44
	Aug	11	0645	80	− 17	3634	1,18	− 30	− 47	−1,07	58
		14	0503	02	+ 58	3553	76	+ 07	+ 64	+ 07	56
		26	30,0678	−0,82	+0,07	31,3602	−1,09	−0,01	+0,06	−1,13	65

Die aus diesen Beobachtungen hervorgehenden Gleichungen:

$$0 = \Delta + x + k\pi + f\omega$$
$$0 = \Delta' + x' - k\pi' + f\omega'$$

geben, nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt, die Normalgleichungen:

$$0 = -1''817 + 41{,}00\,x - 7{,}666\,\pi - 4{,}648\,\omega$$
$$0 = +6{,}713 - 7{,}666\,x + 14{,}855\,\pi - 5{,}093\,\omega$$
$$0 = -4{,}754 - 4{,}648\,x - 0{,}093\,\pi + 7{,}077\,\omega$$
$$0 = -4{,}937 + 41{,}000\,x' + 7{,}666\,\pi' - 4{,}648\,\omega'$$
$$0 = -12{,}138 + 7{,}666\,x' + 14{,}855\,\pi' + 5{,}093\,\omega'$$
$$0 = -7{,}084 - 4{,}648\,x' + 5{,}093\,\pi' + 7{,}077\,\omega'$$

Aus der Auflösung derselben folgt:

$$\omega = +0''546, \quad \pi = -0''232$$
$$\omega' = +0{,}682, \quad \pi' = +0{,}533$$

oder wenn man abwechselnd ω, ω' und π, π' unbestimmt lässt:

$$\omega = +0''757 + 0{,}910\,\pi$$
$$\pi = -0{,}475 + 0{,}444\,\omega$$
$$\omega' = +1{,}167 - 0{,}910\,\pi'$$
$$\pi' = +0{,}836 - 0{,}444\,\omega'$$

Das aus den letzten beiden Werthen hervorgehende Resultat, $\frac{1}{2}(\pi'+\pi) = +0''180 - 0{,}222(\omega'-\omega)$, stimmt natürlich mit dem oben aus den Messungen der Entfernungsunterschiede abgeleiteten überein, und als das Resultat der Messungen der Summe der Entfernungen erhalten wir:

$$(\omega+\omega') = 1841{,}7\,\xi = +1''924 - 0{,}910(\pi'-\pi) \quad \text{Gew.} = 6{,}55$$
$$(\pi'-\pi) = +1{,}311 - 0{,}444(\omega'+\omega) \quad \text{„} = 13{,}42$$

Setzt man der Hypothese I. gemäss $(\pi'-\pi) = 0$, so folgt $\xi = +0''001045$, also der Einfluss der Temperatur hier mehr als fünf mal so gross, wie der von *Bessel* aus den Plejadensternen hergeleitete; behält man dagegen *Bessel's* Werth, $\xi = +0''00020$, bei, so wird $(\pi'-\pi) = +1''148$. Ich habe in dem vorhergehenden Tableau in den mit „Fehler der Summen" überschriebenen Columnen die für die Hypothesen I. und II. in den Werthen von $(Aa+Aa')$ übrig bleibenden Fehler nebeneinander gestellt. Die Quadratsumme derselben wird für I. $= 17''89$, für II. $= 16''08$, also so nahe gleich für beide, dass hierdurch noch nicht genügend entschieden wird, welche von beiden Hypothesen vorzuziehen sei; jedoch erhält II. bereits ein kleines Uebergewicht. Nimmt man die Hypothese I. für die richtige, so ergiebt sich der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung von $Aa+Aa' = \pm 0''457$, und für die Grösse $(\omega+\omega')$, deren Gew. $= 6{,}55$ wird, $= \pm 0''179$, und demnach das Resultat $1000\,\xi = +1''045$, wahrsch. Fehler $= \pm 0''097$. *Bessel* giebt als das Resultat der Plejadensternmessungen $\xi = +0''0000037765$, mittl. Fehler $= \pm 0{,}000000667$; also $1000\,\xi = +0''200$, wahrscheinlicher Fehler $= \pm 0''024$; dieser wahrsch. Fehler ist jedoch zu klein ausgefallen, da die Beobachtungen der Plejadensterne ebenso angeordnet sind, wie die des *Argelander*'schen Sterns, indem stets mehrere, einander nahe gleiche Entfernungen gleichzeitig gemessen sind, also eigentlich nur eine derselben und ihr Unterschied von den übrigen. Solche gleichzeitig gemessene Entfernungen besitzen also dieselbe Abhängigkeit von einander, wie hier die Entfernungen Aa und Aa', und können also eigentlich nur als eine Entfernung betrachtet werden, welche durch eine grössere Anzahl von Einstellungen gefunden ist, während *Bessel* die Beobachtungen so berechnet hat, als ob jede der Entfernungen, unabhängig von den übrigen, direct durch eine entsprechende Verschiebung der Objectivhälfte gemessen wäre. Nimmt man aber demgemäss auch den wahrscheinlichen Fehler der Bestimmung von ξ etwa drei mal so gross an, was wohl das Maximum sein würde, $= \pm 0''072$, so ist die Sicherheit des *Bessel*'schen Resultates dennoch grösser als bei dem aus *Schlüter's* Beobachtungen gefundenen Werthe, die Sicherheit beider aber wenigstens so gross, dass die grosse Differenz zwischen ihnen nicht anders erklärt werden könnte, als durch die Annahme, dass der Einfluss der Temperatur im Jahre 1843 ein ganz anderer und viel grösser gewesen wäre als früher. Das positive Zeichen von ξ beweist aber ferner, dass der Winkelwerth einer Revolution bei wachsender Temperatur abnimmt, also, wie schon *Bessel* erwähnt, die Brennweite eine stärkere Einwirkung erleidet als die Schraube, ein Resultat, welches *Biot*, (Astr. physiq. 3^{me} édit. II. p. 220) mit seinen analytischen Betrachtungen unvereinbar fand. Bezeichnet man die Brennweite des Heliometers durch φ, die Länge einer Schraubenwindung durch u, beides in Pariser Linien ausgedrückt, durch r den Winkelwerth einer Revolution in Secunden ausgedrückt, so ergiebt sich aus der Gleichung $u = \varphi\ tang\ r$, wenn man $tang\ r^3$ vernachlässigt,

$$d\varphi = cotang\ r\ du - \varphi\frac{dr}{r};$$

nach *Bessel's* Angaben (Astr. Unters. I. p. 144) ist $u = 0^{L}2908$, $\varphi = 1134^{L}134$, $r = 52''892$. Ist nun, wie die Beobachtungen von 1843 ergeben, $\xi = +0''001045$, so ist, wenn die Temperatur um 60° Fahr. wächst, (ungefähr die zwischen den Beobachtungen von Sommer und Winter stattfindende Differenz), $dr = -0''0627$, also $-\varphi\frac{dr}{r} = +1^{L}347$. Setzt man ferner den Ausdehnungs-Coefficienten des Stahls für eine Temperaturänderung von 180° Fahr. $= 0{,}00108$, so wird für eine Zunahme der Temperatur um 60° $du = +0^{L}0000105$, u. $cotg\,r\,du = +0^{L}0408$; mithin müsste die ganze Aenderung der Brennweite, für ein Wachsen der Temperatur von 60° Fahr. sein: $d\varphi = +0^{L}041 + 1^{L}347 = 1^{L}388$. Bei den *Schlüter*'schen Beobachtungen

von 1843 wäre also die Brennweite des Heliometers um 1,39 Linien im Sommer grösser gewesen als im Winter, d. h. um mehr als ein Tausendstel ihrer Länge, während bei den Plejadensternen diese Aenderung noch nicht ein fünftel so gross sich gezeigt hat.

§ 11.

Obgleich das in physikalischer Beziehung höchst unwahrscheinliche, wo nicht unmögliche Resultat schon geeignet scheint, das Uebergewicht für die Hypothese II. wesentlich zu vermehren, so kann doch durch *Schlüter*'s Beobachtungen allein nicht entschieden werden, welche die richtigere sei, da beide sich den Beobachtungen nahe gleich gut anschliessen; dagegen tritt die Unhaltbarkeit der Hypothese I. in den von mir 1851 gemachten Beobachtungen unverkennbar hervor, wie ich sogleich zeigen werde.

Die nur in einer Lage der Objectivhälfte gemachten Messungen können hier nicht mit zugezogen werden und sind deshalb ausgeschlossen; den übrigen habe ich gleiches Gewicht beigelegt, da der Unterschied, ob sechs oder acht Einstellungen von a gemacht sind, zu unbedeutend ist, um berücksichtigt zu werden. Ferner habe ich die Entfernungen Aa' und Aa'' zu einem Mittelwerth $\frac{1}{2}(Aa'+Aa'')$ vereinigt, um dadurch eine Grösse zu erhalten, welche mit Aa, in Beziehung auf die Anzahl der Einstellungen, gleiches Gewicht besitzt: zu einer solchen Zusammenziehung war ich um so mehr berechtigt, da oben die getrennte Behandlung der Differenzen $Aa-Aa'$ und $Aa-Aa''$ keine Verschiedenheit zwischen den Sternen a' und a'' angedeutet hatte, also $\pi' = \pi''$ genommen werden darf.

Nach den Formeln (3) in § 3 ist für 1851,50

$$Aa = 30{,}5481 \quad \text{jährl. Aenderung} = +0{,}06490^{R}$$

$$\tfrac{1}{2}(Aa'+Aa'') = 28{,}5639 \quad \text{„} \quad \text{„} = -0{,}06542$$

In dem nachfolgenden Tableau sind wieder die aus den, von Refraction schon befreiten Ablesungen der Schraube folgenden Werthe von Aa und $\frac{1}{2}(Aa'+Aa'')$ aufgeführt; reducirt man diese mit den angegebenen Aenderungen auf 1851,50, befreit sie von Aberration, und subtrahirt sie von den für 1851,5 gefundenen Werthen, so ergeben sich, in Sekunden ausgedrückt, die Zahlen Δ und $\frac{1}{2}(\Delta'+\Delta'')$. Die unmittelbar daneben befindlichen Fehler beziehen sich hier auf die Hypothese II., während in den mit „Fehler der Summe" überschriebenen Columnen wiederum die Fehler für beide Hypothesen nebeneinander gestellt sind.

			Aa	Δ	Fehler.	$\frac{1}{2}(Aa'+Aa'')$	$\frac{1}{2}(\Delta'+\Delta'')$	Fehler.	Fehler der Summe I.	Fehler der Summe II.	Therm.
			R			R					
1850	Dec.	20	30,5214	−0″28	−0″81	28,5980	+0″14	−0″51	−0″51	−1″32	27°
1851	Janr.	4	5174	+ 05	− 45	5949	+ 15	− 46	− 04	− 91	30
		8	5145	+ 24	− 40	5914	+ 29	− 44	− 60	− 84	7
		10	5042	+ 80	+ 13	5812	+ 81	+ 06	+ 27	+ 19	1
		15	5011	+1,01	+ 43	5747	+1,10	+ 44	+1,24	+ 87	14
	Febr.	10	5151	+ 46	+ 03	5793	+ 56	+ 09	+ 28	+ 12	17
	März	9	5228	+ 24	− 01	5847	− 04	− 26	− 55	− 27	17
		10	5283	− 05	− 28	5824	+ 07	− 13	− 66	− 41	18
		11	5337	− 32	− 52	5903	− 36	− 53	−1,23	−1,05	22
	April	9	5342	− 14	+ 02	5809	− 19	+ 07	− 02	+ 10	46
		10	5340	− 12	+ 06	5820	− 26	+ 02	+ 01	+ 08	48
		14	5290	+ 18	+ 37	5871	− 58	− 26	− 08	+ 11	46
		15	5377	− 28	− 08	5860	− 52	− 21	− 53	− 29	45
		17	5425	− 51	− 29	5867	− 59	− 25	− 78	− 53	46
	Mai	16	5451	− 41	− 08	5810	− 58	− 07	− 98	− 15	38
		18	5467	− 48	− 13	5876	− 96	− 42	−1,38	− 55	39
		20	5440	− 32	+ 04	5759	− 35	+ 19	− 62	+ 23	39
		29	5420	− 13	+ 30	5804	− 68	− 06	− 49	+ 25	46
	Juni	3	5546	− 75	− 25	5834	− 89	− 20	−1,04	− 45	54
		22	5439	+ 01	+ 48	5669	− 19	+ 50	+ 22	+ 98	48
		30	5576	− 63	− 12	5752	− 69	+ 02	− 70	− 11	54
	Juli	1	5596	− 73	− 23	5828	−1,10	− 41	−1,29	− 64	52
		7	5590	− 63	− 16	5710	− 52	+ 15	− 69	− 01	50
		10	5574	− 52	− 04	5761	− 83	− 15	− 79	− 19	52
		25	5487	+ 11	+ 60	5579	+ 02	+ 67	+ 99	+1,27	61
	Aug.	8	5652	− 59	− 18	5691	− 68	− 13	− 49	− 31	59
		10	30,5605	−0,34	+ 07	28,5622	−0,33	+0,21	+0,16	+0,27	60

	Aa	Δ	Fehler.	$\frac{1}{2}(Aa'+Aa'')$	$\frac{1}{2}(\Delta'+\Delta'')$	Fehler.	Fehler der Summe I.	Fehler der Summe II.	Therm.
	R			R					
1851 Aug. 11	30,5551	−0″04	+0″31	28,5598	−0″21	+0″28	+0″32	+0″60	53°
13	5604	− 30	+ 04	5595	− 21	+ 26	+ 04	+ 30	52
19	5592	− 17	+ 13	5571	− 13	+ 29	+ 21	+ 41	51
23	5748	− 94	− 62	5661	− 63	− 20	− 75	− 82	60
26	5615	− 21	+ 06	5618	− 43	− 07	− 04	− 01	54
Sept. 16	5705	− 44	− 35	5653	− 77	− 63	− 76	− 98	49
22	5659	− 13	− 07	5551	− 28	− 19	+ 13	− 26	52
28	5584	+ 34	+ 34	5417	+ 39	+ 40	+1,19	+ 74	50
29	5722	− 38	− 30	5501	− 06	+ 02	+ 53	− 28	64
Octb. 2	5560	+ 54	+ 54	5426	+ 31	+ 33	+1,63	+ 87	59
3	5715	− 30	− 24	5506	− 12	− 07	+ 61	− 31	66
16	5660	+ 14	− 03	5422	+ 22	+ 02	+ 59	− 01	43
22	5601	+ 52	+ 29	5248	+1,10	+ 82	+1,77	+1,11	41
Dec. 12	5646	+ 79	+ 31	5219	+ 79	+ 20	+1,53	+ 52	36
22	5547	+1,40	+ 86	5108	+1,28	+ 63	+2,29	+1,49	27
1852 Janr. 6	30,5715	+0,64	+0,15	28,5214	+0,55	−0,04	+0,99	+0,11	32

Schreibt man wieder der Kürze wegen Δ_0, x_0, w_0 für $\frac{1}{2}(\Delta'+\Delta'')$, $\frac{1}{2}(x'+x'')$, $\frac{1}{2}(w'+w'')$, so folgen aus diesen Beobachtungen die Bedingungsgleichungen:

$$0 = \Delta + x + k\pi + fw$$
$$0 = \Delta_0 + x_0 + \tfrac{1}{2}(k'+k'')\pi' + fw_0$$

welche zu folgenden Normalgleichungen führen:

$$0 = -\ 2''680 + 43{,}00\,x - 5{,}699\,\pi + 3{,}335\,w$$
$$0 = +\ 9{,}802 - 5{,}699\,x + 16{,}329\,\pi - 9{,}284\,w$$
$$0 = -\ 6{,}453 + 3{,}335\,x - 9{,}284\,\pi + 12{,}163\,w$$
$$0 = -\ 5{,}401 + 43{,}00\,x_0 + 5{,}723\,\pi' + 3{,}335\,w_0$$
$$0 = -13{,}099 + 5{,}723\,x_0 + 16{,}672\,\pi' + 9{,}238\,w_0$$
$$0 = -\ 7{,}275 + 3{,}335\,x_0 + 9{,}238\,\pi' + 12{,}163\,w_0$$

Die Auflösung derselben ergiebt:

$$\pi = -0''534,\quad w = +0''128,$$
$$\pi' = +0{,}777,\quad w_0 = +0{,}002,$$

oder wenn man wieder abwechselnd w, w_0, und π, π' unbestimmt lässt:

$$w = +0''525 + 0{,}743\,\pi$$
$$w_0 = +0{,}576 - 0{,}739\,\pi'$$
$$\pi = -0{,}607 + 0{,}568\,w$$
$$\pi' = +0{,}778 - 0{,}553\,w_0$$

Da $w = 916{,}5\,\xi$, $w_0 = 856{,}9\,\xi$ ist, so ergiebt sich durch Addition der beiden letzten Ausdrücke $\frac{1}{2}(\pi'+\pi) = \pi_0 = +0''086 + 23{,}3\,\xi$, also äusserst nahe dasselbe Resultat, welches oben mit Berücksichtigung der unvollständigen Beobachtungen und des verschiedenen Gewichtes gefunden wurde. Ferner ergiebt sich als das Resultat der Messungen von $Aa + \frac{1}{2}(Aa'+Aa'')$

$$w + w_0 = 1773{,}4\,\xi = +1''101 - 0{,}741(\pi'-\pi) \quad \text{Gew. } 11{,}9$$
$$\pi'-\pi = +1{,}385 - 994{,}4\,\xi \quad \text{„ } 15{,}7$$

Soll nun die Hypothese I die richtige, also $\pi'-\pi = 0$ sein, so wird $\xi = +0''00062$, und man erhält die vorhin angeführten, mit I überschriebenen übrigbleibenden Fehler der Summe beider Entfernungen, welche nichts weniger als eine **befriedigende** Darstellung der Beobachtungen anzeigen, indem von April bis September entschieden die negativen Fehler, in den übrigen Monaten die positiven vorherrschen. Die Quadratsumme dieser Fehler wird $= 32''64$, mithin der wahrscheinliche Fehler des aus diesen Beobachtungen folgenden Werthes für die Grösse $1000\,\xi = \pm 0''098$, also ebenfalls die Bestimmung von ξ noch nicht so sicher als die *Bessel*'sche. Behält man dagegen, der Hypothese II. gemäss, das Resultat der Plejadensterne, $1000\,\xi = 0''20$, bei, so wird $\pi'-\pi = +1''186$, fast genau übereinstimmend mit dem aus *Schlüter*'s Beobachtungen unter dieser Voraussetzung folgenden Werthe, $\pi'-\pi = +1''148$; die Quadratsumme der in $Aa + \frac{1}{2}(Aa'+Aa'')$ übrigbleibenden Fehler wird **nun** bedeutend kleiner, nämlich $= 17''16$, also beinahe nur **halb** so gross, und schon ein Blick auf die für beide Hypothesen zusammengestellten Fehler zeigt, wie viel besser die Annahme II. sich den Beobachtungen anschliesst, indem nicht nur die Zeichen der Fehler weit mehr wechseln, sondern auch nur fünf Fehler vorkommen, welche grösser als eine Sekunde sind, während bei der Hypothese I. deren neun vorkommen, und ausserdem sogar einer grösser als zwei Sekunden wird. Die Hypothese II. schliesst sich also den Beobachtungen hier so bedeutend viel besser an, dass die Unhaltbarkeit der Annahme $(\pi'-\pi) = 0$, und das **Vorhandensein einer ziemlich beträchtlichen Parallaxe des Vergleichsterns** a **dadurch als bewiesen** angesehen werden kann.

Unter Anwendung der Hypothese II. gaben *Schlüter*'s Beobachtungen für $(\pi'-\pi)$ das Gewicht $= 13{,}42$; die

Quadratsumme der Fehler = 16"08, also den wahrscheinl. Fehler einer Beobachtung von $(\Delta a' + \Delta a) = \pm 0''433$, und für $\pi' - \pi$ den wahrscheinl. Fehler $= \pm 0''118$; für meine Beobachtungen wird das Gewicht von $(\pi' - \pi) = 15{,}7$, die Quadratsumme der Fehler = 17"16, also der wahrsch. Fehler einer Beobachtung von $\Delta a + \frac{1}{2}(\Delta a' + \Delta a'') = \pm 0''436$, für $(\pi' - \pi)$ aber $= \pm 0''110$. Man erhält also aus den Beobachtungen von

Schlüter $\pi' - \pi = +1''148$ wahrsch. Fehler $\pm 0''118$
Wichmann $\pi' - \pi = +1{,}186$ „ „ $\pm 0{,}110$

der aus beiden Bestimmungen folgende Werth $\pi' - \pi = +1''17$ kann daher wohl als eine ziemlich genäherte Kenntniss dieser Grösse angesehen werden, da sein wahrsch. Fehler, $= \pm 0''081$, noch nicht $\frac{1}{14}$ der gefundenen Zahl beträgt.

§ 12.

Da es nicht meine Absicht sein kann, das so eben abgeleitete interessante Resultat, dass die Parallaxe von a um 1"17 grösser ist als die der Sterne a' und a'', in einem zu günstigen Lichte darzustellen, zugleich aber auch nicht gehörig begründetes Misstrauen gegen dasselbe wo möglich verhindert werden muss, so ist es vielleicht nicht überflüssig, wenn ich noch einige Betrachtungen, welche sich für oder gegen seine Richtigkeit anführen lassen hinzufüge. Die, durch die von *Schlüter* und mir gemachten Beobachtungen und deren Discussion unwiderlegbar, und mit grosser Uebereinstimmung beider Beobachtungsreihen, gegebenen Thatsachen sind folgende:

1) In den beobachteten Unterschieden der Entfernungen $\Delta a' - \Delta a$ und $\Delta a'' - \Delta a$ zeigt sich eine kleine periodische Aenderung, welche so beschaffen ist, dass sie durch die Annahme, die Parallaxe von A sei um 0"135 grösser als das Mittel der Parallaxen von a und a', eine genügende Erklärung findet.

2) Eine bei weitem stärkere, und mit relativ grösserer Sicherheit hervortretende, periodische Aenderung zeigt sich in den beobachteten Summen der Entfernungen, oder kürzer gesagt in der Entfernung der beiden Sterne a und a' oder a und a'', und dieselbe ist so beschaffen, dass sie durch die Annahme, die Parallaxe von a sei um 1"17 grösser als die von a' und a'', vollständig, durch die Einwirkung der Temperatur auf das Heliometer aber nicht erklärt werden kann.

3) Die bei Anwendung der genannten Annahmen übrigbleibenden Fehler sind bei den Summenmessungen merklich grösser als bei den Differenzmessungen; das Verhältniss des wahrscheinlichen Fehlers einer Differenzbeobachtung zu dem einer Summenmessung ist bei *Schlüter*'s Beobachtungen $= \frac{0.132}{0.433}$, bei den meinigen $= \frac{0.144}{0.436}$, also etwa wie 1 : 3.

Gegen diese Resultate der Rechnungen lassen sich keine Einwendungen erheben; etwa zu äussernde Zweifel können sich daher nur an die Frage knüpfen, ob dadurch die Richtigkeit der aus den Beobachtungen in Beziehung auf Parallaxe gefolgerten Schlüsse als bewiesen angesehen werden muss, oder ob dieselben Erscheinungen auch durch irgend eine andere, mindestens eben so wahrscheinliche Annahme sich befriedigend erklären lassen. Der Umstand, dass die Fehler der Summe der Entfernungen grösser sind als die der Differenz, beweist, dass bei grösseren durch das Heliometer gemessenen Distanzen Fehlerquellen vorhanden, welche, vom Beobachter unabhängig, dem Instrumente zuzuschreiben sind; sie können möglicherweise von Unregelmässigkeiten in der durch die Schraube bewirkten Verschiebung der Objetivhälfte, von Aenderungen der Brennweite, von der Stellung des Oculars, oder irgend einer anderen Ursache herrühren, was einstweilen unentschieden bleiben mag. Wenn nun die aus solchen Quellen entstehenden Fehler, ausser den zwischen naheliegenden Beobachtungen vorkommenden, oft nicht unbedeutenden, kein Gesetz befolgenden Sprüngen, noch einen periodischen Gang annehmen, und zwar von der Beschaffenheit, dass die durch die Schraube bewirkte Verschiebung im Sommer kleiner oder die Brennweite grösser als im Winter ist, und die Extreme dieser Periode in die Nähe der Solstitien fallen: dann ist allerdings die nothwendige Folge, dass die beiden Entfernungen Δa und $\Delta a'$ für π und π' zwei nahezu gleiche aber entgegengesetzte Werthe liefern und demnach auch die beobachteten Entfernungen aa' sich so verhalten müssen, als ob a eine beträchtliche Parallaxe hätte. Allein was berechtigt uns zu der Annahme periodisch wirkender Fehlerquellen, und welche andere Ursache, als allenfalls die Temperatur, könnte eine solche periodische Aenderung in den Theilen des Heliometerapparates erzeugen, welche bei zwei verschiedenen Beobachtern in zwei, durch einen achtjährigen Zeitraum getrennten Beobachtungsreihen in ganz gleicher Weise auftritt? Eine Abhängigkeit der Fehler von der Stellung des Instrumentes tritt bei weitem nicht entschieden genug hervor, und ist auch an und für sich höchst unwahrscheinlich. Will man aber die Temperatur, welche zwar nicht ganz ohne Einfluss sein wird, als die alleinige Ursache jener Periodizität aufstellen, so geräth man, wie meine Rechnung nachweist, nicht nur in einen bedeutenden Widerspruch mit *Bessel*'s früheren Resultaten, müsste also noch die Annahme hinzufügen, dass der Temperatureinfluss zu verschiedenen Zeiten ein ganz anderer sein könne, sondern erlangt auch für die Beobachtungen von 1851 durchaus keine genügende Darstellung und überdies ein so beträchtliches Wachsen der Brennweite bei zunehmender Temperatur, dass schon aus physikalischen

Gründen die Richtigkeit dieser Erklärung der periodischen Aenderung von $(Aa + Aa')$ weit weniger wahrscheinlich wird, als das Vorhandensein einer beträchtlichen Parallaxe von a aus astronomischen Gründen plausibel scheint. Es ist in der That der Fall, dass a uns näher steht als der Stern A, um so mehr eben so wahrscheinlich als der entgegengesetzte, je kleiner die Parallaxe von A ausfällt, und wenn bis jetzt auch nur bei α Centauri eine Parallaxe nachgewiesen ist, welche die Grösse einer Sekunde erreicht, so ist doch gewiss kaum zu bezweifeln, dass wir vielleicht viele Sterne finden würden, deren Parallaxe grösser als eine Sekunde ist, wenn die Bestimmung einer Parallaxe nicht so zeitraubend wäre, und eine Genauigkeit erforderte, die nur wenige Instrumente zu gewähren im Stande sind. Die Kleinheit der bisher geprüften Parallaxen der helleren Fixsterne kann uns beweisen, dass wir die uns nächsten Sterne nicht grade unter den hellsten zu suchen haben, und die Zahl dieser untersuchten Sterne ist im Vergleich zu den übrigen so gering, dass für einen einzelnen Stern die Unmerklichkeit seiner Parallaxe eben nicht wahrscheinlicher ist als eine messbare Grösse derselben. Bedenkt man nun ferner noch, dass die Heliometerbeobachtungen durch die gemessenen Entfernungsunterschiede mit einer Sicherheit, die nicht bezweifelt werden kann, nachweisen, dass die Parallaxe von A nur unbedeutend grösser ist als das Mittel der Parallaxen von a und a', dass also, wenn letztere $= 0$ sind, dadurch auch der Stern A in eine Entfernung gerückt wird, welche wegen der dadurch bedingten (wie oben in § 9 gezeigt ist) ungeheueren Geschwindigkeit seiner Bewegung, unseren Vorstellungen jedenfalls viel unwahrscheinlicher erscheint als der Fall, dass der eine der Vergleichsterne näher als A steht, so kann man wohl nicht mehr daran zweifeln, dass die aus den Beobachtungen so unzweideutig hervorleuchtende Differenz zwischen den Parallaxen der Sterne a und a' nicht scheinbar und illusorisch, sondern wirklich vorhanden sein muss. Durch die Annahme derselben erhält man nicht allein eine unsern Vorstellungen besser entsprechende Entfernung des Sterns A, von welcher die früher von *Faye* gefundene nicht mehr so beträchtlich und unerklärlich abweicht, und stösst gleichzeitig nicht auf unlösbare Widersprüche in Beziehung auf die Einwirkung der Temperatur auf das Heliometer, sondern erlangt auch, was gewiss wesentlich ist, eine völlig befriedigende Darstellung der Beobachtungen, die auf andere Weise nicht zu erreichen ist. Dagegen würde durch die Annahme, dass die in der gemessenen Entfernung unleugbar vorhandene periodische Aenderung nicht von der Parallaxe des Sterns a, sondern vom Instrumente herrührt, ausser den anderen Unwahrscheinlichkeiten auf welche diese Voraussetzung führt, auch auf das, durch *Bessel* so berühmt gewordene Heliometer der schwere, durchaus nicht gerechtfertigte Vorwurf gewälzt, dass bei demselben periodische Fehler von merklicher Grösse vorkommen, dies Instrument also zu Untersuchungen über Parallaxe ganz unbrauchbar sein müsse. Eine solche, weder durch die Erfahrung, noch durch ihre innere Wahrscheinlichkeit begründete, und daher ganz willkührliche Voraussetzung muss aber als ganz unstatthaft zurückgewiesen werden, und könnte nur dann eine Berücksichtigung verdienen, wenn, was wegen der grossen Entfernung von a und a' gewiss sehr schwer halten würde, durch andere Beobachtungen das Nichtvorhandensein der Parallaxe von a mit viel grösserer Sicherheit nachgewiesen wird, als diese Heliometer-Beobachtungen die Existenz derselben beweisen.

Ich bin ursprünglich selbst von der Annahme, dass die Differenz der Parallaxen der Vergleichsterne als unmerklich angesehen werden könnten, ausgegangen und habe diese in meinen Untersuchungen so lange aufrecht zu halten gesucht, bis ich durch die Rechnung von ihrer Unhaltbarkeit und von dem Vorhandensein der Parallaxe von a überzeugt wurde, und da mir die befriedigende Harmonie der beiden Beobachtungsreihen mit der oben durch II. bezeichneten Hypothese ein genügender Beweis für die Richtigkeit derselben zu sein scheint, so glaube ich die folgenden Punkte als die unzweideutigen Ergebnisse der Beobachtungen aufstellen zu können:

1) Aus den Messungen der Differenzen der Entfernungen folgt:
Parallaxe von $a'' =$ Parallaxe von a'
Parallaxe von $A = \frac{1}{2}$ (Parallaxe von a + Parallaxe von a') $+0''135 \pm 0''0127$.

2) Aus den Messungen der Summe der Entfernungen:
Parallaxe von $a =$ Parallaxe von $a' + 1''17 \pm 0''081$.

3) Aus der Verbindung dieser beiden Resultate
Parallaxe von $A =$ Parallaxe von $a' + 0''72 \pm 0''0425$.

Die Parallaxe von a' und a'' kann hier natürlich nicht ermittelt werden, da durch mikrometrische Messungen nur Unterschiede zwischen den Parallaxen der verglichenen Sterne bestimmt werden. Da aber kein Grund vorhanden ist, den Parallaxen von a' und a'' eine merkbare Grösse beizulegen, vielmehr die beträchtliche Differenz zwischen ihnen und der Parallaxe von a die Kleinheit jener sehr wahrscheinlich macht, so ist es am meisten plausibel, sie $= 0$ zu setzen und wir erhalten dann:

Parallaxe von $a = 1''17$ Parallaxe von $A = 0''71$

also die dadurch bedingte Geschwindigkeit der Bewegung von A noch nicht doppelt so gross, als die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, indem der jährlich von A zurückgelegte Weg $= 10$ Erdbahnhalbmessern ist, wenn seine Bewegung rechtwinklig gegen unsere Gesichtslinie liegt.

§ 13.

In Beziehung auf den Umstand, dass die Fehler der beobachteten Entfernungsunterschiede merklich kleiner sind als die der Messungen der Summe (woraus zugleich, wie schon oben in § 6 gezeigt ist, vermöge der Anordnung der Beobachtungen nothwendig folgt, dass die daraus abgeleiteten Entfernungen selbst immer nahezu gleiche Fehler zeigen müssen), scheint es mir zweckmässig, noch einige Notizen und Betrachtungen über die durch das Königsberger Heliometer gewährte Genauigkeit und die Natur der Fehler hinzuzufügen. Da die Messungen der Summe und Differenz der Entfernungen aus denselben Ablesungen der Schraube, nur anders combinirt, hervorgehen, so kann ihre ungleiche Genauigkeit nicht von zufälligen Fehlern der Einstellungen, sondern nur von der ungleichen Grösse der zu ihrer Ermittelung nothwendigen, und unter sich unabhängigen Verschiebungen der Objectivhälfte durch die Schraube herrühren, und es folgt daraus, dass grössere Distanzen durch das Heliometer nicht mehr mit derselben absoluten Genauigkeit als kleinere gemessen werden können, d. h., dass die Fehler bei Heliometermessungen im Allgemeinen mit den Entfernungen wachsen. Dieselbe Thatsache lässt sich schon aus der von *Bessel* (Astronom. Unters. I. p. 214—221) gegebenen Zusammenstellung der Beobachtungen der Plejadensterne nachweisen; man erhält nämlich für die verschiedenen Sterne:

Stern.	Grösse.	Entf. $= s$ (R)	mittl. Feht. $= \nu$	Anz. d. Beob.
d	5	20,9	0"266	28
f	4.5	26,3	302	29
h	5.6	26,5	282	29
s	7.8	28,2	370	28
c	5	31,3	356	34
l	7.8	36,3	363	27
k	7.8	39,1	353	30
b	4.5	40,5	326	40
e	5	43,0	498	35
g	5.6	43,4	0,482	31

Aus diesen Zahlen geht unzweideutig hervor, dass der mittlere Fehler einer Beobachtung ν zugleich mit der Entfernung s wächst, und zwar, wie es scheint, zwischen 20 bis 45 Revolutionen, ungefähr den Distanzen proportional, wenigstens nicht schneller. Die Beobachtungen des *Argelander*schen Sterns geben den mittleren Fehler für die Entfernung von $30^R = 0''322$; nach *Bessel*'s Angabe (Astr. Unters. I. 222) ist der mittlere Fehler einer Beobachtung der Plejadensterne $= 0''383$, und gehört etwa zu einer Entfernung von 34^R. Nehmen wir demgemäss für eine Distanz von $32^R = 1692''$, $\nu = 0''353$, so ergiebt sich für solche Entfernungen die relative Genauigkeit, wenn wir darunter das Verhältniss der Entfernung s zu dem mittleren Fehler einer Beobachtung derselben, $\frac{s}{\nu} = \lambda$, verstehen, $\lambda = 4793$, d. h. der mittlere Fehler beträgt hier etwa $\frac{1}{4800}$ der zu messenden Grösse, eine Genauigkeit die unter den Mikrometerapparaten vielleicht nur das Heliometer zu liefern im Stande ist. Eine ähnliche, nicht minder zuverlässige Bestimmung von λ für kleinere Entfernungen ergiebt sich aus den Beobachtungen von 61 Cygni; *Bessel* giebt (Astr. Nachr. Nr. 402) für den Vergleichstern *a* dessen Entfernung $= 8^R8 = 466''$ ist $\nu = 0''155$; für den Stern *b*, bei welchem $s = 13^R3 = 704''$, $\nu = 0''184$, also folgt aus beiden für $s = 11^R05 = 585''$, $\nu = 0''170$, und demgemäss $\lambda = 3441$, mithin die relative Genauigkeit für diese kleineren Entfernungen schon merklich geringer. Es geht hieraus genügend hervor, dass, wenn auch die Fehler mit den Entfernungen wachsen, durch diese Zunahme nicht den Entfernungen proportional, sondern langsamer vor sich geht, also die relative Genauigkeit für grössere Distanzen grösser wird als für kleinere. Man kann sich daher die Fehler der Heliometermessungen als aus zwei Theilen zusammengesetzt vorstellen; der eine derselben entspringt aus den zufälligen Schätzungsfehlern des Beobachters bei den Einstellungen und ist, abgesehen von erschwerenden Umständen, (schlechte Luft, unbequeme Stellung, Lichtschwäche der Sterne u. s. w.), bei ein und demselben Beobachter für alle Entfernungen ungefähr constant, für grössere vielleicht etwas geringer, weil bei diesen die Schätzung der Coïncidenz durch Drehung des Positionskreises leichter wird, als bei kleinen nur wenige Minuten betragende Distanzen; der zweite in der Natur des Instrumentes begründete Theil des Fehlers ist dagegen den Entfernungen proportional, tritt daher bei grösseren Distanzen hauptsächlich hervor und wird bei kleineren durch die zufälligen Schätzungsfehler in den Hintergrund gedrängt. Bezeichnen wir jenen ersten constanten Theil durch ν_0, letzteren durch βs, so ist der mittl. Fehler $\nu = \sqrt{(\nu_0^2 + \beta^2 s^2)}$. Aus den beiden vorhin für $s = 585''$ und $s = 1692''$ abgeleiteten Werthen der entsprechenden mittl. Fehler, $\nu = 0''170$ und $\nu = 0''353$, ergiebt sich $\nu_0 = 0''125$ und $\beta = 0,0001946$ oder $\beta = \frac{1}{5134}$; mithin der Ausdruck des mittleren Fehlers einer Heliometerbeobachtung für die Entfernung s:

$$\nu = \sqrt{\left(0''0156 + \left(\frac{s}{5134}\right)^2\right)}$$

Nach dieser Formel berechnet erhalten wir z. B. folgende mittl. Fehler für die verschiedenen Entfernungen nebst den zugehörigen Werthen von λ:

s		ν	λ
0^{R}	= 0"	ν = 0"125	λ = 0
5	= 265	135	1958
10	= 529	162	3265
15	= 793	199	3986
20	= 1058	241	4389
25	= 1322	286	4623
30	= 1587	333	4766
35	= 1851	382	4846
40	= 2116	431	4909
45	= 2380	480	4959

eine Tafel, welche sich in der That den bisher am Heliometer gemachten Beobachtungen nahe genug anzuschliessen scheint.

Der als constant angesehene Schätzungsfehler ν_0 ist natürlich nicht unabhängig von der Anzahl der Wiederholungen jeder Einstellung, sondern, wenn wir diese durch n bezeichnen, den mittleren Fehler einer einzelnen Einstellung durch e, und annehmen, dass der Fehler des Mittels mehrerer Einstellungen abnimmt wie die Quadratwurzel ihrer Anzahl wächst, so ist $\nu_0 = \frac{e}{\sqrt{n}}$. Der vorhin berechnete Werth ν_0 = 0"125 beruht auf den Beobachtungen von 61 Cygni, des *Argelander*schen Sterns und der Plejadensterne; bei ersteren ist jede Einstellung 6 oder 8 mal wiederholt, bei dem *Argel.* Stern 5 oder 6 mal, bei den Plejaden 3 mal, und da bei den grösseren Entfernungen die Wiederholung der Einstellung weniger zur Verkleinerung von ν beiträgt als bei kleineren, so werden wir ν_0 = 0,125 etwa als den mittleren Fehler eines aus vier Einstellungen hervorgegangenen Mittels ansehen können, d. h. e = 0"125 $\sqrt{4}$ = 0"250, also den mittleren Fehler einer einzelnen Einstellung nach den von *Bessel*, *Schlüter* und mir gemachten Beobachtungen = 0"250.

Die Grösse der zufälligen Schätzungsfehler lässt sich auch noch direct durch die Uebereinstimmung wiederholter Einstellungen, wenigstens ungefähr, beurtheilen. Aus Beobachtungen bei denen fünf Einstellungen zu einem Mittelwerthe vereinigt wurden, ergaben sich folgende Werthe der durchschnittlichen Abweichung einer einzelnen Einstellung von dem Mittel aus allen fünf.

Bessel	Beob.	von α Bootis	Abweichung = $0^{R},00386$	Anzahl der Einst. = 75
Schlüter	„	des *Argel.* Sterns	00284	400
———	„	von α Capricorni	00280	100
Wichmann	„	von α Capricorni	00263	100
———	„	des *Argel.* Sterns	00388	680

Die letzte Zahl bei den von mir gemachten Beobachtungen des *Argel.* Sterns ist aus den Abweichungen abgeleitet, welche bei je 4, 5 und 6 zu einem Mittelwerth vereinigten Einstellungen vorkommen; es ergaben nämlich für meine Messungen:

160	Einstellungen, je	4	zu einem Mittelwerth vereinigt die Abweichung =	0,00352
160	———	5	——— „ ——— „ ———	00413
360	———	6	——— „ ——— „ ———	00391

Man sieht aus den vorhin angeführten Zahlen, dass *Schlüter* bei seinen Beobachtungen eine Uebereinstimmung der Einstellungen untereinander erreicht hat, welche nicht nur die von mir, sondern auch die von *Bessel* erreichte übertrifft, ein Umstand, der auch durch die Plejadensterne bestätigt wird, bei denen ich aus je drei zu einem Mittel vereinigten Einstellungen die durchschnittl. Abweichung für *Bessel* = $0^{R},00287$, für *Schlüter* = $0^{R},00266$ erhielt. Die Verschiedenheit, welche sich zwischen meinen Beobachtungen von α Capricorni und denen des *Argel.* Sterns zeigt, rührt wahrscheinlich daher, dass viele Messungen des letzteren in der Dämmerung gemacht sind, wo die Vergleichsterne sehr matt erschienen, andere dagegen wieder bei sehr unbequemer Stellung, während bei α Capricorni beide erschwerende Umstände nicht vorhanden waren.

Nach dem Vorhergehenden sind wir wohl berechtigt, die durchschnittl. Abweichung einer einzelnen Einstellung von dem durch fünfmalige Wiederholung sich ergebenden Mittel zwischen die Gränzen 0,0025 und 0,0040 zu setzen, also im Mittel etwa = $0^{R},00325$ = 0"172; will man danach auf den mittleren Fehler einer einzelnen Einstellung schliessen, so darf nicht übersehen werden, dass der mittl. Fehler stets etwas grösser ist als die durchschnittliche Grösse der Fehler, und dass die Fehler der Einstellung durch Vergleichung mit ihrem Mittel nothwendig zu klein werden, um so mehr zu klein, je kleiner die Anzahl der zu einem Mittel zusammengezogenen Einstellungen ist. Aus beiden Gründen muss also die Zahl 0"172 vergrössert werden und der oben abgeleitete mittlere Fehler einer einzelnen Einstellung, = 0"25, scheint daher auch durch die Uebereinstimmung gleichartiger Einstellungen nahezu bestätigt zu werden, wenn man überhaupt von der inneren Harmonie einer Beobachtung auf den Fehler ihres Gesammtresultates zu schliessen berechtigt ist. Man könnte nun auch für ν die Formel $\nu = \sqrt{(\frac{1}{n}e^2 + \beta^2 s^2)}$ aufstellen, allein ich glaube, dass sich die darin enthaltene Voraussetzung, dass der Fehler des Mittels mehrerer Einstellungen abnimmt, wie die Quadratwurzel der Anzahl derselben wächst, in

der Wirklichkeit wohl fast niemals sich bestätigt, und gebe daher der oben abgeleiteten Formel $v = \sqrt{\left(0''0156 + \left(\frac{s}{5134}\right)^2\right)}$ den Vorzug, welche zunächst für eine durch vier oder fünfmalige Wiederholung der Einstellungen erhaltene Beobachtung gilt, allein auch noch bei einer beträchtlich grösseren Anzahl der Einstellungen, selbst für kleinere Entfernungen, meistens nahe zutreffen wird.

§ 14.

Die vorhergehenden Betrachtungen werden einigermaassen geeignet sein, die Grösse der, bei heliometrischen Messungen der Entfernungen zweier Sterne, vorkommenden Fehler und das allmählige Wachsen derselben für grössere Distanzen in so weit zu beleuchten, als dies durch die seitherige Erfahrung am Königsberger Heliometer geschehen kann. Es fragt sich nun, welches die Quelle der den Entfernungen proportional wachsenden Fehler sein könne? Meiner Ansicht nach können nur die folgenden drei Ursachen vorhanden sein: 1) anomale Aenderungen in der Brennweite des Objectivs, die jedoch wohl aus physikalischen Gründen kaum annehmbar sind: 2) Unregelmässigkeiten in der durch die Schraube wirklich bewirkten Verschiebung der Objectivhälfte; 3) die Stellung des Oculars.

Was den zweiten Punkt betrifft, so lässt sich wohl schon a priori mit Gewissheit annehmen, dass die durch eine gewisse Anzahl von Umdrehungen der Schraube (stets an derselben Stelle des Index genommen), erzeugte Verschiebung niemals in aller Strenge genau dieselbe sein wird, da der von der Schraube zu überwindende Widerstand unter verschiedenen Umständen sehr verschieden sein kann. Verhärtung des Oels, Staub, durch ungleiche Ausdehnung der verschiedenen Metalle in den Theilen des Apparates entstehende Spannungen, und ähnliche Ursachen können und werden nicht ganz ohne Einfluss auf die durch die Schraube wirklich erzeugte lineare Verschiebung der Objectivhälfte sein, und bewirken, dass diese etwas um die durch Ablesung des Index gegebene Grösse variirt. Betragen diese kleinen Schwankungen für das Königsberger Heliometer im Mittel $\frac{1}{3000}$ der Verschiebung selbst, gewiss eine sehr geringe Grösse, die z. B. bei einer Entfernung von 30^R nur 0,00175 Pariser Linien beträgt, so würden dadurch die den Entfernungen proportional wachsenden Fehler erklärt werden können.

Die dritte Ursache der fraglichen Fehler, die vielleicht die einfachste Erklärung darbietet, auf welche auch schon *W. Struve* *) hinweist, kann in der Stellung des Oculars liegen. Wenn die beiden Objectivhälften so gestellt sind, dass die Bilder zweier Sterne, deren Entfernung $= s$ ist, in der Brennpunktsebene genau coincidiren, und das Ocular um die Grösse h von der Stellung abweicht, welche es haben muss, wenn das (als unveränderlich gedachte) Auge des Beobachters das in der Brennpunktsebene Befindliche deutlich sehen soll, so sieht letzteres eine Ebene deutlich, welche die Axen der von den Objectivhälften ausgehenden Lichtkegel in zwei Punkten durchschneiden, deren Entfernung von einander $= h \sin s$ ist. Wenn also das Auge die Bilder der Sterne in die Axen der Lichtkegel selbst versetzt, so wird der Beobachter, um nun eine Coincidenz zu sehen, die Objectivhälfte noch um $h \sin s$ verschieben müssen, d. h. den Fehler $\frac{h \sin s\, r}{u} = \frac{h}{\varphi} s$ begehen, wenn durch φ wieder, wie oben, die Brennweite, durch u die Grösse einer Schraubenwindung, durch r ihr Winkelwerth bezeichnet wird, und h und φ in Pariser Linien ausgedrückt sind. Da für das Königsberger Heliometer $\varphi = 1134$ ist, so ist für eine Entfernung von $32^R = 1692''$ der erzeugte Fehler $= h\ 1''49$, mithin würde eine Verschiebung von 0,67 Linien schon einen Fehler von einer Sekunde erzeugen. Diese Fehler sind allerdings den Entfernungen proportional, aber in der hier abgeleiteten Grösse sind sie nur vorhanden, wenn das Auge des Beobachters als unfähig, sich verschiedenen Stellungen des Oculars zu accommodiren, angesehen wird. Sind die Variationen in der Stellung des Oculars nicht grösser, als dass sich das Auge ihnen ungezwungen und unwillkürlich accommodirt, so müssen die Fehler natürlich kleiner ausfallen und würden sogar ganz verschwinden, wenn das Auge sich dem Ocular stets so vollständig anschmiegt, dass es nur die Bilder da auffasst, wo sie den kleinsten Durchmesser zeigen, also am schärfsten erscheinen, d. h. in der Brennpunktsebene. Ich habe neuerlich versucht, diesen Einfluss der Stellung des Oculars direct durch Messungen zu prüfen, indem ich den Stern α Delphini in die Mitte des Doppelsterns γ Delphini einstellte, und das Ocular (175fache Vergrösserung, wie bei meinen Beobachtungen des *Argeland.* Sterns), nach beiden Seiten hin soweit verschob, dass die geringere Schärfe der Bilder anfing merklich zu werden; ich erhielt so folgende, auf je 6 Einstellungen beruhende Ablesungen der Schraube II., während I. auf 2,000 gestellt, und das Ocular in der Heliometeraxe befindlich war.

		Schraube II.	Entfernung.
	L	R	R
(1)	$h =$ 0,0	117,5937	115,5937
(2)	$h =$ −0,33	117,5493	115,5493
(3)	$h =$ +0,32	117,6133	115,6133
(4)	$h =$ 0,0	117,5883	115,5883

Es bezeichnet hier $h = 0$ die Stellung des Oculars, bei welcher mir die Bilder am deutlichsten schienen, und ein

*) Compt. rendus Vol. 26 pag. 71.

negativer Werth von h eine Verschiebung desselben, durch welche der Abstand zwischen Objectiv und Ocular verringert wird; die durch die Verschiebung des Oculars erzeugte Aenderung der gemessenen Distanz soll dann $= + \frac{h}{\varphi} s$ sein. Die Beobachtung ergab also für das Herausziehen des Oculars zwischen den Messungen (2) und (3) um $0^L 65$ eine Vergrösseruug der Distanz um 0,0640 = 3"38; die Entfernung der Sterne beträgt nahezu 6120", erreicht also beinahe die Gränze, bei welcher Sterne durch das Königsberger Heliometer noch zur Coïncidenz gebracht werden können; die Verschiebung des Oculars soll hier demnach den Fehler $h \cdot 5''39$, also für $h = 0,67$ eine Aenderung von 3"61 erzeugen, was nahe genug mit der beobachteten Differenz übereinstimmt. Obgleich diese einzelne Beobachtung nicht hinreicht, den Einfluss der Stellung des Oculars gehörig zu ermitteln, so geht doch das Vorhandensein von Fehlern, welche aus dieser Quelle entspringen, daraus unverkennbar hervor, und wenn man auch annehmen will, dass sie durch das Accommodationsvermögen des Auges theilweise compensirt werden, so können sie doch wahrscheinlich nicht ganz aus den Beobachtungen verschwinden.

Mag nun die eine oder die andere der genannten Ursachen hauptsächlich zur Entstehung der den Entfernungen proportional wachsenden Fehler beitragen, so scheint es doch unmöglich, aus einer derselben periodische Fehler mit einiger Wahrscheinlichkeit herzuleiten, welche so beschaffen wären, dass dadurch die bei den Beobachtungen des *Argelander*schen Sterns in den Summen der Entfernungen nachgewiesene jährliche Periode erklärt würde. Die Annahme periodischer, mit der Temperatur in keinem engen Zusammenhange stehender Aenderungen der Brennweite von der hier erforderlichen Grösse, wäre in der That eine nicht zu rechtfertigende Willkühr; eine zwischen Winter und Sommer stattfindende Differenz, in der durch die Schraube bewirkten Verschiebung könnte, wenn sie Statt finden sollte, wohl nur so beschaffen sein, dass letztere im Winter wegen des grösseren Widerstandes kleiner als im Sommer, mithin die abgelesenen Entfernungen im Winter grösser als im Sommer wären, während die Beobachtungen das Gegentheil ergeben; und endlich ist auch die Voraussetzung, dass *Schlüter* und ich, beide in gleicher Weise, das Ocular um die Zeit des Wintersolstitiums durchschnittlich zu tief eingeschoben, zur Zeit des Sommersolstitiums um ebensoviel zu weit ausgezogen haben, zumal da ich, nach *Bessel*'s Vorschrift, das Ocular an jedem Abende, wie es meinem Auge am besten zusagte, eingestellt habe, so ganz unwahrscheinlich, wenn nicht unmöglich, dass man wenigstens eine weit ungezwungenere, und völlig genügende Erklärung der periodischen Aenderungen durch die Annahme einer Parallaxe des Sterns a erhält.

§ 15.

Nach diesen Untersuchungen über die Fehler bei heliometrischen Messungen, kehre ich nochmals zu der Parallaxe des *Argelander*'schen Sterns zurück, um das Resultat der Heliometermessungen mit den früheren Bestimmungen zu vergleichen. Die jetzt von mir gefundene Parallaxe 0"72, welche nicht eine Wiederlegung, sondern Vervollständigung der früher aus *Schlüter*'s Beobachtungen berechneten 0"18 ist, liegt fast genau in der Mitte zwischen den von *Faye* und *Peters* gegebenen Werthen 1"08 und 0"226, bietet also zwischen beiden wenigstens ein vermittelndes Resultat dar. *Faye* hat, so viel ich weiss, die Details seiner Beobachtungen und Untersuchungen bisher nicht publicirt; nach den von ihm der Pariser Akademie gemachten Mittheilungen (Comptes rendus Tom 23. p. 1080) ist aber die Uebereinstimmung seiner Beobachtungen mit der Theorie so bewunderungswürdig, dass, danach allein zu urtheilen, kaum noch ein Zweifel gegen die Richtigkeit der Parallaxe 1"08 möglich ist, und dass schon in Beziehung auf astronomische Beobachtungskunst die vollständige Mittheilung der Beobachtungen gewiss von hohem Interesse gewesen wäre. Der Fall, dass bei einer astronomischen Beobachtungsreihe durch Einführung einer unbekannten Grösse, welche nur eine Bogensekunde beträgt, die Quadratsumme der Fehler neun und zwanzig mal kleiner als bei Vernachlässigung derselben wird, steht gewiss bisher einzig in seiner Art da, und die Beobachtungsmethode, durch welche eine solche Genauigkeit erlangt wird, verdiente gewiss die höchste Beachtung, da eine so vollständige Harmonie zwischen Theorie und Beobachtung selbst für das Heliometer als unerreichbar anzusehen ist. Unter solchen Umständen hätte es in der That nur einer Fortsetzung der Beobachtungen *Faye*'s und der detaillirten Publikation seiner Beobachtungen bedurft, um die Parallaxe 1"08 über jeden Zweifel zu erheben. Gegenwärtig, da keine der übrigen Beobachtungsreihen eine grössere oder ebenso grosse Parallaxe ergeben, und das Heliometer genügend bewiesen hat, dass eine beträchtliche Parallaxe des *Argelander*'schen Sterns nur dann möglich ist, wenn der durch a bezeichnete Vergleichstern uns noch näher steht als A, scheint die von *Faye* gefundene Zahl doch jedenfalls zu gross zu sein, was vielleicht daher rührt, dass die einzelnen Beobachtungstage zu Gruppen vereinigt sind. Wäre bei den Heliometer-Beobachtungen A nur mit a' und a'', deren Parallaxen, wie wir gesehen, als gleich anzusehen sind, verglichen, so hätten, mit Anwendung der *Bessel*schen Wärmeconstante, *Schlüter*'s Beobachtungen die Parallaxe

von $A = 0''75$, die meinigen $= 0''68$ ergeben, und man würde darin eine genügende Bestätigung der merklichen Grösse dieser Parallaxe gefunden haben. Der durch Hinzuziehung des Sterns *a* entstandene Widerspruch der Heliometerbeobachtungen gegen *Faye's* Resultat, klärt sich nun genügend auf durch die in meinen obigen Untersuchungen so unverkennbar nachgewiesene Verschiedenheit der Parallaxe der Sterne *a* und *a'* oder *a''*, und sollten die Heliometerbeobachtungen, allein betrachtet, noch Zweifel gegen die beträchtliche Parallaxe von *a* übrig lassen, so ist gewiss die von *Faye* angestellte Beobachtungsreihe wesentlich geeignet, die Existenz derselben im hohen Grade wahrscheinlich zu machen.

Die von *Peters* aus seinen Beobachtungen gefundene Parallaxe $0''226$ zeigt schon durch ihren beträchtlichen wahrscheinlichen Fehler, $= \pm 0''141$, dass eine merklich grössere sehr wohl möglich ist; die Beobachtungsreihe, aus der diese Bestimmung abgeleitet wurde, ist in der That, trotz ihrer bewunderungswürdigen Genauigkeit, nicht geeignet ein sicheres Resultat in Beziehung auf die Parallaxe zu liefern. Unter den 48 Beobachtungen sind nämlich nur zwei vorhanden, bei denen der Coefficient der Parallaxe negativ ist, und unter den 46 positiven Coefficienten liegen wiederum 41 zwischen 0,6 und 0,7, sind also so gut wie constant. Diese höchst ungünstige Vertheilung der Beobachtungen (entstanden durch die Unmöglichkeit den Stern bei Tage zu beobachten) ist die Ursache des grossen wahrsch. Fehlers der Parallaxe, und es treten dadurch in den Final-Gleichungen (*Peters*, Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes pag. 123) die Grössen ξ''' und y''' wechselseitig in solche Abhängigkeit untereinander, dass nicht beide zugleich genügend bestimmt werden können.

Setzt man für ν''', w''', p''' die in den §§ 70, 71, 75 der genannten Abhandlung gegebenen Werthe, und $s = 0$, so sind die Endgleichungen:

$$0 = -5{,}065 + 47{,}250\,\xi''' + 26{,}915\,y'''$$
$$0 = -3{,}573 + 26{,}915\,\xi''' + 18{,}374\,y'''$$

in denen y''' die Parallaxe, ξ''' eine Correction der Deklination etc. bezeichnet. Man erhält daraus $\xi''' = -0''022$, $y''' = +0''226$, oder, wenn eine der beiden Grössen unbestimmt bleibt,

$$y''' = +0''195 - 1{,}465\,\xi'''$$
$$\xi''' = +0{,}107 - 0{,}570\,y'''$$

Die aus dieser wechselseitigen Abhängigkeit entstehende Unsicherheit wird am anschaulichsten, wenn man verschiedene Werthe von y''' den Beobachtungen anpasst, und die Quadratsumme $= \Sigma$, der übrigbleibenden Fehler aufsucht.

Setzt man nämlich

die Parallaxe $y''' =$	$0''226$,	so ist $\xi''' =$	$-0''022$	und $\Sigma = 5''98$
——— ———	0,726	———	$-0{,}307$	——— 6,76
——— ———	1,080	———	$-0{,}508$	——— 8,25

Man sieht also, dass selbst die Annahme der *Faye'schen* Parallaxe die kleinste Quadratsumme nur um etwas mehr als ein Drittel ihrer Grösse vermehrt, und unter den bei dieser Parallaxe übrigbleibenden Fehlern der Beobachtungen ist nur ein einziger, (Dec. 7, Fehler $= -1''08$) welcher die Grösse einer Sekunde erreicht. Die von mir gefundene Parallaxe $0''72$ ist offenbar noch sehr gut mit der Beobachtungsreihe von *Peters* vereinbar, und stellt dieselbe nur ganz wenig schlechter dar als die Parallaxe $0''226$; die Aenderungen, welche die übrigbleibenden Fehler dadurch erleiden ($\Delta\nu = \Delta\xi''' + s\Delta y'''$), sind nämlich bei 42 Beobachtungen kleiner als $0''06$, bei einer einzigen (Nov. 17, $\Delta\nu = -0''57$) grösser als $0''5$, und überhaupt so beschaffen, dass im Ganzen nur bei drei Beobachtungen (Nr. 23, 24, 25) der Fehler um eine Grösse geändert wird, welche den wahrsch. Fehler einer Beobachtung $= 0''246$, übersteigt.

Es bleibt nun noch die zuletzt gemachte Bestimmung der Parallaxe des *Argelander'schen* Sterns durch *Otto Struve* zu betrachten übrig; dieselbe gründet sich auf eine in den Jahren 1848 und 1849 angestellte Beobachtungsreihe, bei welcher *A* mit zwei Sternen in Deklination am Filarmikrometer verglichen wurde, von denen der eine der oben durch *a''* bezeichnete war. *O. Struve* giebt als das Resultat seiner Beobachtungen und Rechnungen $\pi = +0''034 \pm 0''029$, betrachtet aber diese Zahl nicht als eine genäherte Bestimmung des wahren Werthes der Parallaxe, weil sie nur wenig grösser ist als ihr wahrscheinlicher Fehler, sondern folgert nur aus seinen Untersuchungen, dass man 12 gegen 1 wetten könne, dass π kleiner als $0''1$ sein müsse. Da dieser Schluss hauptsächlich auf dem berechneten wahrscheinl. Fehler beruht, der so oft unser Urtheil täuschen kann, so schien mir derselbe noch einer strengeren Kritik zu bedürfen, um den Werth dieses Resultates in das rechte Licht zu setzen.

Meiner Ansicht nach lassen sich hauptsächlich zwei Einwendungen gegen die Arbeit von *O Struve* erheben, von denen die eine sich auf die Methode der Beobachtungen, die zweite auf die Behandlung derselben bezieht. *Struve* hat nämlich den festen Faden seines Mikrometers nicht genau auf den vorgehenden Stern gerichtet, sondern östlich vom Meridian etwas südlich, westlich vom Meridian etwas nördlich von demselben, und nun abgewartet, bis der Stern, dessen Bewegung vermöge der Aenderung der Refraction dem Faden nicht genau parallel war, von diesem bei seinem Hin- und Herzittern zum ersten Mal halbirt wurde. Der feste Faden ist demnach gleichsam auf die Gränze der Zone gestellt, in welcher der vorgehende Stern durch die Undulationen der Refraction hin- und herschwingt, und da der vorgehende Stern auch stets der nördlichere war, so sind östlich vom Meridian

die Deklinationsunterschiede, absolut genommen, stets zu klein, westlich vom Meridian stets zu gross gemessen; der bewegliche Faden wurde nämlich immer genau auf den folgenden Stern selbst gerichtet in dem Augenblicke, wo dieser sich in der Mitte der von ihm durch das Gesichtsfeld beschriebenen Sehne befand. Man begreift nun, dass auf diese Weise der Fehler des beobachteten Deklinationsunterschiedes von der Grösse der Undulationen abhängig ist, und da die deshalb nothwendige Correction unbekannt ist und erst aus den Beobachtungen bestimmt werden muss, so werden diese dadurch in Beziehung auf die Ermittelung der Parallaxe, wie wir sogleich sehen werden, in ihrem innersten Wesen gefährdet. *Struve* nimmt den Fehler für alle Messungen constant an, so dass er nur auf verschiedenen Seiten des Meridians entgegengesetztes Zeichen hat, obgleich es wohl mehr als wahrscheinlich ist, dass er sich sowohl mit der Höhe des Sterns als mit der Beschaffenheit der Luft ändern wird.

Der zweite Einwurf bezieht sich darauf, dass *Struve* die Messungen mit beiden Vergleichsternen zusammengezogen hat, ohne geprüft zu haben, was ein jeder derselben, für sich allein behandelt, ergiebt. Beide Beobachtungsreihen sind in so fern ganz unabhängig von einander, als bei jedem Sterne die Schraube wieder auf den Coïncidenzpunkt zurückbewegt, und das Instrument fortgerückt, also wieder von vorne angefangen wurde. Ein Zusammenziehen solcher Beobachtungen kann nur dann gestattet sein, wenn dadurch wesentlich an Genauigkeit gewonnen wird, wie z. B. wenn die Differenz der Deklinationsunterschiede viel genauer ausfällt als die Unterschiede selbst, und selbst dann wäre eine getrennte Discussion nicht überflüssig gewesen, weil man ja nicht wissen kann, ob die Parallaxe der Vergleichsterne einander gleich gesetzt werden dürfen, und die relative Genauigkeit der beiden Deklinationsunterschiede hier gewiss nicht ohne weiteres einander gleich angenommen werden darf, da der eine sechs mal so gross als der andere ist, und der in Deklination entferntere Stern auch in Rectascension bedeutend weiter von *A* absteht. Ich habe deshalb die Beobachtungen einer getrennten Behandlung in Beziehung auf die beiden Vergleichsterne unterworfen und werde die Resultate meiner Rechnungen hier anführen, indem ich zugleich die von *Struve* in seiner Abhandlung gebrauchten Bezeichnungen beibehalte.

§ 16.

Der von *Struve* eingeschlagene Weg der Rechnung kommt im Wesentlichen darauf hinaus, dass nicht die Werthe von Δa und Δb selbst, sondern die Differenz dieser Deklinationsunterschiede, (ihre algebraische Summe), als das Resultat der Beobachtung eines Abends angesehen sind; er würde vollständig mit diesem letzteren Verfahren identisch sein, wenn die Grösse $C-(\Delta ab)$ nicht im Verhältniss von 2 zu 3, sondern ganz gleich auf Δa und Δb vertheilt wäre. Die in Tableau V auf der rechten Seite des $=$ stehenden Zahlen sind in der That nichts anderes als $\frac{1}{2}(\Delta b + \Delta a + 141''451) + \frac{1}{10}(C-(\Delta ab))$, und der zweite auf die Beobachtung von Δa gegründete Weg führt natürlich zu einem zweiten mit dem ersten völlig identischen Systeme von Bedingungsgleichungen, weil

$$\begin{aligned}\Delta b \mp 0''085 + \tfrac{2}{5}(C-(\Delta ab)) + 170''940 \\ = \Delta a \pm 0{,}085 - \tfrac{3}{5}(C-(\Delta ab)) - 29{,}500\end{aligned}$$

sein muss, bietet also nur theilweise eine Controle der Rechnung dar. Die Grösse $\frac{1}{10}(C-(\Delta ab))$ beträgt im Maximum nur $0''1$ und befolgt durchaus kein Gesetz, wie es scheint; es ist daher ersichtlich, dass der Werth von π nur ganz unerheblich geändert werden kann, je nachdem man den von *Struve* eingeschlagenen Weg befolgt, oder, auf $C-(\Delta ab)$ gar keine Rücksicht nehmend, (wodurch dann zugleich die Correction $\pm 0''085$ ganz überflüssig wird), nur die Differenz der Deklinationsunterschiede unverändert, ohne diese jedenfalls sehr hypothetische Verbesserung anwendet. Meine Rechnung ergab aus den ungeänderten Werthen von $\frac{1}{2}(\Delta b + \Delta a + 141''45)$ die Parallaxe $\pi = +0''012$; was man also gegen die Zweckmässigkeit der von *Struve* seinen Beobachtungen hinzugefügten Correctionen einwenden könnte, wird deshalb gleichgültig, weil der Einfluss dieser Correctionen bei der von *Struve* gewählten Berechnungsart auf das Endresultat sehr unbedeutend ist, mithin diese selbst ziemlich gleichgültig sind.

Es ist nun aber auch in der That durchaus kein Grund für die Zusammenziehung der Beobachtungen vorhanden; vielmehr bietet der Umstand, dass zwei Vergleichsterne benutzt sind, so dass man auf zwei von einander unabhängigen Wegen zur Bestimmung von π gelangen kann, einen beträchtlichen Vortheil dar, der nicht aufgeopfert werden darf, wenn nicht wichtige Gründe das Verschmelzen beider Messungsreihen nothwendig machen. Geht man von den in Tableau IV enthaltenen, auf 1848 Sept. 20. reducirten Werthen von Δb und Δa aus, berechnet daraus für jeden Abend den Werth $\Delta b - \Delta a + 200''44$, addirt die erhaltenen Abweichungen ohne Rücksicht auf ihre Vorzeichen zusammen, so ergiebt sich die Summe $= 13''4$; auf gleiche Weise erhält man die Summe der Abweichungen $\Delta b + \Delta a + 141''45 = 12''3$. Schon diese einfache Operation zeigt, dass bei *Struve*'s Beobachtungen die Differenz der gemessenen Declinationsunterschiede nicht sicherer sich ergiebt als ihre Summe, was auch nicht auffallend ist, wenn man berücksichtigt, dass die Summe zur Differenz sich etwa wie 7 zu 5 verhält; und doch sollte bei einer verschwin-

dend kleinen Parallaxe die Differenz hier merklich genauer werden, indem die Verschiedenheit zwischen östlichen und westlichen Beobachtungen, wenn sie in beiden Deklinationsunterschieden gleich ist, aus den Werthen von $\Delta b + \Delta a + 141''45$ verschwunden sein muss, während sie in $\Delta b - \Delta a + 200''44$ doppelt vorkommt. Nimmt man aber, wie es *Struve* gethan, diese Verschiedenheit constant an, so kann sie auch bei einer getrennten Discussion beider Reihen mit in Rechnung gebracht werden.

Beide Grössen Δa und Δb zeigen, wenn man sie in östliche und westliche Beobachtungen trennt die erwähnte Verschiedenheit in gleichem Sinne; bei Δa sind die westlichen Werthe absolut genommen um $0''14$ bei Δb um $0''20$ grösser als die östlichen. Ich werde diese Unterschiede respective $= 2i$ und $2i'$ bezeichnen, so dass i und i' positive Zahlen sind. Bezeichnet man der Kürze wegen den Coefficienten von π durch k (+ wenn er die Deklination des *Argelander*'schen Sterns vergrössert), so erhält man folgende Form der Bedingungsgleichungen für Δa und Δb:

$$\Delta a = +29''492 \mp i + T dm + d\Delta a + k\pi$$
$$\Delta b = -170{,}943 \pm i' + T dm + d\Delta b + k\pi$$

wo das obere Zeichen von i und i' für östliche, das untere für westliche Beobachtungen gilt. Es würde unzweckmässig sein, dm aus jedem Sterne allein ableiten zu wollen, da die Bewegung des Hauptsterns auf andere Weise sicherer ermittelt werden kann, und die Vergleichsterne in der Zeit von zwei Jahren keine Bewegung in Deklination gezeigt haben Lässt man daher dm und ebenso i und i' unbestimmt, so erhält man aus Δa die Normalgleichungen

$$0 = -0''216 - 1{,}00i + 1{,}10dm + 47{,}00 d\Delta a + 11{,}48\pi$$
$$0 = -2{,}580 + 15{,}69i - 2{,}95dm + 11{,}48 d\Delta a + 14{,}51\pi$$

und aus Δb die Normalgleichungen

$$0 = +0''009 + 1{,}00i' + 1{,}10dm + 47{,}00 d\Delta b + 11{,}48\pi$$
$$0 = +2{,}516 - 15{,}69i' - 2{,}95dm + 11{,}48 d\Delta b + 14{,}51\pi$$

Die Auflösung derselben ergiebt

$$\text{aus } \Delta a \ldots \pi = +0''220 - 1{,}362i + 0{,}275dm$$
$$\Delta b \ldots \pi = -0{,}215 + 1{,}362i' + 0{,}275dm$$

Struve fand $dm = +0''034$; setzt man die eigene Bewegung des Sterns G in Deklination $= -5''737$, wie ich sie oben gefunden, so ist $dm = +0''045$, also der Einfluss von dm jedenfalls ganz unbedeutend; setzt man $dm = +0''04$ so werden die beiden Werthe von π

$$\text{aus } \Delta a \ldots\ldots \pi = +0''231 - 1{,}362i$$
$$\Delta b \ldots\ldots \pi = -0{,}204 + 1{,}362i'$$

Man sieht hieraus wie bedeutend der Einfluss von i und i' auf die Bestimmung der Parallaxe auch dann noch ist, wenn man nur den einfachsten Fall, dass diese beiden Correctionen constante Werthe haben annimmt. Will man nun weitergehen, so bleibt nichts anderes übrig als, wie *Struve* gethan $i = i'$ zu setzen, und den Werth von $2i$ aus der Differenz der östlich und westlich vom Meridian sich ergebenden Werthe von $\Delta b - \Delta a$ zu bestimmen; dies giebt $i = i' = 0''085$, und damit folgt:

$$\text{aus } \Delta a \ldots \pi = +0''115 \qquad \text{aus } \Delta b \ldots \pi = -0{,}088.$$

Die kleine Parallaxe, welche *Struve* gefunden hat ist also nur aus der gegenseitigen Zerstörung zweier einander entgegengesetzter, mindestens um $0''2$ von einander abweichender Werthe hervorgegangen: um sie für die richtige zu halten, müsste man den für i angenommenen Werth etwa verdoppeln, woraus die Unsicherheit des Resultats schon genügend erheilt.

O. Struve glaubte ferner eine unverkennbare Verschiedenheit zwischen seinen Beobachtungen vor und nach Sept. 1848 zu bemerken. Ich erhielt nach Substitution der aus jedem für sich getrennt behandelten Systeme hervorgehenden Werthe in die Bedingungsgleichungen, (denen im Vorhergehenden gleiches Gewicht beigelegt ist), wenn $i = i' = 0''085$ beibehalten wurde, den mittleren Fehler einer Beobachtung

vor Sept. 1848	für Δb	$= \pm 0''260$	für Δa	$= \pm 0''180$
nach ———	———	$= \pm 0{,}218$	———	$= \pm 0{,}180$

so dass allerdings für Δb eine solche Verschiedenheit zwischen den früheren und späteren Beobachtungen hervortritt, aber zugleich wird auch eine verschiedene Genauigkeit zwischen den Messungen von Δb und Δa angedeutet, welche schon von vorn herein nicht unwahrscheinlich ist, da Δb nahe sechs mal so gross als Δa ist, und der Stern b im Verhältniss wie $3:2$ weiter von G entfernt ist. Die Quadratsumme der Fehler aller Messungen von Δa ist $= 1''53$, für $\Delta b = 2''75$, also das Gewichtsverhältniss nahe wie $1{,}8:1$; es lässt sich aber in demselben Sinne noch vermehren. Während nämlich die übrigbleibenden Fehler bei Δb keine besondere Eigenthümlichkeit zeigen, tritt dagegen bei denen von Δa ein Vorherrschen des Zeichens + in der ersten Reihe und dagegen ein Uebergewicht von — in der zweiten hervor, so dass Δa bei den früheren Beobachtungen durchschnittlich etwas kleiner gefunden ist als durch die späteren. Es würde unstatthaft sein diesen Unterschied durch eine Aenderung der relativen Bewegung der Sterne G und a wegschaffen zu wollen, weil dann dm eine ganz unpassende Grösse erhielte und die Heliometerbeobachtungen die Unbeweglichkeit von a (der oben durch a'' bezeichnete Stern), genügend nachgewiesen haben. Mag nun die Ursache dieser kleinen Differenz sein, welche sie wolle, so scheint es wenigstens zweckmässig, beide Reihen von einander gesondert zu berechnen. Ich erhielt auf solche Weise, unter Beibehaltung von $i = 0''085$ und $dm = +0''040$, aus der älteren Reihe $\pi = +0''137$, aus der

späteren $\pi = +0''175$, und den Unterschied der aus beiden Reihen folgenden Werthe von Δa, den ich durch $2k$ bezeichnen will, $= 0''168$. Man kann also die Beobachtungen von Δa besser darstellen, wenn man die Unbekannte k einführt, so dass der Coefficient derselben für die ältere Reihe $= -1$, für die spätere $= +1$ ist; ich setze die auf diese Weise hervorgehenden Normalgleichungen für die Beobachtungen von Δa vollständig hierher:

$$+47,00\,d\Delta a + 11,48\,\pi - 5,00\,k = -0''016 - i \quad +1,104\,dm = -0''057$$
$$+11,48\,d\Delta a + 14,51\,\pi - 6,73\,k = -2,580 + 15,69\,i - 2,95\,dm = -1,365$$
$$-5,00\,d\Delta a - 6,73\,\pi + 47,00\,k = -2,180 - 25,00\,i + 26,60\,dm = -3,241$$

Die Werthe rechts von dem letzten = sind aus der Voraussetzung $dm = +0''040$ und $i = +0''085$ hervorgegangen, und bei Anwendung derselben giebt die Auflösung der Gleichungen $k = +0''088$, $\pi = +0''157$, $d\Delta a = -0''028$; die Quadratsumme der Fehler wird durch Substitution dieser Werthe bis auf $1''17$ verringert, so dass das frühere Gewichtsverhältniss sich nun in $2,35:1$ verwandelt, woraus genügend hervorgeht, dass die Beobachtungen von Δa als merklich genauer anzusehen sind, am wenigsten aber ohne Weiteres, wie *Struve* gethan, mit denen von Δb zusammengeworfen werden können.

Fassen wir nun die vorhergehenden Untersuchungen kurz zusammen, so ergiebt sich, abgesehen von den Mängeln, welche die Beobachtungen wegen der befolgten Messungs-Methode höchst wahrscheinlich haben müssen, aus den vorliegenden abgeschlossenen Beobachtungen Folgendes:

1) Wenn man die Beobachtungen ohne Zuziehung irgend einer hypothetischen Correction berechnet, so ergeben die beiden Vergleichsterne zwei einander widersprechende, nahe gleich grosse Werthe von π, welche um $0''43$ von einander abweichen, und zwar giebt der günstiger gelegene Stern a die positive Parallaxe $0''23$.

2) Dieser Widerspruch wird etwas gemildert durch die Annahme einer constanten, für beide Sterne gleichen, Verschiedenheit zwischen östlichen und westlichen Beobachtungen, jedoch werden die Beobachtungen von a dadurch nicht besser dargestellt: die beiden Werthe von π differiren dann um $0''20$.

3) Die Messungen von Δa zeigen sich entschieden genauer als die von Δb, und diese Gewichtsverschiedenheit wird noch erhöht, wenn man die ältere und neuere Reihe der Messungen von Δa für sich getrennt behandelt, oder, was auf dasselbe hinauskommt, eine kleine constante Verschiedenheit zwischen beiden Reihen in die Rechnung einführt; der auf diese Weise aus Δa folgende Werth von π hat dann ein Gewicht, welches mehr als doppelt so gross ist, als das Gewicht des aus Δb folgenden Werthes; man erhält nämlich:

			wahrsch. Fehl. einer Beob.
aus Δa	$\pi = +0''157$	$\pm 0''033$	$= \pm 0''110$
Δb	$\pi = -0,088$	$\pm 0,049$	$= \pm 0,167$

so dass durch das Zusammenziehen beider Resultate doch noch $\pi = +0''08$ sich ergeben würde, mit dem wahrscheinl. Fehler $\pm 0''027$; letzterer hat hier jedoch kaum noch einen Sinn, da die Differenz der beiden Werthe von π nahe 10 mal so gross ist als dieser wahrscheinl. Fehler, der natürlich mit jener Differenz in gar keinem näheren Zusammenhange steht.

Aus diesen Untersuchungen scheint mir genügend hervorzugehen, dass der von *Otto Struve* aus seinen Beobachtungen gezogene Schluss .. „que la parallaxe ne s'élève point à 0''1 ... und .... qu'on peut parier 12 contre 1 quelle n'atteint pas cette valeur..." nicht als das Resultat derselben angesehen werden kann, wenn man nicht etwa die ungleiche Genauigkeit der Messungen von Δa und Δb, und die beträchtliche Differenz der beiden daraus folgenden Werthe von π für bedeutungslos halten will. Sollen beide Vergleichsterne zu einem Resultate vereinigt werden, so ergeben die Beobachtungen, dass die Parallaxe von G um $0''04$ grösser ist als das Mittel der Parallaxen von a und b, und man könnte nun die Verschiedenheit der beiden Werthe von π auch hier durch eine Verschiedenheit der Parallaxen von a und b erklären, allein es fehlt hier die Möglichkeit diese Verschiedenheit durch Untersuchung der Grösse $\Delta b - \Delta a$ zu prüfen oder zu bestätigen, weil dabei das von *Struve* als nothwendig angenommene Vorhandensein der von mir durch i bezeichneten Correction, kein anderes als ein ganz willkürliches und jedenfalls höchst zweifelhaftes Resultat finden lässt, welches wenigstens nicht geeignet sein dürfte, das aus den weit zahlreicheren Heliometerbeobachtungen hervorgehende zu widerlegen.

Ich habe es für nothwendig gehalten diese Bemerkungen über die älteren Bestimmungen der Parallaxe des *Argelander*schen Sterns hinzuzufügen, theils weil meiner Meinung nach eine möglichst sorgfältige Kritik der Beobachtungen und der daraus folgenden Resultate kaum irgendwo nothwendiger ist, als bei Untersuchungen über die Parallaxe der Fixsterne, da es sich nicht allein um die Bestimmung der Entfernung derselben handelt, sondern auch um die Frage, ob die heutige Beobachtungskunst diesem Probleme bereits gewachsen ist, und welche Beobachtungsmethode die sichersten Resultate liefert, theils weil durch die Darlegung einer neuen Beobachtungsreihe nebst ihrem Resultate im Ganzen wenig gewonnen wird, wenn sich nicht zugleich eine kritische Vergleichung, wozu nicht jeder Leser Zeit und Lust hat, daranknüpft. Ohne behaupten zu wollen, dass die aus den Heliometerbeobachtungen

abgeleitete Parallaxe des *Argelander*'schen Sterns = 0"72 schon so nahe richtig sein müsse, dass sie nur unbedeutende Verbesserungen in Zukunft erleiden könne, glaube ich doch, dass sie gegenwärtig als die sicherste und demnach beste der vorhandenen Bestimmungen angesehen werden darf, und wenigstens so lange als nahezu richtig angesehen werden muss, so lange es nicht möglich ist, die sich daran knüpfende beträchtliche Parallaxe des durch *a* bezeichneten Vergleichsterns = 1"17 durch andere unzweifelhafte Beobachtungen vollständig zu widerlegen.

Königsberg, im October 1852.

M. Wichmann.

Oppositions-Ephemeride der Parthenope,

für 12^h mittlere Zeit Berlin.

1853	R. A. in Zt.	Diff.	Decl.	Diff.	log. Δ
Janr. 16,5	9h 46' 12"	−41"	+14°39'4	+5'4	0,2454
17,5	45 31	42	44,8	5,5	0,2440
18,5	44 49	43	50,3	5,5	0,2427
19,5	44 6	45	55,8	5,7	0,2414
20,5	43 21	45	+15 1,5	5,8	0,2402
21,5	42 36	47	7,3	5,9	0,2391
22,5	41 49	48	13,2	6,0	0,2381
23,5	41 1	49	19,2	6,0	0,2371
24,5	40 12	51	25,2	6,1	0,2362
25,5	39 21	51	31,3	6,1	0,2353
26,5	38 30	51	37,4	6,2	0,2345
27,5	37 39	53	43,6	6,2	0,2338
28,5	36 46	54	49,8	6,3	0,2331
29,5	35 52	54	56,1	6,3	0,2326
30,5	34 58	55	+16 2,4	6,4	0,2321
31,5	34 3	56	8,8	6,4	0,2317
Febr. 1,5	33 7	56	15,2	6,3	0,2313
2,5	32 11	56	21,5	6,4	0,2311
3,5	31 15	57	27,9	6,3	0,2309
☍ 4,5	30 18	−58	34,2	+6,4	0,2308
5,5	9 29 20		+16 40,6		0,2307

1853	R. A. in Zt.	Diff.	Decl.	Diff.	log. Δ
Febr. 5,5	9h 29' 20"	−57"	+16°40'6	+6'3	0,2307
6,5	28 23	58	46,9	6,3	0,2308
7,5	27 25	59	53,2	6,3	0,2309
8,5	26 26	58	59,5	6,2	0,2311
9,5	25 28	58	+17 5,7	6,2	0,2313
10,5	24 30	58	11,9	6,2	0,2317
11,5	23 32	58	18,1	6,1	0,2321
12,5	22 34	57	24,2	6,0	0,2325
13,5	21 37	58	30,2	5,9	0,2331
14,5	20 39	56	36,1	5,9	0,2337
15,5	19 43	57	42,0	5,8	0,2344
16,5	18 46	56	47,8	5,7	0,2352
17,5	17 50	55	53,5	5,6	0,2361
18,5	16 55	55	59,1	5,6	0,2370
19,5	16 0	54	+18 4,7	5,4	0,2379
20,5	15 6	53	10,1	5,4	0,2390
21,5	14 13	52	15,5	5,2	0,2401
22,5	13 21	51	20,7	5,1	0,2413
23,5	12 30	51	25,8	5,0	0,2425
24,5	11 39	−49	30,8	+4,8	0,2438
25,5	9 10 50		+18 35,6		0,2452

Parthenope, welche sich im Aphel befindet, wird die Lichtstärke 0,60 haben, also kaum 10. Grösse sein.

Bilk 1853, Januar 7.

R. Luther.

Kreismikrometer-Beobachtungen auf der Bilker Sternwarte.

Calliope.

	M. Zt. Bilk.	Sch. R. A.	Sch. Decl.		Stern.	Gr.	Scheinb. Ort.		
1852 Nov. 28	8h 7' 43"7	75°39' 46"7	+25°22' 54"5	10 Vergl.	*a*	(9)	76°44' 7"2	+25°11' 8"9	Bes. Z. 521.

Lutetia.

1852 Dec. 3	8 49 22,3	37 34 10,5	+12 20 22,1	3 „	*a*	(9)	38 4 7,4	+12 15 44,0	B. Z. 126.
11	6 49 49,0	36 44 50,9	+12 20 50,1	10 „	*a*	(9)	7,2	43,8	———

Bilk 1852, Dec. 17.

R. Luther.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 845.

Ueber die veränderlichen Sterne *S* Cancri und Algol, von Herrn Prof. *Argelander*.

Am 19ten December habe ich endlich den Stern *S* Cancri wieder in sehr geschwächtem Lichte gesehen; das Minimum selbst zu beobachten hinderten Wolken; als diese sich verzogen, war der Stern offenbar schon im Zunehmen. Gleichwohl glaube ich die Periode auf ein Paar Minuten genau ermittelt zu haben, sie ist

$9^T 11^h 37'$.

Damit stimmen alle meine Beobachtungen seit 1850 Febr. 16 sehr gut überein. Noch ist es mir aber nicht gelungen ein vollständiges Minimum zu beobachten. Da der Stern nur alle 19 Tage ein sichtbares Minimum gewährt, so ist die Hoffnung zu einer solchen Beobachtung für den Einzelnen geringe, und es wäre daher sehr wünschenswerth, wenn auch andere Astronomen recht aufmerksam auf diesen merkwürdigen Stern, ein Seitenstück zu Algol, sein möchten. Ein 5 füssiger, und selbst bei dunkelm Himmel ein 4 füssiger Fraunhofer wird dazu ausreichen, und der Stern ist durch seine Lage gegen die Praesepe und *δ* ♋ sehr leicht zu finden. Seine und der Vergleichsterne Positionen sind:

		1800.		1850.	
var.	*S*	8h 32' 30"	+19° 44'	8h 35' 22"	+19° 34'
8. bis 8.9	*a*	34 20	+19 46	37 12	+19 36
9	*b*	31 40	+19 46	34 32	+19 36
8	*d*	30 44	+19 38	33 36	+19 28
10	*e*	34 15:	+19 35:	37 7	+19 25:

Var., *a* und *b* kommen in Bessel's Zone 277 vor, *a* und *d* jeder zweimal bei Lalande, *e* ist nach dem Augenmaasse bestimmt; er steht mit *b* und *S* nahezu in einem gleichschenkligen und bei *S* rechtwinkligen Dreiecke. Die nächsten sichtbaren Minima werden ungefähr eintreffen nach Bon. Zeit

1853	Janr.	7	9h
		26	8
	Febr.	14	7,5
	März	5	7
		24	6

Besonders wichtig sind die beiden ersten Minima, da man die Beobachtung etwa 2 Stunden vor dem Eintreffen derselben wird anfangen können und in östlichen Gegenden noch mehr. Für das Absteigen der Lichtcurve würden aber auch die dazwischenliegenden Minima wichtig sein, nämlich:

1853	Janr.	16	21h
	Febr.	4	20
1853	Febr.	23	19h
	März	14	18
	April	2	18

Für diejenigen Astronomen aber, die zur Bestimmung dieses interessanten Daten mitwirken wollen, erlaube ich mir noch den Rath hinzuzufügen, dass sie die Vergleichsterne mit dem Veränderlichen nur vergleichen, indem sie den einen nach dem andern in die Mitte des Fernrohrs bringen, und nicht etwa beide bei unverrücktem Fernrohre, da der Stern, der ausserhalb der Mitte steht, immer zu hell erscheint. Im Minimum wird *S* wohl sehr nahe gleiche Helligkeit mit *e* haben. Die Zunahme geschieht sehr rasch, die Abnahme wird, wie ich vermuthe, noch rascher vor sich gehen.

In folgender Tabelle habe ich zugleich die in Europa sichtbaren Minima Algol's während des nächsten Jahres verzeichnet.

Sichtbare Algolsminima im Jahre 1853
nach mittl. Bonner Zeit.

Janr.	6	20h20'	Juni	10	16h20'
	9	17 9		13	13 9
	12	13 58		16	9 58
	15	10 46	Juli	3	14 52
	18	7 35		6	11 40
	21	4 24		9	8 29
	29	18 51		23	16 34
Febr.	1	15 40		26	13 23
	4	12 29		29	10 12
	7	9 18	Aug.	1	7 1
	10	6 7		15	15 5
	21	17 22		18	11 54
	24	14 11		21	8 43
	27	11 0	Sept.	4	16 47
März	2	7 49		7	13 36
	16	15 53		10	10 25
	19	12 42		13	7 14
	22	9 31		24	18 30
April	8	14 25		27	15 19
	11	11 13		30	12 7
	14	8 2	Octb.	3	8 56
	28	16 7		6	5 45
Mai	1	12 56		17	17 1
	4	9 45		20	13 50
	21	14 38		23	10 39
	24	11 27		26	7 28
	27	8 16		29	4 16

Nov. 6	18h 43'	Dec. 5	10h 52'
9	15 32	8	7 41
12	12 21	11	4 30
15	9 10	19	18 57
18	5 59	22	15 46
26	20 25	25	12 34
29	17 14	28	9 23
Dec. 2	14 3	31	6 12

Die Zeiten sind ohne Rücksicht auf die Lichtgleichung berechnet, und auch diejenigen Minima aufgenommen, die in den meisten Breiten unter dem Horizonte eintreffen.

Bonn 1852, Dec. 21.

Fr. Argelander.

Weitere Untersuchungen über die Elemente der Metis und Ephemeride für ihre Opposition im Jahre 1853, von Herrn Professor *Wolfers.*

Als in der Mitte dieses Jahres die Zeit heranrückte, wo ich für das astronomische Jahrbuch die Ephemeride der Metis für 1853 berechnen musste, waren mir erst 4 Beobachtungen derselben bekannt, welche ich mit der in Nr. 764 der Astr. Nachrichten und dem astronomischen Jahrbuche für 1854 mitgetheilten Ephemeride vergleichen konnte. Die Uebereinstimmung war genügend, ausserdem würde mir auch damals meiner anderweitigen Arbeiten wegen die nöthige Musse gefehlt haben, um eine Verbesserung der Elemente vorzunehmen, weshalb die Ephemeride im Jahrbuche für 1855 mit den unveränderten Elementen, jedoch unter Anbringung der fortgeführten Jupitersstörungen berechnet worden ist. Später ist eine grössere Anzahl Beobachtungen bekannt geworden, deren Vergleichung, so weit ich keine aus Versehen übergangen habe, die folgende ist:

	Rechn. — Beob. Δα.	Rechn. — Beob. Δδ.	Beob.-Ort.
Mai 16	−20"0	+ 5"0	Berlin
17	−19,8	+ 1,9	———
21	− 8,1	+ 0,4	Königsberg Mer.
23	−17,6	+ 0,2	———
24	−18,6	+ 5,6	———
Juni 2	−23,4	+ 2,3	Padua Mer.
6	−20,3	+ 0,8	———
7	−22,5	+ 6,8	———
—	−10,1	+ 0,7	Hamburg
9	−14,3	+ 7,5	Leipzig
—	+ 1,0	+ 6,7	Bonn
—	− 2,4	+ 7,3	———
10	−10,0	+10,9	Padua Mer.
11	−25,7	+ 7,2	Bonn
12	−10,0	− 1,1	Berlin
13	−16,5	+ 4,9	Königsberg Mer.
15	−20,6	+12,5	Padua Mer.
—	−20,8	+ 9,6	Leipzig
—	−21,4	+ 9,6	———
Juni 16	−16"2	+ 2"9	Königsberg Mer.
17	−15,8	+ 3,8	Padua Mer.
19	−14,3	+ 0,5	———
21	−18,0	+11,2	———
23	−14,1	+ 1,9	Leipzig
im Mittel	−15"8	+ 5"0	

Die 13 Meridian-Beobachtungen ergeben im Mittel $\Delta\alpha = -17''1$ und $\Delta\delta = +4''8$, und diesem habe ich den Vorzug gegeben, weil die Ephemeride noch am beträchtlichsten in AR. abwich. Mittelst dieser Unterschiede habe ich folgenden Normalort gebildet:

	M. Berl. Zt.	α.	δ.
1852 Juni 5	12h	252°52' 52"7	−23°30' 53"8

die frühern Normalörter entnehme ich meinem Aufsatze in Nr. 764, wonach es die folgenden sind:

	M. Berl. Zt.	α.	δ.
1848 Mai 4	12h	221°52' 59"2	−12°10' 15"3
1849 Aug. 24	12	334 33 52,0	−20 45 16,7
1850 Febr. 13	12	4 38 3,8	− 1 28 5,4
1851 Febr. 9	12	143 53 16,2	+24 16 24,2

Um nun die Elemente den eben aufgeführten 5 Normalörtern entsprechend zu bestimmen, bin ich von den in meinem vorigen Aufsatze erhaltenen osculirenden Elementen

1848 Mai 3. 0h mittl. Berl. Zt.

$i = 5°35' 48''6$
$\Omega = 68\ 27\ 48,5$
$\varphi = 7\ 3\ 26,3$
$\pi = 71\ 0\ 56,5$
$L = 216\ 8\ 29,2$
$\mu = 962''6936$

ausgegangen, wo die drei Längen vom mittlern Aequinoctium des angeführten Datums gerechnet sind. An diese habe ich die Jupitersstörungen, welche ich mit *Bessel*'s Masse $= \frac{1}{1047,871}$ neu berechnet und die mit der Masse $= \frac{1}{3501,6}$ berechneten Saturnsstörungen angebracht, und die so erhaltenen jedesmaligen osculirenden Elemente mit den obigen Normalörtern verglichen. Auf diese Weise hat sich ergeben:

			Rechnung — Normalort		
			$\Delta\alpha$	$\cos\delta\,\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
1848	Mai 4	12^h	+ 0"3	+ 0"3	+0"2
1849	Aug. 24	12	+ 6,0	+ 5,6	+1,6
1850	Febr. 13	12	+ 2,9	+ 2,9	+4,3
1851	Febr. 9	12	−20,2	−18,4	+5,3
1852	Juni 5	12	−39,3	−36,0	+8,6

und mittelst dieser Unterschiede wurden dann die folgenden 10 Bedingungsgleichungen gebildet:

1848	0 = + 0"3	+1,2437 x	+ 0,0155 y	+2,8756 z	+1,3454 w	+0,4836 u	+0,2645 t
	0 = + 0,2	−0,5014 „	+ 0,0549 „	−1,1325 „	−0,5741 „	+1,3512 „	+0,6293 „
1849	0 = + 5,6	+1,6768 „	+ 8,0412 „	+0,3999 „	−3,3594 „	−0,1732 „	+0,6313 „
	0 = + 1,6	+0,5669 „	+ 2,5371 „	+0,2917 „	−1,1426 „	+0,1994 „	−1,5837 „
1850	0 = + 2,9	+0,7567 „	+ 4,6381 „	−1,0092 „	−1,2061 „	+0,1837 „	+0,2482 „
	0 = + 4,3	+0,3776 „	+ 2,3573 „	−0,5299 „	−0,5773 „	−0,4589 „	−0,5135 „
1851	0 = −18,4	+2,0743 „	+21,0193 „	−2,1663 „	+3,5614 „	−0,2698 „	+0,5382 „
	0 = + 5,3	−0,5951 „	− 5,8388 „	+0,7671 „	−0,9419 „	−0,5131 „	+1,5959 „
1852	0 = −36,0	+1,3509 „	+20,1723 „	+3,6454 „	−0,1694 „	+0,2764 „	−0,0408 „
	0 = + 8,6	−0,2704 „	− 4,0525 „	−0,7285 „	+0,0440 „	+1,5420 „	−0,1717 „

Es ist hier $x = \Delta L$, $y = \Delta.100\,\mu$, $z = \Delta.\frac{1}{10}\varpi$, $w = \Delta\varphi$, $u = \Delta.\frac{1}{10}\Omega$, $t = \Delta i$, und ich habe für alle Gleichungen dasselbe Gewicht angenommen, weil die einzelnen ihnen zu Grunde liegenden Beobachtungen, wenn auch an Zahl verschieden, doch gleich nahe unter sich übereinstimmen. Die Auflösung der Gleichungen hat die folgenden wahrscheinlichsten Werthe ergeben:

$x = -9,5365$	oder $\Delta L = -9"5$
$y = +1,8643$	$\Delta\mu = +0,0186$
$z = +3,2455$	$\Delta\varpi = +32,5$
$w = +1,7544$	$\Delta\varphi = +1,8$
$u = -0,1821$	$\Delta\Omega = -1,8$
$t = -0,0709$	$\Delta i = -0,1$

Zur Controlle habe ich diese Werthe in die obigen Bedingungsgleichungen substituirt, ferner aber auch mittelst der verbesserten Elemente die Oerter für die Zeiten berechnet, für welche die obigen Normalörter gelten und die erstern mit den letztern verglichen. Es ergab sich hiernach

aus den Bedingungsgleichungen	R. — N.
0"0	+0"1
+0,1	+0,1
0,0	+0,3
−0,1	+0,1
−1,1	−1,2
+2,5	+2,5
+0,2	−1,4
+0,9	+1,0
+0,5	−3,1
+1,1	+1,1

Die grössern Reste in der zweiten Rubrik rühren zum Theil daher, dass ich in die Bedingungsgleichungen die Werthe von $\cos\delta\,\Delta\alpha$ statt der von $\Delta\alpha$ aufgenommen habe.

Ich lasse nun eine Reihe osculirender Elemente folgen, an welche die vorhin erhaltenen Correctionen bereits angebracht sind, und welche die Jupiters- und Saturnsstörungen enthalten. Die obersten Elemente sind diejenigen, von welchen ausgegangen ist, die Längen gelten für das jedesmalige mittlere Aequinoctium und die Epochen sind in mittlerer Berliner Zeit zu verstehen.

Osculirende Elemente der Metis.

Epoche.			L	M	ϖ	Ω	i	φ	μ
1848	Mai 3	0^h	216° 8′ 19"7	145° 6′ 50"7	71° 1′ 29"0	68°27′ 46"7	5°35′ 48"5	7°3′ 28"1	962"7122
1848	—— 4	12	216 32 23,9	145 30 54,7	71 1 29,2	68 27 46,9	5 35 48,5	7 3 28,1	962,7122
1849	Aug. 24	12	344 4 21,8	273 1 47,2	71 2 34,6	68 28 25,6	5 35 45,2	7 2 16,7	962,3278
1850	Feb. 13	12	30 19 2,3	319 15 32,3	71 3 30,0	68 28 31,2	5 35 45,7	7 1 57,9	962,4143
1851	—— 9	12	126 51 42,7	55 44 17,5	71 7 25,2	68 29 9,6	5 35 46,7	7 1 25,5	962,5953
1852	Juni 5	12	255 36 58,6	184 3 6,7	71 33 51,9	68 28 52,2	5 35 54,8	7 3 19,1	962,1929
1853	Oct. 8	12	26 40 50,0	314 59 26,7	71 41 23,3	68 29 54,3	5 35 55,3	7 5 19,0	962,7905

Nach den letzten Elementen habe ich die Ephemeride für die Opposition im Jahre 1853 berechnet, welche am 8ten Oct. 14h59' 29" mittl. Berl. Zt. eintreten und wobei die Lichtstärke der Metis = 1,556 sein wird. Auf das Resultat dieser Beobachtungen bin ich um so mehr gespannt, als die nach den neuen Elementen berechneten Oerter bis auf wenige Secunden mit denjenigen übereinstimmen, welche nach den frühern Elementen berechnet und im Jahrbuche für 1855 abgedruckt sind. Dieses Resultat hat mich überrascht, einen etwa begangenen Rechnungsfehler habe ich bis jetzt nicht auffinden können und ich glaube um so eher das Resultat der Beobachtung abwarten zu dürfen, als die Beibehaltung der unveränderten frühern Elemente auch gerechtfertigt sein würde.

Ephemeride der Metis für die Opposition 1853.

12h m. Berl. Zt.	Aberr.-Zeit.	AR.	Δ AR.	Decl.	Δ Decl.	log. Δ
Sept. 17	−10' 31"4	1h27m56s25	−37s24	+0°11' 36"3	−4' 13"9	0,10728
18	28,5	27 19,01	38,82	7 22,4	4 17,5	0,10528
19	25,7	26 40,19	40,37	+0 3 4,9	4 20,8	0,10335
20	23,0	25 59,82	41,87	−0 1 15,9	4 23,6	0,10148
21	20,4	25 17,95	43,33	5 39,5	4 26,2	0,09968
22	17,9	24 34,62	44,75	10 5,7	4 28,2	0,09795
23	15,6	23 49,87	46,13	14 33,9	4 29,9	0,09629
24	13,4	23 3,74	47,44	19 3,8	4 31,1	0,09471
25	11,3	22 16,30	48,70	23 34,9	4 31,9	0,09320
26	9,3	21 27,60	49,90	28 6,8	4 32,3	0,09177
27	7,4	20 37,70	51,03	32 39,1	4 32,1	0,09042
28	5,6	19 46,67	52,10	37 11,2	4 31,4	0,08916
29	3,9	18 54,57	53,10	41 42,6	4 30,2	0,08797
30	2,4	18 1,47	54,01	46 12,8	4 28,6	0,08687
Octb. 1	−10 1,0	17 7,46	54,84	50 41,4	4 26,3	0,08586
2	− 9 59,8	16 12,62	55,61	55 7,7	4 23,6	0,08494
3	58,6	15 17,01	56,30	−0 59 31,3	4 20,3	0,08410
4	57,6	14 20,71	56,90	−1 3 51,6	4 16,5	0,08335
5	56,7	13 23,81	57,42	8 8,1	4 12,2	0,08269
6	55,9	12 26,39	57,84	12 20,3	4 7,4	0,08213
7	55,2	11 28,55	58,18	16 27,7	4 2,0	0,08166
8	54,7	10 30,37	58,43	20 29,7	3 56,2	0,08127
9	54,3	9 31,94	58,60	24 25,9	3 49,9	0,08098
10	54,0	8 33,34	58,68	28 15,8	3 43,2	0,08078
11	53,9	7 34,66	58,68	31 59,0	3 36,0	0,08068
12	53,9	6 35,98	58,58	35 35,0	3 28,3	0,08066
13	54,0	5 37,40	58,40	39 3,3	3 20,3	0,08074
14	54,2	4 39,00	58,14	42 23,6	3 11,9	0,08091
15	54,6	3 40,86	57,81	45 35,5	3 3,0	0,08117
16	55,1	2 43,05	57,38	48 38,5	2 53,9	0,08152
17	55,7	1 45,67	56,88	51 32,4	2 44,3	0,08196
18	56,4	1 0 48,79	56,29	54 16,7	2 34,5	0,08249
19	57,2	0 59 52,50	55,62	56 51,2	2 24,2	0,08311
20	58,2	58 56,88	54,89	−1 59 15,4	2 13,8	0,08382
21	− 9 59,3	58 1,99	54,07	−2 1 29,2	2 3,0	0,08461
22	−10 0,5	57 7,92	53,19	3 32,2	1 51,9	0,08549
23	1,8	56 14,73	52,22	5 24,1	1 40,6	0,08645
24	3,2	55 22,51	51,19	7 4,7	1 29,1	0,08749
25	4,8	54 31,32	50,07	8 33,8	1 17,2	0,08861
26	6,5	53 41,25	48,90	9 51,0	1 5,0	0,08982
27	8,3	52 52,35	47,64	10 56,2	0 52,9	0,09110
28	10,2	52 4,71	46,34	11 49,1	0 40,5	0,09246
29	12,2	51 18,37	44,96	12 29,6	0 27,9	0,09389
30	14,3	50 33,41	−43,54	12 57,5	−0 15,3	0,09540
31	−10 16,6	0 49 49,87		−2 13 12,8		0,09698

Berlin 1852, Dec. 29. *J. Ph. Wolfers.*

Beobachtungen der Massalia auf der Hamburger Sternwarte.

1852	M. Zt. Hamb.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Scheinb. Oerter der Vergl.-Sterne. AR.	Decl.	
Dec. 12	5h 53m 24s3	358°44′ 16″1	8,9608n	— 0°25′ 41″0	9,9079	9	23h 53m 55s272	— 0°31′ 10″7	M.-Kr.
							23 54 33,016	— 0 24 18,3	——
18	6 7 23,8	0 6 4,0	7,9074n	+ 0 3 26,7	9,9052	13	0 1 19,508	— 0 7 40,9	

Hamburg 1852, Decbr. 22. *C. Rümker.*

Circular.*)

I had the honor to inform Astronomers by Circular, dated June, 1849, that Lieut. *J. M. Gilliss*, U. S. Navy, was about to proceed to Chile at the head of an Astronomical-Expedition for the purpose of a new determination of the Solar parallax.

An Ephemeris of the stars of comparison to be used for such a determination, was sent to Astronomers, with an invitation to assist in carrying out the objects of this Expedition by making corresponding observations.

I have the pleasure now of announcing the return of Lieut. *Gilliss* from that Expedition, and therefore request that those Astronomers who found it convenient to observe in concert with him, will have the goodness to forward as soon as practicable, their observations to the Superintendent of the National-Observatory, Washington.

Washington 1852, Dec. 3.

M. J. Maury, Lieut. U. S. N.

*) Herr Dr. *J G. Flügel* in Leipzig, General-Consul der Vereinigten Staaten von Nord-Amerika, durch dessen Güte ich dieses Circular erhalten habe, schreibt mir, dass er gerne bereit sei, jede ihm zukommende Sendung von Beobachtungen oder Schriften an Herrn Lt. *Maury* in Washington zu besorgen. *P.*

Elémens de l'Orbite de la Comète III. 1847, déduits de l'ensemble des Observations.

La Comète III. 1847, découverte à Paris par Mr. *V. Mauvais* le 4 Juillet, est restée visible jusqu'en Avril 1848. Un grand nombre d'observations en ont été publiées, quelques unes m'ont été obligeamment transmises par Mr. *Challis*, et le but de ce travail a été de trouver une orbite qui les représentât le mieux possible.

Une première orbite elliptique a été calculée au moyen de trois lieux observés: le 1. à Berlin le 13 Juillet 1847, le 2. à Paris le 18 Novembre 1847 et le 3. à Cambridge le 3 Avril 1848. Voici les élémens qu'a donnés la méthode de *Gauss* appliquée à ces trois positions:

Epoque du passage au périhélie ..... ϑ	=	1847 Août 9,35305 T. m. de Berlin	
Longitude du périhélie .... ϖ	=	69°47′ 45″8	Equin. 1848,0
Longitude du Noeud .... Ω	=	338 16 57,7	
Inclinaison i	=	96 34 13,6	
Log. excentricité .... lg. e	=	9,9992306	
Log. distance périhélie .... lg. q	=	0,2469414	

Ces deux derniers élémens fournissent pour valeur du demi-grand axe le nombre 998, ou tout près de 1000 rayons moyens de l'orbite terrestre et dès lors le chiffre énorme de 31500 ans pour la durée de la révolution autour du Soleil. — Toute préoccupation relative au retour de l'astre devenant ainsi oiseuse, je me suis attaché à déterminer aussi exactement que possible l'orbite osculatrice de la comète à un instant quelconque de sa trajectoire: au 15 Juillet par exemple.

Une éphéméride a été calculée au moyen des élémens ci-dessus et comparée aux Observations. Celles-ci ont été divisées en huit groupes successifs, et les erreurs résultant de cette comparaison ont servi à former huit lieux normaux, résumant chacun l'exactitude du groupe d'observations correspondant. Voici les coordonnées de chacun de ces lieux normaux.

Temps moyen de Berlin.			Longitude.	Latitude.	Nombre d'observat.
1847	Juillet	12,5	89°14′ 58″9	70°52′ 10″2	42
	Août	13,5	152 37 38,1	58 2 40,1	51
	Sept.	14,⅓	172 20 42,3	44 9 26,0	22
	Octob.	16,⅓	182 25 14,8	35 26 31,6	8
	Novb.	18,¾	187 55 23,5	29 49 18,7	2
	Déc.	13,5	188 18 6,6	26 47 51,2	3
1848	Févr.	22,5	162 14 42,1	13 20 18,3	10
	Avril	2,5	145 41 52,6	2 4 52,8	6

Les erreurs de l'éphéméride et l'effet des perturbations correspondant à chacune de ces huit positions, forment le tableau suivant. Le terme indiquant l'effet des perturbations a été obtenu en tenant compte de l'influence de Jupiter, la Terre et Vénus. Les autres ont été reconnues négligeables.

		Erreur de l'Ephéméride. (C.—O) δ AR. cos D.	Perturbation δ AR. cos D.	Erreur de l'Ephéméride. (C.—O.) δ D.	Perturb. δ D.
Juillet	12,5	+ 0″73	0″00	— 9″56	0″0
Août	13,5	+11,34	+0,13	—12,23	—0,02
Sept.	14,33	+12,88	+0,15	—11,70	0,30
Octobr.	16,33	+10,82	+0,39	— 7,64	0,81
Novbr.	18,75	— 2,65	+1,06	— 3,25	1,55
Décbr.	13,5	+12,54	+1,87	+42,18	2,20
Février	22,5	+30,50	+1,11	+ 3,56	2,79
Avril	2,5	+11,65	—3,61	+ 3,44	—2,19

Les sommes algébriques de ces quantités transformées en arcs de longitude et de latitude, seront les termes tout connus des équations de condition, qui détermineront les corrections à apporter aux élémens, pour obtenir l'orbite la plus probable de la comète. Voici ces équations de condition, où les coefficiens des inconnues sont des logarithmes: les 8 premières correspondent aux erreurs en longitude, les 8 dernières aux erreurs en latitude.

(1)	+9,953.45 $\delta\varpi$	—3,278.27 $\delta\vartheta$	+4,344.28 δq	—8,807.90 δe	—0,036.39 $\delta\Omega$	+9,528.09 δi	— 2″18	= 0
(2)	+8,887.41 „	—2,229.91 „	4,058.78 „	+6,911.20 „	—8,442.60 „	+9,926 52 „	+24,09	= 0
(3)	—9,306.61 „	+2,604.74 „	4,119.26 „	—8,220.72 „	+9,701.13 „	+9,829.73 „	+20,25	= 0
(4)	—9,459.50 „	+2,757.99 „	4,245.80 „	8,675.25 „	+9,873.02 „	+9,723.45 „	+15,24	= 0
(5)	—9,497.91 „	+2,801.59 „	4,329.33 „	—8,931.83 „	+9,968.38 „	+9,635.69 „	+ 0,78	= 0
(6)	—9,505.27 „	+2,806.01 „	4,366.59 „	—9,064.46 „	+0,036.44 „	+9,591.66 „	— 5,29	= 0
(7)	—9,261.63 „	+2,262.97 „	4,342.04 „	—8,365.43 „	+0,214.93 „	+9,362.14 „	+27,77	= 0
(8)	—9,134.40 „	—1,901.66 „	4,238.46 „	+9,074.16 „	+0,144.88 „	+8,549.82 „	+ 6,88	= 0
(9)	—9,331.22 „	+2,766.68 „	4,638.22 „	+8,383.46 „	—8,848.19 „	+9,901.95 „	+ 9,53	= 0
(10)	—9,876.74 „	+3,201.34 „	4,725.54 „	—7,899.82 „	+9,924.49 „	+8,278.75 „	— 4,31	= 0
(11)	—9,828.79 „	+3,093.95 „	4,856.86 „	—8,669.60 „	+9,832.19 „	—9,244.52 „	— 4,99	= 0
(12)	—9,831.42 „	+3,019.62 „	4,927.09 „	—8,782.97 „	+9,779.24 „	—9,283.07 „	— 3,02	= 0
(13)	—9,891.65 „	+3,001.60 „	5,004.87 „	—8,825.36 „	+9,804.77 „	—9,235.53 „	— 4,96	= 0
(14)	—9,964.59 „	+3,023.17 „	5,076.46 „	—8,857.21 „	+9,873.26 „	—9,170.67 „	+41,91	= 0
(15)	—0,164.80 „	+3,066.25 „	5,260.06 „	—8,352.76 „	+0,159.66 „	—8,470.56 „	+12,69	= 0
(16)	—0,108.77 „	+2,886,77 „	+5,187.81 „	+8,941.81 „	+0,112.07 „	—7,590.40 „	+ 3,82	= 0

En raison du degré de confiance différent à accorder aux divers lieux normaux, il m'a paru convenable de multiplier respectivement les équations:

(1), (2), (3), (9), (10), (11) par 1,0
(4), (7), (12), (15) .... par 0,7
(5), (6), (8), (13), (14), (16) par 0,5.

Ainsi transformé, ce système d'Equations doit être traité par la méthode des moindres carrés, afin d'en déduire six équations moyennes de condition qui donneront les valeurs les plus probables des inconnues. Un 1. essai d'application de cette méthode m'a induit à penser que le lieu du 13 Décembre devait être entaché d'une erreur, due probablement à la position de l'étoile de comparaison sur laquelle il se fonde. C'est donc en omettant les équations (6) et (14) relatives à ce lieu, qu'une nouvelle opération pratiquée sur les quatorze équations restantes, m'a fourni les valeurs suivantes des inconnues, que je mets en regard des élémens définitifs qu'elles produisent:

$\delta\vartheta = +0^j02201$ $\vartheta =$ 1847 Août 9,37506 T. m. de Berlin.
$\delta\varpi = +57''4$ $\varpi = 69°48'43''2$ } Equinoxe 1848,0.
$\delta\Omega = -0,6$ $\Omega = 338\ 16\ 57,1$ }
$\delta i = -28,6$ $i = 96\ 33\ 45,0$

$\delta e = +0{,}0003580 \qquad lg.e = 9{,}9993863$
$\delta q = +0{,}0002590 \qquad lg.q = 0{,}2470052$

Voici le nouveau système d'erreurs que fournit le calcul direct des lieux normaux par ces élémens:

			$\delta l \cos b$	δb
1847	12,5	Juillet	− 0"4	+ 0"3
	13,5	Août	+ 3,5	− 0,4
	14,½	Septembre	+ 0,0	+ 3,8
	16,½	Octobre	− 3,2	+ 3,6
	18,¾	Novembre	−17,1	− 1,8
	13,5	Décembre	−24,0	+41,6
1848	22,5	Février	+17,6	− 0,1
	2,5	Avril	+ 8,6	− 7,7

Ces erreurs restent en deça des limites qu'on peut assigner à ce genre de calcul (à l'exception de celles qui sont relatives au lieu douteux du 13 Décembre); surtout si l'on tient compte du poids à attribuer aux divers lieux normaux. Celui du 18 Novembre n'est fondé que sur deux observations, et dans la période de visibilité de la comète du 4 Février au 6 Avril 1848, l'extrême faiblesse de son état, n'a pas permis de fixer son noyau avec la sûreté désirable.

Cologny près Genève 14 Décembre 1852.

Emile Gautier.

Beobachtungen der Lutetia, Calliope und Thalia auf der Hamburger Sternwarte.

Lutetia.

		M. Zt. Hamb.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	L. F. P.	Vgl.		Sch. Oerter der Vergl.-Sterne. Sch. AR.	Sch. Decl.
1852 Nov.	28	7h 28m 55s4	38°20′ 14"3	9,5768n	+12°24′ 30"0	9,8360	5	*a*		
Dec.	3	7 8 44,6	37 34 55,4	9,5701n	12 20 5,6	9,8345	8	*c*		
	11	6 39 15,2	36 44 55,2	9,5568n	12 20 57,0	9,8347	5	*b, c*		
	12	6 50 50,6	36 40 38,6	9,5129n	12 21 33,3	9,8315	7	*b, c*		
	17	7 19 51,6	36 26 44,2	9,3187n	12 27 16,7	9,8213	13	*b*		
1853 Janr.	2	9 32 53,5	36 57 51,3	9,4679	13 7 52,0	9,8213	7	*d*	2h 28m 0s14	+13° 6′ 35"4
	9	6 6 12,5	37 42 9,3	9,2520n	13 34 5,0	9,8120	15		2 29 47,53	13 30 39,1
	11	6 59 30,9	38 0 16,8	8,3207n	+13 42 39,2	9,8066	11	{	2 31 49,35	13 32 0,9
									2 34 7,40	13 58 12,9

Die Oerter der ersten Sterne sind wie folgt am Meridiankreise nach beobachtet:

			Sch. AR.	Sch. Decl.	
a	Dec.	11	2h 31m 33s31	+12°11′ 39"3	
b		16	2 27 21,68	12 29 47,3	Aus 3 Mer.-Beob. an verschiedenen Tagen.
c		11	2 29 6,60	+12 15 42,7	

Am 2ten Januar ging der Planet 2s2 vor einem sehr kleinen etwas nördlich von *d* befindlichen Fixstern, auf demselben Parallel voran, welcher Stern auch an den folgenden Tagen, aber ohne den Planeten, wieder gesehen wurde.

Calliope.

		M. Zt. Hamb.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne. Sch. AR.	Sch. Decl.
1852 Dec.	11	7h 55m 33s0	72°12′ 37"2	9,7226n	+26°14′ 26"9	9,7500	9	4h 52m 13s17	+26°18′ 42"2
	12	7 59 23,6	71 57 7,8	9,7096n	26 17 57,8	9,7422	7	4 52 13,17	26 18 42,2
	17	8 54 38,9	70 39 35,0	9,5274n	26 34 34,1	9,6900	8	4 43 52,91	26 31 37,7
	18	8 39 30,6	70 24 44,7	9,5582n	26 37 39,8	9,6952	10	4 39 14,78	26 41 53,7
1853 Janr.	4	8 32 22,1	67 0 12,8	9,2264n	27 22 21,4	9,6583	4	4 34 26,95	26 24 56,7
	6	8 21 12,3	66 43 39,4	8,8698n	27 27 19,5	9,6450	2	4 25 36,80	27 13 16,8
	9	9 27 53,6	66 21 53,9	8,7588	27 33 42,3	9,6427	5 {	4 25 36,76	27 13 17,0
								4 28 1,72	27 37 14,7
	11	9 0 17,6	66 9 56,7	7,2563	+27 37 38,6	9,6408	2 {	4 21 11,12	27 48 10,0
								4 28 1,79	+27 37 14,6

Thalia.

	M. Zt. Hamb.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne. Sch. AR.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne. Sch. Decl.
1852 Dec. 18	9h 54m 9s,2	47°31′ 46″,5	8,9716	+17° 0′ 45″,9	9,7745	9	3h 8m 54s,61	+17° 1′ 43″,0
1853 Janr. 2	8 35 18,0	46 18 53,1	8,7111	18 5 47,1	9,7622	5	{ 3 5 46,04 3 5 56,42	17 45 42,3 17 47 29,5
3	6 10 27,0	46 18 27,7	9,5026n	18 10 24,2	9,7798	9	3 2 23,26	18 10 56,2
4	7 4 12,7	46 18 20,0	9,2380n	18 15 39,0	9,7653	9	3 2 23,26	18 10 56,2
5	6 29 59,0	48 18 43,9	9,4004n	18 20 47,5	9,7707	7	{ 3 4 11,98 3 5 33,48	18 23 22,1 18 25 7,8
6	7 18 12,4	46 19 48,5	9,0398n	18 26 18,1	9,7608	12	3 5 33,47	18 25 7,7
9	7 35 6,0	46 26 17,6	8,5779n	18 42 48,8	9,7553	8	3 5 45,38	+18 42 48,6
11	8 3 55,9	46 33 16,5	8,7938	+18 54 11,1	9,7556	7	δ Arietis.	

Hamburg 1853, Januar 14. *C. Rümker.*

III. Elemente der Thetis, von Herrn *Schoenfeld.*

Epoche 1852 April 16,0 M. Zt. Berlin.

$M = 304°21'28''62$
$L = 203\ 8\ 50,42$ ⎫
$\pi = 258\ 47\ 21,81$ ⎬ M. Aequ. Jan. 1.
$\Omega = 125\ 19\ 46,65$ ⎭
$i = 5\ 35\ 41,14$
$\log.\ \mu = 2,95714978 \qquad \mu = 906''04496$
$\ \ "\ \ a = 0,39523786$
$\varphi = 7\ 32\ 9,73 \qquad \lg.\ e = 9,1177675$

Die Normalörter werden hierdurch folgendermaassen dargestellt:

(Elem. — Norm.)

	$\cos\delta\,\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
April 25,0	−1″96	+0″82
Mai 10,0	+3,28	−0,57
21,0	−1,43	−1,01
Juni 13,5	−1,27	+1,65
Juli 6,0	−3,70	+0,21
18,5	+1,03	−1,68
Aug. 9,5	+2,75	+1,23

Summe der Fehlerquadrate 30,2905
Die Elimination gab 30,2162

Anzeige.

Die unterzeichnete Gesellschaft macht hiedurch bekannt, dass der Preis für die in der Beilage zu Nr. 794 der Astronomischen Nachrichten gestellte Aufgabe: „*Theorie der Pendelbewegung mit Rücksicht auf die Umdrehung der Erde*“, einer mit der Devise:

„*E pure si muove*“

versehenen Abhandlung ertheilt worden, und dass, nach Eröffnung des versiegelten Zettels, sich der Name des Verfassers:

P. A. Hansen, Director der Sternwarte Seeberg bei Gotha,

ergeben hat.

1853. Januar 3.

Die naturforschende Gesellschaft zu Danzig
C. T. Anger, Director. *J. J. Hartwig*, Secretair.

Inhalt.

Altona 1853. Januar 21.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 846.

Beobachtungen auf der Sternwarte zu Kremsmünster.

Da nun die Meridianbeobachtungen der Fortuna und des Neptun, so wie die Beobachtungen des *Westphal*'schen Kometen geschlossen sind, so bin ich so frei, Ihnen die erlangten Resultate zum gefälligen gelegenheitlichen Abdrucke in den Astronomischen Nachrichten zu übersenden; beigefügt sind noch die Beobachtungen der Juno, Massilia, Hygiea, Eunomia und des (21) Asteroiden Calliope, so viel bis jetzt erhalten werden konnten. Sie werden sich vielleicht wundern, wie es mir möglich war, die, besonders gegen das Ende, so lichtschwache Fortuna noch am Meridiankreise beobachten zu können. Ich verdanke dieses einer mikrometrischen Vorrichtung, welche mir im Monate September Herr *S. Stampfer*, k. k. Professor am polytechnischen Institute in Wien, der vielfach bewährte Freund unseres Observatoriums, mit wohldurchdachter Genauigkeit und besonderem Scharfsinne am Meridiankreise angebracht hat. Das Micrometer besteht aus zwei Lichtpunkten (künstlichen Sternen) nahezu in der Mitte des Gesichtsfeldes (in einer Entfernung von einander von 29 Zeitsekunden für den Aequator), welche, je nachdem man Licht von der gewöhnlichen Beleuchtungslampe durch den hohlen Zapfen einlässt, ganz nach Bedürfniss vergrössert oder verkleinert werden können, von der Helligkeit eines Sternes erster Grösse bis zu der eines Sternes 10. bis 11. Grösse, während das übrige Gesichtsfeld ganz verdunkelt bleibt, so dass man im Stande ist, alle Gestirne, die durch das Fernrohr noch erreichbar sind, mit jener gewöhnlichen Genauigkeit beobachten zu können, durch welche die Beobachtungen mit Meridiankreisen ausgezeichnet sind. Das Micrometer ist im eigentlichen Sinne des Wortes praktisch, und der Besitz desselben ist bei der gar so häufigen Lichtschwäche der Asteroiden für uns eine höchst erfreuliche Erwerbung. Nach dem, was ich bis jetzt mit dem Micrometer erfahren, kann ich dasselbe den Astronomen, welche nicht mit anderen entsprechenden Ersatz leistenden Vorrichtungen versehen sind, mit gutem Gewissen bestens empfehlen. Die genaue Beschreibung des Micrometers überlasse ich dem Erfinder, spreche ihm aber hier wegen der gelungenen Ausführung meinen tiefgefühlten Dank aus.

Fortsetzung der Resultate von den Beobachtungen mittelst des Meridiankreises auf der Sternwarte zu Kremsmünster im Jahre 1852.

Fortuna.

		M. Zt. Kremsm.	α.	δ.
Sept.	27	$9^h 29^m 46^s 19$	$21^h 56' 52'' 75$	$-10° 27' 16'' 69$
	30	9 17 9,46	56 3,62	10 35 37,66
Octb.	1	9 13 1,23	55 51,26	10 37 54,70
	4	9 0 46,15	55 23,83	10 45 14,73
	8	8 44 54,78	55 16,06	10 51 37,90
	14	8 22 4,94	56 1,79	10 55 26,58
	15	8 18 23,28	56 16,07	10 55 32,91
	17	8 11 6,59	56 51,29	10 54 53,93
	20	8 0 24,42	57 57,02	10 53 56,42
	21	7 56 52,52	21 58 21,09	10 52 46,34
Nov.	7	7 1 33,24	22 9 54,16	10 9 19,25
	11	6 49 35,20	13 40,37	9 52 33,64
	17	6 32 16,60	19 58,26	9 23 16,66
	18	6 29 27,33	21 5,08	9 17 50,95
	26	6 7 34,64	30 41,25	8 25 29,64
Dec.	6	5 41 46,96	44 14,92	7 17 51,28
	7	5 39 14,54	45 38,64	7 10 19,68
	9	5 34 16,47	48 32,86	6 54 42,73
	10	5 31 49,00	22 50 1,54	− 6 46 21,83

Alle Beobachtungen sind mit dem Puncte-Micrometer ausgeführt.

Neptun.

Verglichen mit der Ephemeride in *Encke*'s Jahrbuch für das Jahr 1854.

		M. Zt. Kremsm.	α.	(Eph. — α.)	geoc. δ.	(Eph. — δ.)
Aug.	28	$12^h 19^m 2^s 18$	$22^h 48' 19'' 97$	$+1'' 41$	$-8° 35' 53'' 55$	$+8'' 91$
	29	12 15 0,25	22 48 13,93	1,34	8 36 29,97	7,38
	30	12 10 58,60	22 48 8,17	+0,97	−8 37 10,42	+9,88

	M. Zt. Kremsm.	α.	(Ephem. — α.)	geoc. δ.	(Eph. — δ.)
Sept. 4	11ʰ50ᵐ48ˢ35	22ʰ47′ 37″38	+ 1″07	— 8°40′ 15″97	+5″80
5	11 46 46,36	47 31,27	1,06	40 53,85	5,87
7	11 38 42,24	47 18,93	1,13	42 8,16	4,87
8	11 34 40,46	47 12,89	1,06	42 50,11	9,31
15	11 6 26,87	46 30,69	0,92	47 5,20	5,80
20	10 46 17,82	46 1,10	1,14	50 6,89	9,67
Octb. 4	9 49 59,86	44 45,62	0,81	57 35,34	4,93
8	9 33 57,25	44 26,59	0,51	— 8 59 31,00	6,44
14	9 9 55,43	44 0,14	0,38	— 9 2 6,82	6,56
15	9 5 55,23	43 55,83	0,57	2 31,88	7,65
17	8 57 55,82	43 48,21	0,22	3 12,86	2,36
20	8 45 56,60	43 36,68	0,50	4 22,80	7,52
21	8 41 57,17	43 33,14	0,50	4 42,01	6,41
22	8 37 57,75	43 29,73	0,47	4 58,88	3,59
23	8 33 58,54	43 26,31	0,54	5 19,48	5,12
Nov. 7	7 34 23,67	42 49,99	+ 0,15	8 40,49	2,58
11	7 18 34,86	42 44,80	— 0,03	9 5,24	0,50
13	7 10 41,66	42 42,81	0,06	9 18,34	4,21
17	6 54 55,15	42 40,53	0,08	9 25,54	3,28
18	6 50 59,22	42 40,51	0,20	9 24,56	2,18
26	6 19 34,37	42 42,96	0,08	9 1,99	5,83
27	6 15 39,93	42 44,43	0,71	8 54,77	4,68
Dec. 3	5 52 13,33	42 52,32	0,51	7 59,86	8,47
7	5 36 36,53	43 0,17	0,38	7 2,43	3,43
9	5 28 49,68	43 5,18	0,62	6 36,27	+8,74
10	5 24 56,02	22 43 7,43	— 0,34	— 6 7,96	—3,02

Juno.

Die ersten vier Beobachtungen verglichen mit der Oppositions-Ephemeride in *Encke's* Jahrbuch für 1852.

Sept. 23	12 0 53,51	0 12 38,70	—11,88	— 3 29 28,67	+3,89
30	11 28 43,71	0 7 59,48	—11,30	5 2 53,49	+8,92
Octb. 1	11 24 8,59	0 7 20,16	—11,86	5 16 1,56	+7,99
4	11 10 24,99	0 5 23,96	—11,80	5 54 18,44	+9,12
14	10 25 24,96	23 59 43,07	.	7 49 20,94	.
15	10 21 0,31	23 59 13,25	.	7 59 42,70	.
17	10 12 15,56	23 58 20,16	.	8 29 13,95	.
20	9 59 18,61	23 57 10,74	.	8 46 19,48	.
21	9 55 2,34	23 56 50,32	.	8 54 44,62	.
22	9 50 48,08	23 56 31,92	.	9 2 46,35	.
23	9 46 34,73	23 56 14,43	.	9 10 36,79	.
Nov. 7	8 46 43,06	23 55 21,26	.	10 28 46,65	.
18	8 7 4,26	23 58 58,04	.	10 39 50,08	.
26	7 41 24,87	0 3 46,74	.	10 28 6,67	.
Dec. 5	7 12 24,88	0 11 11,17	.	9 54 54,70	.
7	7 6 25,88	0 13 4,30	.	9 45 10,02	.
19	6 32 29,38	0 26 20,93	.	— 8 30 27,95	.

Massilia.

	M. Zt. Kremsm.	α.	δ.	
Oct. 19	10ʰ52ᵐ58ˢ28	23ʰ47ᵐ10ˢ46	—1° 0′ 54″97	8311 Piscium A. S. C.
20	7 40 54,03	46 39,69	4 27,27	——
—	9 48 46,04	46 36,46	5 4,11	Mer.-Kreis.
21	9 44 16,72	46 2,93	9 9,69	——
22	9 39 48,52	45 30,56	13 0,45	——
23	9 35 21,45	23 44 59,31	—1 16 50,03	——

Hygiea.

	M. Z. Kremsm.	α.	δ.	
Dec. 5	11h 18m 32s60	4h 17m 59s32	24° 44′ 51″28	M.-Kr.
6	11 13 46,15	17 8,64	42 2,01	„
7	11 9 0,07	16 18,34	39 13,78	„
10	10 54 43,90	13 49,49	30 34,25	„
19	10 12 34,82	4 7 2,52	24 4 7,58	„

Eunomia.

	M. Zt. Kremsm.	α.	δ.	
Dec. 6	11h 48m 6s95	4h 51m 35s08	35° 34′ 59″31	M.-Kr
7	11 43 3,97	50 27,83	35 27 46,64	„
10	11 27 57,01	47 8,05	35 4 50,91	„
19	10 43 30,92	4 38 3,70	33 48 20,27	„

Calliope.

	M. Zt. Kremsm.	α.	δ.	
Dec. 5	12h 24m 31s86	4h 55m 4s72	25° 52′ 54″26	* 9. Gr. Vergl.-Stern am Mer.-Kreise bestimmt.
6	10 29 30,39	4 54 8,05	25 56 8,33	α. = 4h 57m 42s72 δ. = 25° 53′ 48″26
7	11 45 34,75	4 52 59,03	26 0 18,84	Mer.-Kreis.
10	11 30 24,91	4 49 46,36	26 11 26,07	———

Die Meridianbeobachtungen der Hygiea, Eunomia und Calliope sind alle mit dem Lichtpunkte-Micrometer des Meridiankreises ausgeführt.

Westphal's Comet (entd. am 24. Juli zu Göttingen).

	M. Zt. Kremsm.	Sch. AR. ☄	Sch. Decl. ☄	Vergleichsterne.
Aug. 11	11h 8m 12s91	1h 32m 29s61	15° 21′ 20″5	105 Piscium A.S.C.
14	10 35 18,56	1 35 49,65	18 27 1,1	$\frac{\gamma^1+\gamma^2}{2}$ Arietis A.S.C.
18	14 49 4,28	1 40 27,56	23 13 34,6	7.8 Gr. B. Z. 445.
19	13 18 52,66	1 41 29,83	24 22 15,3	7. Gr. ———
		29,14	15,3	7.8 Gr. ———
24	14 34 16,41	1 47 6,21	30 56 38,8	3525 L. 9. Gr.
		5,52	45,9	7. Gr. B. Z. 532.
25	13 24 39,06	1 48 7,22	32 15 41,9	7.8 Gr. B. Z. 534.
		8,11	39,5	3 Trianguli ε A.S.C.
26	14 24 50,79	1 49 17,04	33 38 45,1	8. Gr. B. Z. 439.
Sept. 4	8 25 43,36	1 59 25,87	47 1 3,9	4047 L.
		26,45	1 5,4	4119 L.
		26,89	0 58,4	62 c Andromedae A.S.C.
5	8 15 43,53	2 0 37,72	48 35 41,5	4012 Andromedae L.
		37,81	43,4	705 „ A.S.C.
6	8 23 12,97	2 1 56,37	50 12 21,5	2632 Oeltzen.
	8 44 10,53	57,77	50 13 36,7	4020 Persei L.
7	10 43 54,41	2 3 18,49	51 58 19,2	4336 ———
8	11 20 21,10	2 4 40,01	53 37 24,5	4267 ———
10	10 22 13,31	2 6 21,87	56 46 39,0	7 χ Persei A.S.C.
		23,11	55,1	8 ——— ———
14	7 59 43,15	2 13 12,73	62 57 19,3	4428 Cassiopeiae L.
15	8 12 54,14	2 14 56,07	64 31 27,1	4246 ———
20	11 9 19,31	2 25 38,34	72 10 6,7	777 ——— A.S.C.
23	12 4 53,41	2 35 1,86	76 21 7,6	3226 Oeltzen.
27	7 35 14,40	2 54 32,14	81 12 18,0	908 Cassiop. A.S.C.
30	7 19 57,54	3 27 44,76	84 38 9,5	960 Ursae min. A.S.C.
Octb. 1	8 42 46,83	3 50 21,00	85 43 45,3	1235 ——— ———
3	7 10 15,85	5 13 16,44	87 27 9,3	2157 ——— ———
4	6 58 55,76	6 42 35,82	88 1 51,6	2157 ——— ———
5	7 58 5,47	8 49 53,83	88 9 5,8	8. Gr. am Mer.-Kr. bestimmt.
7	7 35 50,53	11 34 44,55	87 8 3,0	4150 Ursae min. A.S.C.
		32,84	6,1	4070 ——— ———
8	7 0 21,07	12 11 23,27	86 23 49,5	4070 ——— ———
	7 20 42,06	52,26	33,3	4070 ——— ———

		M. Zt. Kremsm.	Sch. AR. ☄	Sch. Decl. ☄	Vergleichsterne.
Oct.	14	$6^h 52^m 31^s 50$	$13^h 24^m 48^s 16$	$81^\circ 45' 34'' 4$	4452 Ursae min. A. S. C.
		11 51 38,06	13 26 9,51	81 36 13,5	Mer.-Kreis.
	15	11 52 4,56	13 30 32,46	80 53 31,9	———
	17	11 51 8,65	13 37 29,49	79 31 57,9	———
	19	11 48 30,32	13 42 43,83	78 15 23,5	———
	20	11 46 44,73	13 44 54,51	77 39 4,3	———
	21	11 44 46,68	13 46 52,69	77 3 56,6	———
	22	11 42 35,09	13 48 37,30	76 29 35,2	———
	23	11 40 16,22	13 50 14,60	75 57 0,6	———
Nov.	1	11 14 15,67	13 59 38,77	71 50 8,0	———
	7	10 54 3,28	14 3 2,39	69 48 33,8	———
	13	7 22 37,54	14 4 58,99	68 19 5,3	4732 Ursae min. A. S. C.
	17	7 29 31,74	14 5 24,54	67 32 41,3	14506 Oeltzen.
			24,02	53,1	14520 ———
	17	10 17 3,49	14 5 22,08	67 31 56,4	Mer.-Kreis.
Dec.	5	7 29 59,63	13 57 57,95	66 18 24,6	273 Drac. P.
			57,96	13,5	Anon. 7. Gr. am M.-Kr. bestimmt.
	5	8 58 49,43	13 57 53,20	66 18 18,9	Mer.-Kreis.
	6	8 53 56,52	13 56 56,04	66 20 1,4	———
	7	8 48 57,75	13 55 53,02	66 22 0,2	———
	10	6 51 25,89	13 52 19,81	66 30 23,0	Anon. 7. Gr. am M.-Kr. bestimmt.

Alle Beobachtungen sind von dem Einflusse der Refraction und der Instrumentalfehler befreiet.

Die Positionen der Vergleichsterne an den einzelnen Beobachtungstagen sind folgende:

			α.	δ.
Aug.	11	105 Piscium A. S. C.	$1^h 31^m 43^s 64$	$15^\circ 39' 18'' 02$
	14	5 Ariet. $\frac{\gamma'+\gamma^2}{2}$ A. S. C.	1 45 26,57	18 34 8,29
	18	7.8 Gr. B. Z. 445	1 43 57,91	23 22 59,75
	19	7. Gr. ———	1 43 0,34	23 55 8,71
		7.8 Gr. ———	1 43 57,91	23 22 59,75
	24	3525 Lal. 9. Gr.	1 47 20,14	30 54 47,17
		7.8 Gr. B. Z. 532	1 49 35,66	30 24 49,79
	25	7.8 Gr. B. Z. 534	1 50 29,42	32 30 16,60
		3 Trianguli ε A. S. C.	1 54 22,41	32 34 10,43
	26	8 Gr. B. Z. 439	1 50 23,26	33 37 9,20
Sept.	4	4047 Lalande	2 4 36,97	46 47 23,43
		4119 ———	2 6 27,57	47 7 18,13
		62 c Androm. A. S. C.	2 9 47,72	46 41 39,90
	5	4012 L.	2 3 31,36	48 41 8,50
		705 Andr. 6. Gr. A.S.C.	2 9 47,42	48 15 58,58
	6	6.7 Gr. 2632 Oeltzen	2 10 22,49	50 16 29,11
		8. Gr. 4020 Persei L.	2 3 47,31	50 22 42,20
	7	4336 Persei L.	2 13 24,44	51 24 14,52
	8	4267 ———	2 11 6,67	53 49 36,82
	10	7 χ Pers. 6.7 Gr. A.S.C.	2 7 45,77	56 49 38,08
		8 Persei 7. Gr. „	2 7 37,10	57 12 34,48
		2574 Oeltzen	36,65	36,58
	14	4428 Cassiop. L.	2 17 21,07	62 31 9,13
	15	4246 „ L.	2 10 57,73	64 33 40,35
	20	777 „ A. S. C.	2 24 9,71	72 10 11,93

			α.	δ.
Sept.	23	8. Gr. 3226 Oeltzen	$2^h 42^m 0^s 27$	$76^\circ 28' 25'' 88$
	27	908 Cass. A. S. C.	2 49 15,12	80 53 17,66
	30	960 Urs. m. 6. Gr. A.S.C.	2 58 20,40	84 22 20,08
Oct.	1	1235 Urs. min. A.S.C.	3 51 53,07	85 9 10,11
	3	2157 —— ——	6 29 49,45	87 14 57,05
	4	2157 —— ——	6 29 49,85	87 14 57,05
	5	* 8. Gr. am M.-Kr. best.	8 59 34,77	87 29 25,38
	7	4150 Urs. min. A.S.C.	12 12 5,10	87 15 17,19
		4070 —— ——	11 56 55,60	86 24 9,38
	8	4070 —— ——	11 56 55,60	86 24 9,38
	14	4452 —— ——	13 11 1,22	81 15 8,88
Nov.	13	4732 —— ——	14 9 18,31	70 7 27,99
	17	14506 Oeltzen	14 16 21,93	67 46 10,40
		14520 ———	14 17 6,05	67 34 6,06
Dec.	5	273 Drac. P.	13 52 18,74	66 5 1,12
		* 7. Gr. am M.-Kr. best.	13 54 44,39	66 48 44,50
	10	273 Drac. „ „	13 52 20,17	66 4 43,54

Bemerkungen.

Aug. 11 Komet erscheint als ein schwacher Nebel mit etwas hellerem Kerne.

— 14 Komet von elliptischer Form, Kern ausserhalb des Centrums.

— 18 Komet einen Durchmesser von 4—5 Bogenminuten.

— 26 Komet hell mit einem deutlichen fächerförmigen kurzen Schweifansatze auf der von der Sonne abgewendeten Seite; Kern ziemlich hell.

Aug. 28 Komet wegen Mondeshelle nicht zu erkennen.

Sept. 4 Komet wegen der Dämmerung schwach.

—— 6 Himmel nicht ganz rein, daher Komet schwach.

—— 10 Komet steht inmitten eines Sternhaufens vom Perseus, daher in seinem Lichte sehr gedämpft.

—— 23 Komet bei starkem Mondlichte ganz hell.

Octb. 3 Himmel sehr wechselnd, beim Vergleichsterne sehr trübe.

4 Komet mit freiem Auge auszunehmen; wegen der hohen nördlichen Declination des Kometen die Durchgänge sehr schwer genau zu erfassen.

—— 7 Komet sehr hell; gut mit freiem Auge zu erkennen: Nebelhülle ausgedehnt; Kern stark excentrisch; Schweifansatz kurz und breit.

Oct. 14 Komet nimmt an Lichthelligkeit ab; erste Beobtung des Kometen (und überhaupt eines Kometen) mit dem Doppelpunktmicrometer des Meridiankreises.

—— 23 Komet wegen zartem Nebel sehr schwach.

Nov. 17 Komet wegen Mondeshelle sehr schwach.

Witterung im November für Beobachtungen sehr ungünstig.

Dec. 5 Komet nur mit grösster Mühe noch zu erkennen.

—— 10 Nur noch eine schwache Spur des Kometen.

Nach dem 10ten December durch viele Tage umwölkter Himmel, dann trat Mondschein ein, und ich konnte den Kometen nicht mehr erkennen.

Kremsmünster 1852, Dec. 28.

Aug. Resthuber.

Observations of Neptune and his Satellite.

1852		Position. G. M. T.		Distance. G. M. T.		
Oct.	28	7h 54m	37° 6′	8h 8m	16″62	(a)
	29	6 43	48 36	6 56	13,19	(b)
	30	7 17	159 estim.			(c)
	31	6 55	215 57	7 9	16,23	(d)
Nov.	1	6 20	223 32	6 39	12,77	(e)
	2	7 7	9 13	7 23	4,45	(f)
	3	6 8	37 15	6 29	15,78	
	4	6 21	49 29	6 34	11,40	(h)
	5	7 0	177	7 0	4	(i)
	6	6 16	215 42	6 32	16,57	(k)
	9	6 26	38 34	6 40	17,20	(l)
	10	6 41	53 52	6 51	9,60	(m)
	11	6 15	197 53	6 41	5,26	(n)
	12	6 2	216 36	6 12	16,81	
	15	6 4	40 57	6 21	17,42	
	16	5 58	57 17	6 15	7,08	(q)
	17	6 13	205 12	6 25	7,64	(r)
	18	6 2	217 59	6 16	16,99	
	19	6 4	232 51	6 15	6,69	
	20	5 47	26 28	6 2	10,93	
	26	5 37	31 46	5 50	11,34	
	29	6 6	207 18	6 16	11,36	
Dec.	8	5 23	33 57	5 38	13,09	
	9	5 43	45 52	5 52	13,72	
	27	5 0	51 34	5 7	10,82	

(*a*) Sky hazy. No illumination of the field used but that given by the moon-lit sky itself rather too great. Yet the satellite was perfectly easy and the measures taken with great comfort and confidence. The planet was well defined and round.

(*b*) Planet round and well defined. Satellite bright. The rising moon rendered artificial illumination unnecessary.

(*c*) On turning the telescope on the planet he appeared as usual, attended by his satellite near its greatest elongation, and if I had not expected to find the satellite near its closest appulse to the planet, I might have proceeded to measure its position and distance. I did indeed apply the micrometer and found the distance about 2″ more than the satellite's greatest elongation. I mention the fact as one of the very rare instances in which a star of the identical magnitude, is found so near the place of a satellite as to be temporarily mistaken for it — and even here, applying the micrometer at once verified the illusion.

I proceeded to look more carefully for the real satellite, with the usual measuring power of 760, but was for a long time disappointed, and feared I must give up the search. At length I took off the micrometer and applied Dollond's polycratic wheil of single convex lenses, powers 222, 479, 628, 805, 1292 and 1917, changing the powers successively from the 2nd or 3d, but failed to get a steady glimpse of the satellite until I got to the highest, 1917, with which I saw it pretty steadily and well; though the planet itself with this power was like a ball of wool. I estimated the distance of

the satellite about $\frac{3}{4}$ of the planet's diameter from its limb, and think it did not exceed 8 or 9 tenth at the utmost. In position it appeared at right angles with the small star, whose position I measured in order to get at the angle of position of the satellite, which could not be measured directly.

(*d*) Satellite rather faint from the haziness of the sky — yet independently of this I have an impression that the satellite is fainter than in the opposite point of its orbit, though the difference does not amount to a certainty. Power 760, seven measures each of position and distance taken.

(*e*) I have again the impression that the satellite is not so bright as in the opposite part of its orbit.

(*f*) The satellite extremely close, but the fineness of the night enabled me to get six measures, well and satisfactorily, with power 760. Planet round and well defined. Applied single lens 1292, with which the satellite was much brighter: estimated distance 1½ diameter off. Definition very good for the power. In a fine black field, I looked carefully round for other satellites, to the distance of about a minute, without finding any. (With a heavy dew, the night was delightfully calm and mild) I am satisfied that on this occasion I should have seen a point of light considerably less than half the magnitude of the satellite, had there been one.

(*h*) Air remarkably fine. I receive a decided impression of ellipticity in the direction of the greatest elongation of the satellite, powers 650 and 805. There is also an impression of an extremely flattened ring in the direction of the transverse axis. I think I have never seen Neptune so well before. (I copy this record of the appearance of Neptune from my observation-book, yet I suspect some illusion).

(*i*) The satellite was seen with 760, but much better with 1292. It was too faint and close to measure, in either position or distance, and the place given is the result of estimation. Atmosphere less favourable than usual.

(*k*) Surveyed the neighbourhood of the planet round for satellites, power 1018, none appeared. The field fine and black. Certainly no point of light could be detected within three times the greatest elongation of the known satellite. A minute star about half its magnitude was in the field, but was proved to be a star on the 9th Nov. Field of the eyepiece 3′ 36″.

(*l*) The neighbourhood of the planet again examined round to the distance of 3′, with power 1018, without finding any points of light which might be satellites. From the brightness of the known satellite, I am more and more confirmed in the opinion that although he probably has other satellites, none of them bears a greater proportion of magnitude to the known one than Tethys or Dione, among Saturn's satellites, does to Titan. More optical power therefore than I possess will be necessary for their discovery.

(*m*) The distance, a mean of eight accordant measures, but the sky is more disturbed than usual and clouds are passing. Power 760.

(*n*) Measures of the satellite, from its proximity, taken with difficulty. Five measures of the diameter of the planet gave 2″324.

(*q*) Notwithstanding the closeness of the satellite, some haziness of the sky, and the bright moonlight, the distance is the result of nine coincident measures — the position, of seven measures.

(*r*) The haze of the sky, neighbourhood of the moon, (and such a moon as is not seen in England) and diffused vision arising from an aggravated sirocco wind, rendered observation difficult

Dec. 7. After some interruption of the fine weather by gales of wind, and occasional showers I turned the telescope upon Neptune and measured a companion which I took to be the satellite, in position and distance. The former 328° the latter 12″½. But on reducing the measures I found that I must have measured a star, as the true satellite at this distance never could be in this position; though the magnitude and distance might very well have belonged to it. Not having any notion, at the time of observing, where the satellite would be situated and the fact being that it was almost at its closest approach to the planet; and moreover being deceived by the star, I overlooked the true satellite. But even here the outstanding of the position angle immediately detected the error. Seven measures of the diameter of the planet with 1027 gave 2″991.

Dec. 8. Measured diameter of Neptune mean of 5 measures with power 1027 gave 2″645. On going up to the observatory this evening I observed Mercury very near the horizon, shining very brightly for his position. I watched him go behind the horizon as behind a transit wire, very obvious one moment, gone the next. Such was the clearness of the atmosphere. Canopus too, which has here only a meridian altitude of 1°49′ including refraction, occasionally shines out with a brilliancy almost rivalling Rigel, although the latter is so far above him.

Dec. 9. Remeasured the diameter of Neptune with 1027 mean = 2″774. The power however seemed rather too great for the circumstances.

Dec. 20. Remeasured the diameter of Neptune, power 1027. The mean of 6 measures gave 2″796.

Dec. 22. Remeasured diameter of Neptune mean of 8 measures with 1027 gave 2″450, mean of 6 measures with 219 gave 2″710.

Dec. 27. Mean of 10 measures of diameter with 760 gave 2″628. No stars or points of light visible within 4′ of the planet. Power 778. The measures of distance were obtained in very strong twilight.

1853 Janr. 1. Remeasured diameter of Neptune. Disk capital and circumstances very favorable mean of 8 measures with 366 gave 3″035, mean of 5 measures power 614 gave 2″774.

The mean of all the measures of the planet's diameter is 2″713. The difference of the various sets is greater than I should have expected, but there are many things which must influence the results, e. g. the state of atmosphere, the magnifying power and the degree of illumination. As varieties of these have accompanied the measures, I hope this mean will not be far from the truth. The feeble light of the disk and its minuteness render its accurate measurement a task of great difficulty.

The observations of the satellite compared with former ones made at various periods will I believe require a somewhat longer period than has been given, viz. about 5,8779 days.

Valetta 1853, Jan. 5.

W. Lassell.

Elemente und Ephemeride der Lutetia, von Herrn *C. Bruhns.*

Elemente,

berechnet aus den Beobachtungen Nov. 28 Hamburg und Dec. 18, Jan. 6 Berlin.

Epoche 1852 Dec. 18,286172 m. Berl. Zt.

M_0	68°43′44″0	Mittl. Aeq. 1853 Jan. 0.
π	331 15 32,7	Mittl. Aeq. 1853 Jan. 0.
Ω	80 25 50,1	Mittl. Aeq. 1853 Jan. 0.
i	3 5 54,2	
φ	8 21 37,9	
log. a	0,389359	
„ μ	2,965968	

Ephemeride für 12^h mittl. Berl. Zeit.

	α.	δ.	lg. Δ
1853 Janr. 8	2ʰ30′30″	+13°30′9	0,27196
9	31 1	35,0	
10	31 34	39,3	
11	32 8	43,6	
12	32 44	48,1	0,28452
13	33 21	52,6	
14	34 0	+13 57,2	
15	34 40	+14 1,9	
16	35 21	6,7	0,29692
17	36 3	11,5	
18	36 47	16,4	
19	37 32	21,4	
20	38 19	26,4	0,30912
21	39 7	31,5	
22	39 56	36,6	
23	40 46	41,8	
24	2 41 37	+14 47,1	0,32119
1853 Janr. 25	2ʰ42′29″	+14°52′4	
26	43 23	+14 57,8	
27	44 18	+15 3,3	
28	45 14	8,8	0,33229
29	46 10	14,4	
30	47 7	20,0	
31	48 6	25,6	
Febr. 1	49 6	31,3	0,34451
2	50 7	37,0	
3	51 9	42,7	
4	52 12	48,5	
5	53 16	+15 54,3	0,35576
6	54 21	+16 0,1	
7	55 27	6,0	
8	56 34	11,9	
9	57 41	17,8	0,36677
10	58 49	23,7	
11	2 59 59	29,7	
12	3 1 9	35,6	
13	2 20	41,6	0,37744
14	3 32	47,6	
15	4 44	53,6	
16	5 57	+16 59,6	
17	7 12	+17 5,7	0,38780
18	8 27	11,7	
19	9 43	17,8	
20	10 59	23,8	
21	12 16	29,9	0,39784
22	13 34	35,9	
23	14 53	42,0	
24	16 12	48,1	
25	3 17 32	+17 54,2	0,40756

Kreismikrometer-Beobachtungen auf der Bilker Sternwarte.

Juno.

	M. Zt. Bilk.	Sch. AR.	Sch. Decl.	
1852 Sept. 28	10h 19m 37s5	2°20′ 3″4	−4°36′ 16″2	8 Vergl. mit *a*

Der Ort des ⋆ *a* (9) ist im Mittel aus den neuen Bestimmungen des Herrn Prof. *Argelander* und Herrn *G. Rümker*

Mittl. Ort 1852 Janr. 1.		Scheinb. Ort 1852 Sept. 28.	
3°19′ 38″1	−4°34′ 8″5	3°20′ 15″3	−4°33′ 52″5

Calliope.

	M. Zt. Bilk	Sch. AR.	Sch. Decl.	
1852 Dec. 18	9h 22m 23s1	70°24′ 13″0	+26°37′ 38″5	10 Vergl. mit *b*

Scheinbarer Ort des Vergleichsterns.

b (8.9)	Dec. 18	69°48′ 43″2	+26°41′ 50″9	nach Bessel Zone 396.

Thalia.

	M. Zt. Bilk.	Sch. AR.	Sch. Decl.	
1852 Dec. 31	9h 1m 11s6	46°21′ 36″9	+17°56′ 5″7	12 Vergl. mit *a*
1853 Janr. 1	7 19 1,4	46 20 6,1	+18 0 35,2	10 „ „ *b*

Scheinbare Oerter der Vergleichsterne.

⋆ *a* (9)	Dec. 31	47°35′ 6″1	+17°56′ 1″0	nach Bessel Zone 506
⋆ *b* (9)	Janr. 1	46 45 21,8	+18 1 13,3	——— ———

Bilk 1853, Jan. 5. *R. Luther.*

Nouveaux éléments de la planète Massalia, par M. *Valz.*

Voici les éléments que j'ai calculés des observations faites les 20 septembre, 20 octobre, 3 et 19 novembre, d'après ma méthode de calcul des orbites, méthode qui offre l'avantage de pouvoir s'appliquer avec autant de facilité à quatre observations qu'à trois seulement.

Epoque 1852 septembre 20,57.

Anom. moy.	229° 37′ 30″
Long. périh.	136 18 12
☊	206 18 30
Inclin.	0 41 33
Excentric.	0,057771
Demi gr. axe	2,31037
Mouv. moy. diurn.	1010″4

Anzeige.

Inhalt.

Altona 1853. Januar 28.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 847.

Elemente der Thetis,

hergeleitet aus den Beobachtungen in der ersten Erscheinung.

Um eine genauere Bahnbestimmung der Thetis für die nächste Wiedererscheinung zu erhalten, verglich ich die 95 mir bekannten Beobachtungen des Planeten mit meinen in Nr. 810 der Astronomischen Nachrichten mitgetheilten Elementen, aus welcher Vergleichung, unter Berücksichtigung aller Correctionen, zunächst folgende Normalörter hervorgingen:

	12ʰ m. Berl. Zt. 1852	AR. app.	Decl. app.	Zahl der Beob.	
(1)	April 23	179°49′ 45″64	+9° 3′ 24″79	(7)	(7)
(2)	26	30 51,43	7 21,87	(16)	(18)
(3)	Mai 4	178 58 34,43	7 33,95	(5)	(4)
(4)	7	53 27,87	3 42,21	(6)	(6)
(5)	11	52 27,49	+8 55 51,60	(8)	(8)
(6)	16	179 0 37,98	41 20,82	(13)	(13)
(7)	24	34 33,08	8 18,30	(4)	(4)
(8)	Juni 11	182 15 58,43	+6 16 32,00	(4)	(4)
(9)	Juli 7	188 52 29,83	+2 29 56,10	(3)	(3)

Die Oerter (1), (7), (9) genau in einer Ellipse darstellend, kommt man zu Elementen, welche beträchtlich von meiner angeführten ersten Bestimmung abweichen; in der That beruht diese mit auf der Berliner Beobachtung von April 22, welche sich in Declination etwa 17″ irrig erwiesen hat. Das neue Elementensystem ist:

Epoche: 1852 Mai 0. 12ʰ m. Berl. Zt.

M	308°47′ 48″28	
π	258 28 38,66	Mittl. Aequin.
Ω	125 12 24,29	1852 Jan. 0.
i	5 35 39,15	
φ	7 51 41,80	
Log a	0,3975700	

Bei strenger Vergleichung ergiebt sich daraus das folgende Fehlertableau, welches zwar für AR. noch eine kleine Besserung zuzulassen scheint, zugleich aber einige Unregelmässigkeiten zeigt, die in der ungemeinen Lichtschwäche des Planeten (11. u. 12. Gr.), namentlich gegen das Ende der Erscheinung hin, wohl zum Theil ihre Erklärung finden werden.

	Rechn. — Beob. $\Delta\alpha$.	Rechn. — Beob. $\Delta\delta$.
1852 April 23	— 0″12	+ 0″02
26	+ 4,76	— 1,65
Mai 4	+ 9,67	— 6,42
7	+ 5,26	+ 4,64
11	+ 3,52	+ 0,75
16	— 2,45	+ 2,12
24	+ 0,05	— 0,01
Juni 11	—15,24	+13,23
Juli 7	— 0,04	+ 0,04

Obgleich bei der sehr grossen Unsicherheit, welche diesmal in den einzelnen Bestimmungsstücken noch zurückbleibt, ein Versuch, die Bahn nach der Methode der kleinsten Quadrate auszufeilen, wegen Kleinheit der letzten Divisoren scheiterte, so füge ich doch die zu den Normalörtern gehörigen Differentialgleichungen bei, welche durch directe Rechnung nach einem geänderten System geprüft sind, da dieselben späterhin Anwendung finden können.

Für Rectascension:

0 = — 0,12	+1,4611 . $d\pi$	—0,023897 . $d\Omega$	+0,50600 . di	+1,6211 . dM	—65,894 . $d\mu$	—2,9332 . $d\varphi$
0 = + 4,70	1,4332 :	0,027227 :	0,50140 :	1,5920 :	64,729 :	2,8810 :
0 = + 9,55	1,3548 :	0,024080 :	0,48740 :	1,5104 :	60,417 :	2,7314 :
0 = + 5,19	1,3250 :	0,022936 :	0,48173 :	1,4796 :	58,398 :	2,6731 :
0 = + 3,48	1,2852 :	0,021386 :	0,47392 :	1,4386 :	55,422 :	2,5943 :
0 = — 2,42	1,2366 :	0,019603 :	0,46397 :	1,3889 :	51,286 :	2,4965 :
0 = + 0,05	1,1626 :	0,016861 :	0,44800 :	1,3140 :	43,917 :	2,3426 :
0 = —15,15	1,0194 :	0,011594 :	0,41333 :	1,1724 :	—25,169 :	2,0228 :
0 = + 0,04	+0,87155 :	—0,004926 :	+0,36679 :	+1,0335 :	+ 4,083 :	—1,6343 :

Für Declination:

$0 = +\ 0{,}02$	$-0{,}50726 \cdot d\pi$	$-0{,}055875 \cdot d\Omega$	$+1{,}3761 \cdot di$	$-0{,}54666 \cdot dM$	$+40{,}917 \cdot d\mu$	$+1{,}0682 \cdot d\varphi$
$0 = -\ 1{,}65$	0,49471 :	0,053131 :	1,3655 :	0,53375 :	40,066 :	1,0451 :
$0 = -\ 6{,}42$	0,46247 :	0,045894 :	1,3308 :	0,50117 :	37,171 :	0,98367 :
$0 = +\ 4{,}64$	0,45116 :	0,043180 :	1,3163 :	0,48995 :	35,910 :	0,96137 :
$0 = +\ 0{,}75$	0,43676 :	0,039676 :	1,2954 :	0,47588 :	34,068 :	0,93217 :
$0 = +\ 2{,}12$	0,42014 :	0,035394 :	1,2675 :	0,45996 :	31,608 :	0,89735 :
$0 = -\ 0{,}01$	0,39677 :	0,028858 :	1,2210 :	0,43830 :	27,365 :	0,84538 :
$0 = +13{,}23$	0,35723 :	0,015704 :	1,1144 :	0,40511 :	16,353 :	0,74068 :
$0 = +\ 0{,}04$	$-0{,}32100$:	$-0{,}000392$:	$+0{,}9727$:	$-0{,}37945$:	$+\ 0{,}304$:	$+0{,}61085$:

Man kann die Summe der Fehlerquadrate einigermaassen verringern, wenn man die Aenderung der für die Vorausberechnung der nächsten Rückkehr von der Sonne weniger einflussreichen Elemente vernachlässigt und sehr kleine Verbesserungen der Excentricität und der grossen Axe hinzufügt. Daraus geht hervor:

Epoche: 1853 Jan. 0. 12^h m. Berl. Zt.

M	9°58′ 3″58	
π	258 29 45,52	mittl. Aequ.
Ω	125 13 31,15	1853 Apr. 7,0
i	5 35 39,06	
φ	7 51 40,91	
log. a	0,3975501	

Nach diesem letzten Systeme ist die beigefügte Ephemeride entworfen, in welcher zwar aus 75 tägigen und nicht ganz befriedigend dargestellten Beobachtungen auf einen fünfmal grösseren Zeitraum geschlossen wird, welche aber bei der geringen Breite des Planeten im nächsten Sommer und den jetzt so vollkommenen Ecliptikkarten zur Wiederauffindung des Planeten wohl ausreichen kann. Bei Uebertragung der Elemente ist auf Störung für diesmal noch keine Rücksicht genommen.

Ich bemerke schliesslich, dass der Planet erst Anfang Juni vermuthlich 11.12 Gr. erreichen wird.

Thetis-Ephemeride 1853.

12^h m. Berl. Zt.	AR.	Decl.	log. r	log. Δ
April 0	323°12′0	−14°11′5	0,34743	0,4359
4	325 2,2	13 41,0	0,34824	
8	326 50,3	13 10,6	0,34904	0,4253
12	328 36,4	12 40,0	0,34988	
April 16	330°20′1	−12° 9′6	0,35072	0,4138
20	332 1,7	11 39,3	0,35158	
24	333 41,0	11 9,4	0,35245	0,4015
28	335 17,9	10 40,0	0,35335	
Mai 2	336 52,4	10 11,1	0,35425	0,3881
6	338 24,6	9 42,8	0,35517	
10	339 54,1	9 15,4	0,35609	0,3739
14	341 20,7	8 48,9	0,35703	
18	342 44,6	8 23,5	0,35798	0,3588
22	344 5,3	7 59,3	0,35895	
26	345 23,0	7 36,4	0,35993	0,3427
30	346 37,4	7 14,9	0,36091	
Juni 3	347 48,4	6 55,1	0,36190	0,3257
7	348 55,6	6 37,2	0,36291	
11	349 59,0	6 21,0	0,36392	0,3077
15	350 58,5	6 6,8	0,36494	
19	351 53,6	5 54,7	0,36596	0,2895
23	352 44,0	5 45,0	0,36699	
27	353 29,9	5 37,6	0,36803	0,2705
Juli 1	354 10,7	5 32,7	0,36907	
5	354 46,1	5 30,7	0,37012	0,2514
9	355 15,9	5 31,5	0,37117	
13	355 39,6	5 35,3	0,37223	0,2324
17	355 57,1	5 42,0	0,37329	
21	356 8,5	5 51,8	0,37435	0,2139
25	356 13,4	6 4,5	0,37542	
29	356 12,0	6 20,2	0,37649	0,1967
Aug. 2	356 3,5	6 39,0	0,37756	
6	355 48,5	7 0,4	0,37863	0,1816
10	355 26,8	7 24,6	0,37970	
14	354 59,2	7 50,8	0,38078	0,1692
18	354 25,4	8 19,5	0,38185	
22	353 47,1	8 49,0	0,38293	0,1606
26	353 4,4	9 19,3	0,38400	
30	352 17,4	− 9 50,4	0,38508	0,1565

Leipzig 1853, Janr. 8.

Dr. *W. Hartwig.*

Beobachtungen auf der Sternwarte in Christiania.

Hier übersende ich Ihnen meine Beobachtungen des Cometen 1852 II. nebst einigen Planetenbeobachtungen. Den *Biela*schen Cometen habe ich zwar nur einmal gesucht; die helle Morgendämmerung überzeugte mich aber davon, dass unter dieser Breite und mit unseren Instrumenten gar nichts auszurichten war.

Mit Ausnahme zweier Meridianbeobachtungen sind alle Cometenbeobachtungen an unserem schönen *Repsold*'schen im vorigen Sommer restaurirten Aequatorial angestellt, jedoch auf verschiedene Weise: die meisten mit Kreismikrometer (Kr.), ein Paar mit Fadenmikrometer (F.) Bei allen übrigen habe ich das Aquatorial als solches benutzt, zu der Zeit nämlich, als der Comet nur wenig vom Pole entfernt war. Und weil eben dieser Umstand es nothwendig machte die Fehler des Instrumentes, behufs einer strengen Reduction, genau zu bestimmen, ordnete ich die Beobachtungen nach Art absoluter Bestimmungen an. Dies war eben ein Fehler, weil ich nicht im Voraus das Instrument in dieser Beziehung durch eigene Erfahrung kennen gelernt hatte. Ich spendete viele Zeit und Ueberlegung auf diese Beobachtungen und meinte auch alle nöthige Sorgfalt bei der Handhabung des Instrumentes angewendet zu haben, als ich leider erst bei der Berechnung eine starke Veränderlichkeit gewahr wurde, welche sich auf den Indexfehler des Stundenkreises warf, deren wahre Ursache ich aber später auf directe Weise in der schlaffen Hemmung entdeckte. Die Folge davon ist, dass die auf solche Weise bestimmten Rectascensionen (die eingeklammerten) neben guten Beobachtungen wohl kaum zu gebrauchen sein werden. Die Declinationen sind dagegen, wie ich glaube, recht gut. Auch hoffe ich, dass die übrigen Beobachtungen, wozu ich noch die Differenzialbeobachtung am 18ten October rechne, durch die erwähnte Eigenschaft nicht beeinträchtigt worden sind. Die eigentlichen Aequatorialbeobachtungen sind unten durch Aequ. bezeichnet.

Bei der Reduction ist die nöthige Rücksicht auf Refraction und eigene Bewegung genommen. Zur Berechnung der Parallaxe habe ich die Distanzen bis zum 19ten Sept. aus der Ephemeride des Herrn *Sonntag* und für die späteren Beobachtungen aus der von Herrn *Marth* berechneten Ephemeride genommen.

In Bezug auf die dann und wann gemachten Schätzungen der Ausdehnung und Lage des Cometenschweifs habe ich nur zu bemerken, dass die Positionswinkel (P.) sich auf die Richtung vom Kopfe nach dem Schweife beziehen und wie gewöhnlich von N. nach O. gerechnet sind.

Comet 1852 II.

	M. Zt. Christ.	AR. ☄	Parall.	Decl. ☄	Parall.		
Aug. 20	14ʰ 9ᵐ 16ˢ 0	1ʰ 42ᵐ 38ˢ 39	−0ˢ 17	+25° 39′ 36″ 4	+6″ 6	5 a_1	F.
21	12 35 42,8	1 43 40,85	0,31	——		2 c	Kr.
	12 45 51,9	——		26 51 33,7	+6,7	4 a_2	„
	12 56 1,0	1 43 42,18	0,28	26 52 16,3	+6,6	2 d	„
	12 57 44,3	1 43 41,94	0,27	——		6 a_2	„
	13 28 48,1	1 43 42,99	0,23	——		1 b	„
	13 55 20,6	1 43 45,12	0,19	26 55 6,7	+6,3	4 e	„
22	13 11 36,1	1 44 49,68	0,27	28 10 52,3	+6,7	3 f	„
23	11 31 14,0	1 45 51,33	0,40	29 25 5,7	+7,4	3 h	„
	11 45 16,3	1 45 50,91	0,39	——		1 i	„
	12 1 19,9	1 45 52,26	0,37	29 26 46,5	+7,2	10 g	„
27	11 52 12,4	1 50 19,86	0,40	35 1 20,4	+6,7	6 k	„
	13 12 18,8	1 50 23,50	0,28	35 6 3,7	+5,8	4 l	„
	13 12 18,8	1 50 22,74	0,28	35 6 13,2	+5,8	4 m	„
Sept. 2	10 45 23,2	1 57 10,27	0,56	44 1 27,3	+6,3	6 n	„
	11 27 34,5	1 57 12,89	0,52	44 4 10,0	+5,6	8 o	„
4	10 50 16,8	1 59 35,61	0,59	47 11 21,7	+5,6	2 p	„
	12 36 48,2	1 59 41,01	0,39	47 18 28,2	+4,9	3 q	„
6	10 41 2,0	2 2 5,93	0,64	50 22 46,3	+5,3	3 s	„
	10 46 53,6	2 2 5,69	0,63	50 23 5,6	+5,0	5 t	„
9	12 13 34,5	2 6 6,00	0,51	55 18 27,0	+2,4	5 u	„
13	9 56 17,7	2 11 48,89	0,91	61 31 38,3	+2,9	6 v	„
15	12 13 37,7	2 15 16,86	0,62	64 47 32,6	0,0	10 x	„
	12 30 45,3	2 15 18,54	0,56	64 48 37,7	−0,3	4 y	„
17	10 28 48,2	2 18 53,19	1,05	67 43 31,3	+1,4	3 α	„
19	9 58 43,8	2 22 57,99	1,26	70 39 9,2	+1,3	2 β	„
	9 58 43,8	2 22 59,02	1,26	70 39 7,3	+1,3	2 γ	„
	10 32 33,1	2 23 4,62	1,17	70 41 9,6	+0,6	3 β	„
25	9 34 49,0	2 43 10,51	2,21	78 50 6,2	+0,2	2 δ	„
	11 52 3,3	2 43 36,57	−1,44	78 50 30,8	−3,0	5 δ	„
Oct. 6	10 13 6,1	*		+87 42 42,4 +0,0871 Δα	+6,6	Mer.-Kr.	

		M. Zt. Christ.	AR. ☄	Paratl.	Decl. ☄	Paralt.		
Octb.	6	$11^h41^m57^s2$	(10^h46^m 0^s3)	-4^s74	$+87°40'$ $31''1$	$+5''7$	Aequ.	
	7	10 43 58,9	11 40 42,27	0,00	87 2 8,5	6,5	Mer.-Kr.	
	9	9 27 59,0	(12 37 21,0)	+2,45	85 30 56,0	6,0	Aequ.	
	11	8 38 21,8	(13 4 8,5)	+2,62	83 57 33,2	5,1	„	
	12	7 34 29,5	(13 12 26,5)	+2,93	83 13 6,2	3,7	„	
	14	9 16 35,0	(13 25 54,5)	+1,65	81 40 32,6	5,8	„	
	15	10 51 18,3	(13 30 22,0)	+0,63	80 54 51,8	6,9	„	
	18	8 45 36,9	13 39 59,81	+1,38	78 57 45,6	5,6	„	Groombr. 2053
Nov.	12	8 49 59,8	14 4 43,91	+0,37	68 31 26,6	6,7	4 ε	Kr.
	13	11 18 30,1	14 4 58,20	−0,16	68 16 53,0	7,0	4 ε	„
Dec.	3	6 41 14,8	13 59 45,42	+0,43	66 16 53,2	6,0	6 ζ	„
	4	7 12 32,8	13 58 53,70	+0,33	66 17 18,0	6,3	4 ζ	„
	6	12 10 24,8	13 56 53,24	−0,54	66 20 3,1	5,4	2 η	„
		12 19 56,0	13 56 51,87	−0,55	+66 20 2,3	+5,4	4 ζ	„

* Oct. 6. Zur Reduction der einmaligen Einstellung (ausserhalb der Fäden) wurde die AR. für den Augenblick der Beobachtung $= 10^h40^m53^s1 + \Delta\alpha$ gesetzt, wo $\Delta\alpha$ in Zeitsecunden auszudrücken ist.

Scheinbare Oerter der Vergleichsterne.

a_1	$1^h41^m11^s12$	$+25°44'$ $10''7$	B. Z. 333.	Decl. $0''97$ vergr.
a_2	46 44,71	26 49 34,8	———	Decl. $+0''95$
b	41 19,57	26 58 7,8	B. Z. 447 u. 535.	———
c	46 16,62	26 43 32,1	Mer.-Kr. (1)	
d	46 50,51	26 32 20,0	B. Z. 333.	Decl. +0,95
e	42 12,90	27 11 55,2	B. Z. 447 u. 535.	———
f	46 22,51	28 25 22,4	B. Z. 535.	Decl. $+0''92$
g	46 47,70	29 26 16,4	B. Z. 532.	Decl. +0,91
h	48 0,79	29 42 53,3	B. Z. 390 u. 532	———
i	47 21,19	29 37 44,1	———	———
k	49 46,19	35 18 4,5	B. Z. 439.	Decl. $+0''84$
l	48 57,28	35 4 59,2	B. Z. 439, 446.	
m	51 50,53	35 4 14,2	M.-Kr. (2) (= B. Z. 446)	
n	56 46,16	44 1 59,5	M.-Kr. (2)	
o	57 56,74	44 3 14,2	M. Kr. (2 u. 1)	
p	1 59 27,63	46 50 31,8	Argel. Z. 152.	
q	2 1 7,33	47 34 51,8	A. Z. 145.	
s	1 2,39	50 21 7,5	A. Z. 153.	
t	3 50,07	50 22 30,6	6 Persei.	Arg. Pos. med.
u	5 37,85	55 18 10,4	Mer.-Kr. (3)	
v	12 0,15	61 32 16,2	Mer.-Kr. (2)	
x	16 21,35	64 47 32,1	A. Z. 151.	
y	17 6,00	64 50 4,2	———	
α	23 14,67	67 42 49,8	A. Z. 63.	
β	20 32,50	70 38 15,4	Groombr. 516.	
γ	21 10,12	70 52 47,9	A. Z. 168.	
δ	2 46 46,78	78 49 26,3	A. Z. 155.	
	13 41 59,21	78 48 11,4	Gr. 2053.	Mer.-Kr. (1)
ε	14 2 6,10	68 15 59,1	A. Z. 204.	
ζ	14 1 42,13	66 18 20,2	Mer.-Kr.	
	14 1 42,17	+66 18 19,9		
ζ	14^h 1^m42^s25	$+66°18'$ $19''2$		
η	14 0 12,80	+66 2 59,9	A. Z. 204.	

Der Stern o ist mit Bessel Zone 444. $1^h56^m24^s34$ und Lalande 3842 identisch. Bei Bessel ist aber die Declination falsch und scheint die Lesart 51 1053 (also $43°56'44''4$) statt 51 753 und 43 58 27,0 zu verlangen, wodurch eine genügende Uebereinstimmung herbeigeführt wird.

Ueber das Aussehen des Cometen habe ich nur wenige Notizen gemacht. Sept. 2. Der Comet stand dem Zenith sehr nahe; bei der sehr klaren Luft schätzte ich die Länge des Schweifs zu etwa 30', den Positionswinkel zu 225°. — Oct. 9. Mit etwa 70maliger Vergrösserung fand ich die Länge nur 5 Minuten; P. = 5° bis 10°. — Oct. 11. Nach der Schweifseite zu schien der Kern in einen schmalen etwa 1' langen Streifen zu verlaufen. Eine Messung gab mir die Länge des Schweifs, vom Kern ab gerechnet, 9'; P. = 12°. — Oct. 12. P. = 11° (nach einer Zeichnung). — Oct. 14. P. = 25°. Nov. 12. Grösste Dimension des Cometen etwa 3'; P. = 30°. Dec. 3. Gr. Dim. 8'; P. = 0°. — Dec. 6. P. = 355° bis 360°.

Das Verlaufen des Kerns nach der einen Seite hin, wirkte oft störend auf die Beobachtungen ein. Am 13ten December glaube ich noch den Cometen gesehen zu haben, aber so ausserordentlich schwach, dass an Beobachtung gar nicht zu denken war; freilich war die Luft nicht vollkommen klar. Gestern war bei klarer Luft und niedrigem Stande des Mondes keine Spur davon zu sehen.

Neptun. (Mer.-Kr.)

		M. Zt. Christ.	AR.	Decl.
Aug.	20	$12^h51^m15^s7$	22^h49^m 8^s55	$-8°30'$ $49''1$
	27	12 23 2,4	22 48 26,51	−8 35 13,4

	M. Zt. Christ.	AR.	Decl.
Sept. 2	11ʰ58ᵐ50ˢ1	22ʰ47ᵐ49ˢ56	−8°39′ 0″3
4	11 50 46,1	47 37,39	40 17,5
6	11 42 42,1	47 25,11	41 34,8
8	11 34 37,9	47 12,74	42 43,4
9	11 30 36,0	47 6,72	43 25,4
10	11 26 33,9	47 0,48	44 3,1
12	11 18 30,0	46 48,43	45 12,3
15	11 6 24,4	46 30,45	47 5,8
16	11 2 22,6	46 24,55	47 43,2
17	10 50 20,8	46 18,61	48 13,4
19	10 50 17,1	46 6,69	49 28,2
23	10 34 10,7	45 43,93	51 45,7
27	10 18 5,2	22 45 21,93	−8 53 57,3

Fortuna. (Mer.-Kreis)

	M. Zt. Christ.	AR.	Decl.
Sept. 4	11ʰ14ᵐ23ˢ3	22 11ᵐ 8ˢ60	−8°44′ 32″0
5	11 9 37,2	10 18,3:	———
6	11 6 28,4	———	8 55 31,8
8	10 55 23,8	7 52,13	9 6 21,5
12	10 36 38,7	4 50,24	9 26 53,3
15	10 22 48,2	2 47,10	9 41 33,3
16	10 18 13,7	2 8,44	9 46 15,0
17	10 13 41,0	22 1 31,49	−9 50 44,9

Hygiea.

	M. Zt. Christ.	AR.	Parall.	Decl.	Parall.	
Dec. 4	11ʰ28ᵐ54ˢ6	4ʰ18ᵐ49ˢ76	+0ˢ00	+24°47′ 34″2	+2″0	4 *a* Kr.
6	10 42 49,3	4 17 9,40	−0,02	24 41 59,5	2,0	———
	11 13 43,1	4 17 7,80	}	24 42 3,5	2,0	}
13	10 40 31,8	4 11 26,93	0,00	24 21 39,4	2,0	Mer.-Kreis.
18	10 17 9,9	4 7 44,00	}	+24 6 55,9	+2,0	}

Die gestrige Meridianbeobachtung der **Hygiea** ist etwas unsicher. Die scheinbaren Oerter des Vergleichsterns *a* habe ich nach Bessel Z. 395 und 521 mit einer Vergrösserung der Decl. um 0″99 angenommen:

Dec. 4	4ʰ18ᵐ39ˢ35	+24°43′ 31″3
6	39,36	31,4

Die von *Bessel* etwas abweichende *Lalande*'sche Position (8338) giebt übrigens eine viel bessere Harmonie zwischen den beiden Bestimmungen am 6ten December.

Was die Meridianbeobachtungen betrifft, habe ich noch die Bemerkung zu machen, dass sie durchgängig auf den Sternörtern im Nautical-Almanac beruhen.

Christiania 1852, Dec. 19. *C. Fearnley.*

Elemente und Ephemeride der Calliope, von Herrn *Hornstein*.

Elemente II,

abgeleitet aus der Londoner Beob. vom 17ten Nov. und den Wiener Beobb. vom 21sten Dec. und 18ten Jänner.

M = 20°10′ 17″6, 1853 Jän. 0. 0ʰ m. B. Zt.
ϖ = 56 30 13,1 } mittl. Aequin.
☊ = 66 38 11,5 } 1853 Jän. 0.
i = 13 47 59,4
log. a = 0,4641512 (log. μ = 2,8537797)
e = 0,1036939 (φ = 5°57′ 6″92)

Ephemeride für 0ʰ mittl. Berl. Zeit.

	α.	δ.	log. Δ
1853 Febr. 1	4ʰ23ᵐ49ˢ	+28°24′ 1	0,3146
2	24 6	26,4	0,3172
3	24 25	28,8	0,3199
4	24 46	31,2	0,3225
5	25 9	+28 33,6	0,3251
6	4ʰ25ᵐ33ˢ	+28°36′ 0	0,3278
7	25 59	38,5	0,3304
8	26 27	40,9	0,3331
9	26 56	43,3	0,3357
10	27 27	45,8	0,3383
11	27 59	48,3	0,3410
12	28 33	50,8	0,3436
13	29 9	53,3	0,3462
14	29 46	55,8	0,3488
15	30 25	+28 58,4	0,3514
16	31 5	+29 0,9	0,3540
17	31 47	3,4	0,3566
18	32 30	6,0	0,3592
19	33 15	8,6	0,3618
20	34 1	11,2	0,3644
21	34 48	13,8	0,3670
22	4 35 37	+29 16,4	0,3695

	α.	δ.	log. Δ
1853 Febr. 23	4h 36m 27s	+29° 19′ 0	0,3721
24	37 19	21,6	0,3746
25	38 11	24,2	0,3771
26	39 5	26,8	0,3796
27	40 1	29,4	0,3821
28	40 57	32,0	0,3846
März 1	41 55	34,6	0,3871
2	42 54	37,2	0,3896
3	43 54	39,7	0,3920
4	44 56	42,3	0,3945
5	45 58	44,9	0,3969
6	47 2	47,4	0,3993
7	48 7	49,9	0,4017
8	49 13	52,5	0,4041
9	50 20	55,0	0,4065
10	51 28	57,5	0,4088
11	52 37	+29 59,9	0,4111
12	53 48	+30 2,4	0,4135
13	54 59	4,9	0,4158
14	56 11	7,4	0,4180
15	57 24	9,8	0,4203
16	58 38	12,2	0,4226
17	4 59 54	+30 14,6	0,4248
1853 März 18	5h 1m 10s	+30° 17′ 0	0,4271
19	2 27	19,3	0,4293
20	3 45	21,6	0,4315
21	5 4	23,9	0,4337
22	6 23	26,1	0,4358
23	7 44	28,3	0,4379
24	9 5	30,5	0,4401
25	10 27	32,7	0,4422
26	11 51	34,8	0,4443
27	13 14	36,9	0,4464
28	14 39	38,9	0,4484
29	16 5	40,9	0,4505
30	17 31	42,9	0,4525
31	18 58	44,9	0,4545
April 1	20 25	46,8	0,4565
2	21 54	48,6	0,4585
3	23 23	50,4	0,4604
4	24 53	52,2	0,4624
5	26 23	53,9	0,4643
6	5 27 54	+30 55,6	0,4662

Wien, am 21sten Jänner 1853.

C. Hornstein.

Beobachtungen der Melpomene und Fortuna auf der Bonner Sternwarte.

Ich habe Ihnen folgende Beobachtungen mitzutheilen, die Herr Dr. *Nell*, Privatdocent an der Universität zu Heidelberg, und Herr *Wilhelm Förster* mit den Ringmicrometern unseres Heliometers angestellt haben.

Melpomene-Beobachtungen von Herrn Dr. *Nell*.

	M. Zt. Bonn.	AR.	Decl.	Beob.		
1852 Juli 6	10h 8m 23s 4	270° 10′ 34″ 1	− 8° 57′ 18″ 0	10	*c*	S.
7	11 48 24,2	269 54 36,9	9 2 3,1	10	*e*	N.
8	11 0 57,3	269 40 26,5	9 6 37,9	6	*f*	N.
10	11 14 49,5	269 11 38,3	9 16 32,1	6	*h*	NS.
13	11 40 22,2	268 30 14,2	9 32 33,5	6	*g*	NS.
16	11 38 0,6	267 52 4,5	9 49 31,0	6	*i*	NS.
19	10 33 18,6	267 17 27,7	10 7 31,6	6	*k*	NS.
20	10 44 20,1	267 6 32,4	10 13 39,7	6	*k*	NS.
21	11 5 39,2	266 55 45,3	10 20 10,2	6	*m*	NS.
23	10 38 43,6	266 36 10,0	10 33 11,0	6	*m*	S.
29	10 48 4,5	265 47 32,5	11 14 11,6	6	*o*	NS.
30	11 36 46,8	265 40 55,5	−11 21 30,6	6	*o*	NS.

Melpomene-Beobachtungen von Herrn *Förster*.

1852 Juli 10	11 19 45,4	269 11 28,0	− 9 16 38,7	5	*h*	NS.
13	11 52 23,2	268 30 17,9	9 32 38,2	6	*g*	NS.
16	11 44 13,1	267 52 3,0	9 49 38,5	6	*i*	NS.
20	10 54 7,3	267 6 19,6	10 13 44,3	6	*k*	NS.
23	11 41 17,4	266 35 47,8	10 33 30,4	6	*m*	S.
27	12 8 14,5	266 1 27,2	11 0 22,0	6	*n*	S.
31	11 56 15,0	265 34 56,9	−11 28 44,9	6	*o*	S.

Die Buchstaben der Vergleichsterne, so wie deren angenommenen Oerter sind dieselben, wie bei den *Schoenfeld*'schen Beobachtungen in Nr. 822 und 827 der Astron. Nachrichten.

Beobachtungen der Fortuna, von Herrn *Förster*.

	M. Zt. Bonn.	α app.	δ app.	Vgl.-St.		
1852 Nov. 3	7h42m58s9	331°38′ 0″03	−10°23′ 10″96	a	8	NS.
6	7 23 39,6	332 15 32,91	10 12 49,26	b	8	N.
10	7 36 34,3	333 11 29,17	9 56 30,60	c	8	NS.
15	7 0 23,5	334 27 12,63	9 51 29,31	d	3	N.
27	6 27 23,14	338 0 47,29	8 22 42,79	e	9	NS
Dec. 1	7 1 45,5	339 20 39,37	7 54 46,17	f	8	NS.
3	7 7 49,4	340 1 46,37	7 40 17,68	g	7	S.
9	7 35 24,4	342 10 24,52	6 53 27,30	h	4	NS.
11	6 29 22,9	342 53 50,22	6 37 26,51	i	8	NS.
12	6 19 28,0	343 16 7,54	− 6 29 9,69	i	6	NS.

Mittlere Oerter der Vergleichsterne 1852, aus Beobachtungen am Bonner Meridiankreise.

a	(9m)	330°59′ 39″08	−10°28′ 21″08	2 Beob.
b	(8.9)	332 29 40,65	10 28 40,78	1 „
c	(9)	332 44 59,06	9 57 7,10	1 „
d	(9)	334 31 16,84	9 42 32,79	2 „
e	(8)	337 56 22,75	8 22 22,16	1 „
f	(8)	338 52 11,23	7 59 18,10	1 „
g	(8)	339 54 44,22	7 30 31,09	1 „
h	(8.9)	341 29 6,55	6 53 39,58	1 „
i	(8.9)	343 1 18,21	− 6 35 17,97	1 „

Die AR. des Sterns *e* konnte nur an einem Faden beobachtet werden, und ist deshalb weniger sicher.

Scheinbare Oerter der Vergleichsterne.

a	Nov. 3	331° 0′ 8″48	−10°28′ 10″17
b	6	332 30 8,91	10 28 30,97
c	10	332 45 26,82	9 56 56,10
d	15	334 31 44,50	9 42 22,21
e	27	337 56 48,99	8 22 11,34
f	Dec. 1	338 52 36,91	7 59 8,10
g	3	339 55 10,01	7 30 20,32
h	9	341 29 31,80	6 53 28,87
i	11	343 1 43,65	6 35 7,20
i	12	343 1 43,48	− 6 35 7,25

Bei dieser Gelegenheit freut es mich Ihnen anzeigen zu können, dass die Manheimer Sternwarte jetzt hoffentlich wieder aus ihrer langen Unthätigkeit heraustreten wird. Dem Dr. *Nell* ist die Benutzung derselben und der auf ihr befindlichen schönen Instrumente gestattet worden. Freilich sind die letztern durch den langen Nichtgebrauch hin und wieder in Unbestand gerathen, auch wohl einzelne Aenderungen an denselben durch die neuern Fortschritte der Wissenschaft wünschenswerth geworden; aber das sind Kleinigkeiten, die mit einigen hundert Gulden leicht hergestellt werden können. Die Manheimer Sternwarte ist so ausgerüstet, dass sie nicht allein bei der Beobachtung von Cometen und den kleinen Planeten sehr vortheilhaft mitwirken kann, sondern auch zu einer Reihe von andern wichtigen Untersuchungen sich eignet, bei denen unverrückte Stellung der Instrumente während einer längern Zeit nicht gerade wesentliche Bedingung ist. Wir müssen hoffen, dass die Badische Regierung mit Freuden die wenigen Mittel gewähren wird, welche hinreichen werden, die grossen Summen, die jenes grossartige Institut gekostet hat, für die Wissenschaft nutzbringend zu machen. Sie wird gewiss nicht zaudern, jenes prächtige Denkmal der glorreichen Regierung *Carl Theodor's* vor dem Verfalle zu schützen.

Fr. Argelander.

Beobachtungen auf der Wiener Sternwarte.

Calliope.

	M. Zt. Wien.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Beob.
1852 Dec. 29	8h37m 1s1	4h32m 2s54	8,241n	+27° 7′ 56″9	9,578	2	*Hornstein.*
1853 Janr. 11	7 24 13,5	4 24 41,69	8,310n	+27 37 41,9	9,577	3	——
18	7 46 20,6	4 22 52,45	7,981n	+27 53 8,5	9,547	3	——

Die beiden ersten Beobachtungen sind unter Wolken gemacht und auch Januar 18 wurde eine grössere Zahl von Vergleichungen durch Wolken verhindert.

Lutetia.

	M. Zt. Wien.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Beob.
1852 Dec. 10	7h19m38s8	2h27m17s38	8,320n	+12°20′ 26″6	9,780	6	*Hornstein.*
12	7 32 8,6	2 26 41,60	8,233n	+12 21 43,7	9,776	4	——

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1852,0.

α.	δ.	
2h 29m 3s28	+12°15′32″0	wie am 4ten Dec.
2 28 10,02	+12 17 44,5	wie am 5ten Dec.

Am 12ten war während der Beobachtung Sturm aus Ost, und ein Zittern des Fernrohres bemerkbar.

Thalia.

	M. Zt. Wien.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Beob.
1853 Janr. 3	7h7m44s6	3h5m13s25	8,112n	+18°10′31″8	9,706	6	*Hornstein.*

Mittlerer Ort der Vergleichsterne für 1853,0

α.	δ.	
3h5m46s17	+17°45′39″2	Lal. 5967, B.Z. 506 (Lal. in D. ausgeschlossen).
3 5 33,85	+18 25 9,0	Lal. 5953, 5956, B. Z. 506, Rümker 810 (2 Beobb.)

Wien 1853, Janr. 5.

v. Littrow.

Elemente der Lutetia, von Herrn *Rud. Hoffmann.*

Epoche 1853 Jan. 0. 0h m. Zt. Berlin.

Mittl. Anom.	50° 0′ 57″0	
Perihel	2 29 23,0	sch. Aequ.
Aufst. Knoten	81 47 23,4	sch. Aequ.
Neigung	2 56 43,5	
Log. halbe gr. Axe	0,3843350	
Excentricität	0,0877471	$\varphi = 5°2'2''45$
Mittl. tägl. sid. Bew.	940″81464	

Obige Bahn lässt bei den verglichenen Beobachtungen die folgenden Unterschiede zurück:

	Rechn. — Beob. Länge.	Rechn. — Beob. Breite.	
Nov. 18	0″0	0″0	Paris
28	— 1,8	+ 0,2	Hamburg
Dec. 3	—10,9	+ 0,6	Bilk
9	0,0	0,0	Wien.
11	— 2,7	—17,2	Bilk.

Leipzig, Januar 1853.

Approximate Ephemeris and Elements of Lutetia.

Ephemeris *) for 0h Greenwich M. S. T.

	AR.	N. P. D.	Log. Δ
1853 Janr. 23	2h40m22s	75°20′6	0,3208
30	2 46 42	74 42,5	0,3405
Febr. 6	2 53 54	74 2,2	0,3594
13	3 1 54	73 20,3	0,3776
20	3 10 37	72 37,6	0,3949
25	3 17 13	72 7,0	
26	18 35	72 0,8	
27	19 58	71 54,7	0,4113
28	21 21	48,6	
March 1	22 45	42,5	
2	24 9	36,4	
3	25 34	30,4	
4	26 59	24,3	
5	28 25	18,3	
6	3 29 53	71 12,3	0,4268

This Ephemeris was nearly correct both in AR. and N.P.D. from 1852 Dec. 20 to 1853 Jan. 20, the extent of the Durham observations of the planet. It was computed from the following approximate elements, deduced from the Durham observations of 1852 Dec. 27, 1853 Jan. 2 and 11.

Epoch 1853 January 1, 0h Greenwich M.S.T.

Mean Anomaly	45°36′19″8	Mean Equ. of Epoch.
Long. of Perihelion	3 46 41,9	Mean Equ. of Epoch.
Long. of ascending Node	80 21 36,3	Mean Equ. of Epoch.
Inclination	3 5 6,0	
Angle of Excentricity	6 36 44,5	
Logarith. *a*	0,4170508	

The middle observation is nearly satisfied by these Elements.

Durham 1853, Jan. 21.

William Ellis.

*) Da Herr *Bruhns* schon eine Ephemeride dieses Planeten bis Februar 25, in Nr. 846 gegeben hat, die von dieser hier wenig abweicht, so habe ich bis Febr. 20 nur einige Oerter von Herrn *Ellis* Ephemeride zur Vergleichung hier abdrucken lassen. *P.*

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 848.

Elemente der Thetis und Ephemeride derselben für ihre Erscheinung im Jahre 1853.

Die beifolgende Ephemeride der Thetis ist aus einem System von Elementen abgeleitet, welches die Discussion sämmtlicher in den Astron. Nachr. publicirten Beobachtungen derselben als das wahrscheinlichste ergeben hat. Zuerst berechnete ich nämlich aus 3 Normalörtern, 1852 April 23, Juni 15 und August 11, die folgenden Elemente, welche diese Normalörter genau darstellen:

Epoche 1852 April 16,0 m. Zt. Berlin.

L	203° 9′ 19″17	
π	258 47 43,30	mittl. Aequ.
Ω	125 18 51,73	Janr. 1.
i	5 35 39,36	
φ	7 32 24,90	
μ	905″9163	
log. a	0,3952790	

Mit diesen Elementen wurde nun die ganze Beobachtungsreihe verglichen, und zwar wurden hierbei überall die neuesten Bestimmungen der Vergleichsterne zu Grunde gelegt; ferner wurden die Declinationen sämmtlich auf den *Argelander*schen Catalog bezogen, und auch der Unterschied der Reduktion auf den scheinbaren Ort, der zwischen dem Berliner Jahrbuch und dem Nautical Almanac stattfindet, berücksichtigt. Die so reducirten Beobachtungen wurden dann in die folgenden 7 Normalörter zusammengezogen, denen, mit Rücksicht auf die Zahl der Beobachtungen und deren Uebereinstimmung unter einander, die beigefügten Gewichte gegeben wurden.

	α	R. — B. $\Delta\alpha$	δ	R. — B. $\Delta\delta$		p
April 25,0	$\alpha =$ 179°39′54″67	$\Delta\alpha =$ +2″70	$\delta =$ +9° 5′ 40″11	$\Delta\delta =$ −1″44	36 Beob.	$p =$ 1
Mai 10,0	178 52 2,35	+6,83	+8 59 12,87	−2,87	42 „ in α.; 41 „ in δ.	1
21,0	179 16 38,52	+1,18	+8 24 8,15	−3,19	25 „	¾
Juni 13,5	182 40 7,63	−0,795	+6 1 33,93	−0,18	19 „	½
Juli 6,0	188 25 17,25	−5,00	+2 44 36,38	−1,28	16 „	½
18,5	192 24 11,82	−1,13	+0 38 40,97	−3,00	7 „	¼
Aug. 9,5	200 28 23,39	−0,56	−3 19 33,48	+0,06	5 „	¼

Die Auflösung der mittelst der obigen Elemente aufgestellten Bedingungsgleichungen für die wahrscheinlichsten Elemente ergab dann folgende Verbesserungen:

$\Delta L =$	−28″75
$\Delta\pi$	−21,49
$\Delta\Omega$	+54,92
Δi	+ 1,78
$\Delta\varphi$	−15,17
$\Delta\mu$	+0,12886

und die so erhaltenen neuen Elemente, nämlich:

Epoche 1852 April 25,0 m. Zt. Berlin.

$L =$	205°24′ 44″83		
π	258 47 21,81	mittl. Aequ.	
Ω	125 19 46,65	Janr. 1.	
i	5 35 41,14		
φ	7 32 9,73	lg. e	9,1177675
μ	906″04496	lg. μ	2,9571498
log. a	0,3952379		

stellen die obigen Normalörter auf folgende Weise dar:

Elemente — Normalort.

	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
April 25,0	$\Delta\alpha =$ −1″98	$\Delta\delta =$ +0″82
Mai 10,0	+3,32	−0,57
21,0	−1,44	−1,01
Juni 13,5	−1,27	+1,65
Juli 6,0	−3,70	+0,21
18,5	+1,03	−1,68
Aug. 9,5	+2,75	+1,23

An diese Elemente wurden nun die Störungen durch Jupiter und Saturn angebracht, wodurch für die Zeit der nächsten Opposition die folgenden osculirenden Elemente erhalten wurden.

Epoche 1853 Sept. 17,0 m. Zt. Berlin.

$M =$	75°12′ 6″02		
L	333 45 11,76		
π	258 33 6,74	Ekliptik	
Ω	125 18 57,27	mittl. Aequin.	
i	5 35 45,93	1853,0.	
φ	7 30 58,73	lg. e	9,1166359
μ	906″36543	lg. μ	2,9573033
log. a	0,3951355		

Aus diesen Elementen ist nun, ohne weitere Rücksicht auf Störungen, die folgende Ephemeride berechnet, dieselbe giebt wahre Oerter.

Ephemeride für 12^{h} mittl. Zeit Berlin.

1853	Aberr.-Zeit.	α.	δ.	log. Δ
Mai 16	$18^{m}52^{s}4$	$22^{h}47^{m}11^{s}83$	$-8^{\circ}39'42''3$	0,36100
17	47,4	48 35,26	33 24,1	
18	42,3	49 57,95	27 10,3	
19	37,2	51 19,90	21 1,1	
20	32,1	52 41,10	14 56,4	0,35310
21	27,0	54 1,55	8 56,4	
22	21,8	55 21,24	−8 3 1,2	
23	16,7	56 40,15	−7 57 10,9	
24	11,5	57 58,27	51 25,5	0,34498
25	6,3	22 59 15,60	45 45,3	
26	18 1,1	23 0 32,13	40 10,4	
27	17 55,9	1 47,85	34 41,0	
28	50,7	3 2,74	29 17,1	0,33664
29	45,5	4 16,79	23 58,9	
30	40,3	5 29,98	18 46,6	
31	35,1	6 42,31	13 40,2	
Juni 1	29,8	7 53,77	8 39,9	0,32807
2	24,6	9 4,33	−7 3 45,9	
3	19,3	10 13,99	−6 58 58,3	
4	14,1	11 22,73	54 17,3	
* 5	8,8	12 30,53	49 43,0	0,31930
6	17 3,6	13 37,38	45 15,6	
7	16 58,3	14 43,27	40 55,1	
8	53,0	15 48,19	36 41,7	
9	47,7	16 52,13	32 35,5	0,31033
10	42,4	17 55,07	28 36,7	
11	37,2	18 57,00	24 45,4	
12	31,9	19 57,90	21 1,7	
13	26,7	20 57,77	17 25,7	0,30119
14	21,4	21 56,59	13 57,6	
15	16,2	22 54,36	10 37,5	
16	11,0	23 51,05	7 25,4	
17	5,8	24 46,66	4 21,6	0,29189
18	16 0,6	25 41,17	−6 1 26,1	
19	15 55,4	26 34,56	−5 58 39,0	
20	50,2	27 26,82	56 0,4	
21	45,1	28 17,93	53 30,9	0,28245
22	39,9	29 7,88	51 10,2	
23	34,8	29 56,65	48 58,2	
24	29,6	30 44,22	46 55,5	
25	24,5	31 30,57	45 2,1	0,27291
26	19,4	32 15,69	43 18,1	
27	14,4	32 59,56	41 43,6	
28	9,3	33 42,15	40 18,8	
29	15 4,3	34 23,45	39 3,8	0,26328
30	14 59,3	35 3,44	37 58,8	
Juli 1	54,3	35 42,10	37 3,9	
2	49,3	36 19,42	36 19,1	
3	44,4	36 55,37	35 44,7	0,25360
4	39,5	37 29,94	35 20,8	
5	34,6	38 3,10	35 7,4	
6	29,7	38 34,84	35 4,7	
7	24,9	39 5,15	35 12,8	0,24393
8	20,1	39 34,01	35 31,8	
9	15,4	40 1,40	36 1,7	
10	10,7	40 27,31	36 42,6	
11	14 6,0	23 40 51,73	−5 37 34,6	0,23433
Juli 12	$14^{m}1^{s}4$	$23^{h}41^{m}14^{s}65$	$-5^{\circ}38'37''7$	
13	13 56,8	41 36,05	39 52,0	
14	52,2	41 55,93	41 17,5	
15	47,7	42 14,26	42 54,3	0,22485
16	43,3	42 31,04	44 42,4	
17	38,9	42 46,25	46 41,9	
18	34,5	42 59,88	48 52,7	
19	30,2	43 11,92	51 14,9	0,21536
20	25,9	43 22,36	53 48,5	
21	21,7	43 31,19	56 33,5	
22	17,6	43 38,39	− 5 59 30,0	
23	13,5	43 43,95	− 6 2 37,9	0,20634
24	9,5	43 47,87	4 57,2	
25	5,5	43 50,13	9 27,9	
26	13 1,6	43 50,73	13 10,0	
27	12 57,8	43 49,65	17 3,5	0,19787
28	54,1	43 46,90	21 8,2	
29	50,4	43 42,47	25 24,1	
30	46,8	43 36,35	29 51,1	
31	43,2	43 28,54	34 29,1	0,18964
Aug. 1	39,8	43 19,05	39 18,0	
2	36,4	43 7,89	44 17,6	
3	33,1	42 55,04	49 27,7	
4	29,9	42 40,53	− 6 54 48,2	0,18197
5	26,8	42 24,37	− 7 0 18,9	
6	23,7	42 6,57	5 59,4	
7	20,8	41 47,14	11 49,6	
8	17,9	41 26,10	17 49,3	0,17498
9	15,2	41 3,48	23 58,1	
10	12,5	40 39,29	30 15,7	
11	9,9	40 13,55	36 41,8	
12	7,4	39 46,30	43 16,0	0,16876
13	5,0	39 17,56	49 58,1	
14	2,7	38 47,36	− 7 56 47,6	
15	12 0,5	38 15,73	− 8 3 44,2	
16	11 58,5	37 42,70	10 47,5	0,16342
17	56,6	37 8,30	17 57,1	
18	54,7	36 32,57	25 12,6	
19	53,0	35 55,54	32 33,5	
20	51,4	35 17,25	39 59,5	0,15908
21	49,9	34 37,74	47 30,1	
22	48,5	33 57,07	− 8 55 4,8	
23	47,2	33 15,26	− 9 2 43,3	
24	46,0	32 32,37	10 24,9	0,15581
25	45,0	31 48,45	18 9,3	
26	44,1	31 3,55	25 55,8	
27	43,3	30 17,71	33 44,0	
28	42,6	29 31,02	41 33,3	0,15370
29	42,1	28 43,51	49 23,3	
30	41,7	27 55,27	− 9 57 13,3	
31	41,4	27 6,33	−10 5 2,7	
Sept. 1	41,2	26 16,79	12 51,0	0,15283
2	41,2	25 26,71	20 37,7	
3	41,3	24 36,15	28 22,1	
4	41,5	23 45,19	36 3,8	
5	41,9	22 53,90	43 42,1	0,15324
6	11 42,4	23 22 2,35	−10 51 16,5	

1853	Aberr.-Zeit.	α	δ	log. Δ
Sept. 7	$11^m 43^s 0$	$23^h 21^m 10^s 61$	$-10° 58' 46'' 4$	
☍ 8	43,7	20 18,75	−11 6 11,3	
9	44,6	19 26,87	13 30,7	0,15494
10	45,6	18 35,01	20 44,1	
11	46,8	17 43,25	27 51,0	
12	48,1	16 51,67	34 51,0	
13	49,5	16 0,32	41 43,5	0,15793
14	51,0	15 9,29	48 28,2	
15	52,7	14 18,63	−11 55 4,6	
16	54,5	13 28,41	−12 1 32,4	
17	56,4	12 38,69	7 51,2	0,16215
18	11 58,5	11 49,55	14 0,5	
19	12 0,7	11 1,02	20 0,2	
20	3,0	10 13,17	25 50,1	
21	12 5,4	23 9 26,06	−12 31 29,7	0,16756

ϒ ☍ ☉

1853 Sept. 8. $19^h 3^m 34^s$ Lichtstärke = 1,129

Die berechnete Lichtstärke beträgt ferner:

Mai 16,5 ....0,498; Juni 13,5 0,636
Juli 11,5 ....0,838; Aug. 8,5 1,066

während sie in der vorjährigen Erscheinung

für die letzte Beob. zu Bonn Juni 19 ...0,691
——— „ ——— Washington Aug. 15 ...0,439

betrug. Am 3ten Juli konnte die Thetis, bei einer Lichtstärke von 0,614, im Bonner Heliometer nicht mehr aufgefunden werden.

Bonn 1853, Janr. 16.

E. Schönfeld.

Sonnen-Beobachtungen im Jahre 1852.

Monate.	Anzahl der Gruppen.	No. der Gruppen.	Flecken-freie Tage.	Beob.-Tage.
Januar	11	von No. 1 bis 11	0	25
Februar	12	„ „ 12 „ 23	0	21
März	13	„ „ 24 „ 36	0	29
April	13	„ „ 37 „ 49	0	28
Mai	11	„ „ 50 „ 60	0	31
Juni	7	„ „ 61 „ 67	0	30
Juli	12	„ „ 68 „ 79	1	31
August	7	„ „ 80 „ 86	0	31
September	8	„ „ 87 „ 94	1	30
October	9	„ „ 95 „ 103	0	30
November	12	„ „ 104 „ 115	0	25
December	10	„ „ 116 „ 125	0	26

Obgleich das Wetter in diesem Jahre sehr unbeständig war und nicht drei vollkommen heitere und klare Tage auf einander folgten, so konnte ich doch an 337 Tagen beobachten. Ich zählte 125 Gruppen und wenn diese Zahl auch gegen meine Erwartung, nur um 26 geringer ist, als die des vorigen Jahres, so würde sie noch geringer ausgefallen sein, wenn sich nicht die Fleckenreihen durch Auflösung in zwei oder drei Gruppen getheilt hätten, die im vorigen Jahre zu einer gerechnet werden mussten. Einige Gruppen blieben jedoch immer noch von beträchtlicher Grösse, namentlich enthielt Nr. 5 am 15ten Janr. 4′0″, Nr. 17 am 17ten Febr. 8′8″7 und Nr. 122 am 19ten December 5′33″ in der Länge von Ost nach West. Auch zeichneten sich einige Flecken durch ihre Schönheit aus, aber nur ein einziger durch seine Grösse, so dass er dem unbewaffneten Auge sichtbar wurde, nämlich Nr. 122, der am 29sten und 30sten December 1′57″ im Durchmesser hatte. Ein sehr merkwürdiges Gebilde zeigte sich am 30sten August; dieser Flecken, Nr. 86, bestand aus einem rundlichen schwachen Nebel von sehr hellgrauen Poren und war von 8 Reihen zierlicher feiner Punkte durchkreuzt, die am südlichen Ende zwei kleine Doppelflecken einschlossen.

Am 10ten Juni befanden sich auf der Sonne nur zwei sehr kleine Gruppen feiner Pünktchen, Nr. 59 und 60, die jedoch so dicht am westlichen Sonnenrande standen, dass sie um 6^h Abends ausgetreten waren; von dieser Zeit an bis den 11ten Juni Mittag sahe ich keinen Flecken, aber schon um $2\frac{1}{2}^h$ Abends des letzt genannten Tages, bemerkte ich einen eben eingetretenen kleinen behoften Kernflecken, Nr. 61. Den 14ten und 16ten September aber war die Sonne völlig fleckenfrei.

Am 22sten und 25sten September bemerkte ich, dass zwei Gruppen, Nr. 91 und 93, jede aus einem kleinen behoften Kernflecken und einigen Nebenpunkten bestehend, nicht die gewöhnliche schwarze Farbe des Kernes und die gewöhnliche graue des Hofes besassen; am 25sten, als ich die Sonne hinter trockenem Nebel äusserst scharf aber ohne Sonnenglas beobachten konnte, erschienen die Kernflecken dunkelbraun, der Hof bräunlichgrau und einige Nebenpunkte auffallend braunroth, während am 22sten, wo zugleich mit diesen beiden Gruppen noch Nr. 94 vorhanden war, diese letzte nur die gewöhnlichen Farben der Sonnenflecken besass. Am 25sten trat auch der lichtmattere Sonnenrand sehr augenfällig hervor.

Wenn ich auch keine Gelegenheit versäumte und den grössten Fleiss anwendete um nach den sogenannten Lichtflocken bei der Sonne zu spähen, so fand ich doch auch in diesem Jahre keine Spur von ihnen.

Dessau 1852, December 31.

H. Schwabe.

Beobachtungen auf der Sternwarte in Padua, von Herrn Prof. *Trettenero.*

Continuazioni delle osservazioni di Melpomene. (v. Astron. Nachr. Nr. 820).

1852 Mese e Giorno.	T. M. di Padova.	AR. app.	Decl. app.	
Agosto 7	8ʰ34ᵐ36ˢ1	17ʰ40ᵐ30ˢ76	−12°18′58″5	M.
14	8 6 52,7	40 18,82	13 11 21,4	M.
16	7 59 16,0	40 33,88	13 26 24,3	M.
17	7 55 30,7	40 44,60	13 33 54,1	M.
18	7 51 47,7	40 57,54	13 41 24,9	M.
25	8 30 42,4	43 23,70	14 33 48,6	Eq. Fu paragonata colla 6065 B. A.
26	8 24 48,6	43 52,34	14 41 12,5	Eq. item
27	8 22 58,6	44 23,05	14 48 28,6	Eq. item
28	8 15 24,0	44 55,36	14 55 45,8	Eq. item
29	8 16 49,5	45 29,88	15 2 56,3	Eq. item
Settem. 5	7 59 26,9	17 50 21,48	−15 52 27,2	Eq. Fu paragonata colla 6086 B. A.

Osservazioni d'Irene.

Agosto 14	12 26 27,0	23 32 36,01	−16 46 56,2	Eq. Fu paragonata alle 8246 e 8288 B. A.
16	12 26 17,7	23 31 19,34	−17 0 59,7	item.
17	12 20 4,0	23 30 39,76	−17 8 1,8	Eq. Fu paragonata colla 8242 B. A.

Osservazioni della Cometa di *Westphal.*

Agosto 10	12 0 49,1	1 31 25,83	+14 25 17,0	Fu confrontata una volta colla 476 B. A. — Santini.
11	12 2 23,6	32 32,38	15 24 17,1	——— una volta colla 500. B. A. — Santini.
13	11 22 20,2	34 46,37	17 25 41,2	——— due volte colle 538 e 572. B. A.
14	13 36 54,4	35 59,37	18 35 49,5	——— tre volte colla 572. B. A. — Sant., Trettenero.
16	11 28 46,1	38 7,78	20 43 16,3	——— due volte colle 577 e 607. B. A. — Santini.
17	11 31 59,2	39 13,35	21 53 24,1	——— due volte colla 556. B. A. — Santini.
23	12 25 51,2	45 52,77	29 28 5,4	——— quattro volte colla 490 di Rümker.
25	11 49 28,1	48 5,24	32 10 34,0	——— due volte colla 624. B. A.
26	11 4 57,0	1 49 9,44	+33 32 33,3	——— tre volte colla 6065. B. A.

Osservazioni meridiane di Nettuno.

Agosto 25	12 31 7,1	22 48 38,62	− 8 33 58,1	Queste osservazioni non sono corrette nè dell' aberrazione, nè della parallasse.
26	12 27 4,8	48 32,19	34 38,6	
27	12 23 2,9	48 26,24	35 13,4	
28	12 19 1,0	48 20,19	35 53,4	
Settem. 1	12 2 52,5	47 55,35	38 26,0	
13	11 14 29,2	22 46 42,58	− 8 45 55,3	

Osservazione unica di Fortuna.

Settem. 14	8 31 40,7	22 3 30,48	− 9 36 21,1	Fu confrontata quattro volte colla 7774. B. A.

Osservazione unica di Massalia.

Novem. 18	6 23 17,8	23 40 4,96	− 1 59 46,6	Fu paragonata due volte colla 8311. B. A.

Osservazioni di Calliope.

1853					
Gennajo 2	7 42 51,9	4 29 15,84	+27 17 37,5	Fu paragonata 3 volte	colla 1444 B. A.
4	53 6,2	28 2,34	22 19,9	——— 3 „	
5	47 56,8	27 28,29	24 31,0	——— 4 „	
6	10 7,5	26 56,52	26 52,5	——— 4 „	
14	7 49 38,8	4 23 42,98	+27 44 28,7	——— 3 „	

Osservazioni meridiane di Eunomia.

1852	T. M. di Padova.	AR. app.	Decl. app.
Dicem. 11	$11^h22^m54^s1$	$4^h46^m\ 2^s27$	+34°56' 46"2
18	10 48 19,7	38 58,08	33 57 16,3
19	10 43 29,0	38 3,19	33 48 18,9
20	10 38 39,7	37 9,67	33 39 19,6
24	10 19 39,7	33 52,77	33 2 53,2
29	9 56 37,1	30 29,20	32 16 49,8
30	9 52 6,8	4 29 54,66	+32 7 35,5

1853	T. M. di Padova.	AR. app.	Decl. app.
Gennajo 1	$9^h43^m11^s9$	$4^h28^m51^s39$	+31°49' 27"9
2	9 38 47,5	28 22,86	31 40 25,4
4	9 30 5,6	27 32,68	31 22 29,3
5	9 25 47,8	27 10,67	31 13 33,5
14	8 48 44,6	25 30,43	29 57 46,7
16	8 40 54,2	25 31,82	29 42 11,8
19	8 29 24,0	25 49,41	29 19 33,8
20	8 25 38,4	25 59,74	29 12 22,0
26	8 3 43,3	4 27 40,47	+28 31 27,2

Queste osservazioni non sono corrette nè dell' aberrazione nè della parallasse.

Padova, 28 Gennajo 1853. *Virgilio Trettenero.*

Elemente und Ephemeride der Thalia.

Elemente,

berechnet aus den Beobb. Liverpool Dec. 16, Bonn Jan. 6 u. 27

Epoche 1853 Jan. 0 mittl. Zt. Berlin.

M =	326°30' 23"6	
L	89 44 55,7	M. Aequin. 1853 Janr. 0.
π	123 14 32,1	
Ω	67 54 56,1	
i	10 12 38,3	
φ	14 8 26,5	
lg. a	0,4233153	
lg. μ	2,9150336	μ = 822"3057

Ephemeride für 12^h mittl. Zeit Berlin.

	α. app.	δ. app.	log. Δ
1853 Febr. 3	$3^h21^m17^s$	+21°25'7	
4	22 16	32,7	
5	23 18	39,8	0,2420
6	24 22	47,0	
7	25 28	+21 54,2	
8	26 36	+22 1,4	
9	27 45	8,6	0,2518
10	28 55	15,8	
11	30 7	23,1	
12	31 20	30,3	
13	32 34	37,6	0,2614
14	3 33 50	+22 44,8	
1853 Febr. 15	$3^h35^m\ 8^s$	+22°52'1	
16	36 27	+22 59,4	
17	37 47	+23 6,7	0,2708
18	39 9	14,1	
19	40 32	21,4	
20	41 57	28,6	
21	43 23	35,9	0,2799
22	44 50	43,1	
23	46 18	50,3	
24	47 48	+23 57,5	
25	49 19	+24 4,7	0,2888
26	50 52	11,9	
27	52 26	19,0	
28	54 1	26,1	
März 1	55 37	33,1	0,2974
2	57 14	40,1	
3	3 58 52	47,1	
4	4 0 32	+24 54,0	
5	2 23	+25 1,0	0,3058
6	3 55	7,9	
7	5 39	14,7	
8	7 24	21,4	
9	4 9 10	+25 28,0	0,3140

Bonn 1853, Febr. 1.

E. Schoenfeld.

Elemente der Fortuna,

berechnet aus London Aug. 22, Liverpool Octbr. 23, Dec. 12.

Mittl. Berl. Zeit October 23,419454

M	332° 9' 39"14	Vom mittl. Aeq. 1852,0
ω	30 44 36,38	
Ω	211 23 51,36	
i	1 32 28,79	
φ	9 4 53,36	
log. a	0,3876865	
„ μ	2,9684768	

Die mittl. Beob. wird dargestellt (Beob. — Rechn.): in Länge —0"50, in Breite 0"00

Senftenberg 1853, Januar 29.

Th. Brorsen.

Observations of Thalia,

made at the Radcliffe Observatory, Oxford, with the ten-feet equatoreal and ring-micrometer, by *Norman Pogson.*

	Greenw. M. T.	497"8 × Δ	App. AR.	Par. in AR.	App. N. P. D.	Par. in N. P. D.	No. of Comp.	Star.
1852 Dec. 20	$13^h 11^m 49^s 2$	$-11^m 14^s 4$	$3^h 8^m 55^s 28$	$+0^s 23$	72° 51' 11"8	−4"2	10	*a*
27	10 43 14,0	11 42,8	6 13,30	0,13	72 22 14,8	3,5	10	*b*
27	10 48 20,1	11 42,8	6 12,91	0,13	72 22 16,0	3,6	8	*c*
28	12 51 20,9	11 45,8	5 56,83	0,23	72 17 20,5	4,0	6	*c*
30	12 28 57,1	11 53,7	5 33,43	0,22	72 7 52,1	3,9	5	*b*
30	12 41 28,2	11 53,7	5 33,75	0,23	72 7 46,6	3,9	8	*c*
1853 Janr. 1	13 12 43,8	12 0,9	5 19,29	0,25	71 58 9,7	4,1	7	*c*
8	11 27 51,7	12 28,0	5 35,90	0,20	71 21 48,0	3,5	7	*d*
21	11 29 31,5	13 25,2	10 43,27	0,21	70 3 5,6	3,4	5	*e*
21	11 46 42,8	13 25,4	10 43,73	0,22	70 3 6,1	3,5	5	*f*
22	12 15 27,9	−13 30,2	3 11 22,05	+0,23	69 56 37,6	−3,6	5	*f*

The above observations are corrected for refraction, also for the effect of the planet's motion upon the observed passages across the ring. As some of *Lalande's* places of the comparison stars differed considerably from *Bessel's* the latter have been adopted. — They are as follows, for the epoch 1853,0:

		AR.	N. P. D.
a	= Bess. Zone 337	$3^h 11^m 40^s 95$	73° 2' 20"9
b	= —— 506	3 5 46,26	72 14 20,8
c	= —— 506	3 5 57,09	72 12 33,9
d	= —— 506	3 5 33,45	71 34 54,8
e	= —— 391	3 11 26,42	70 15 38,7
f	= 1032 B. A. C.	3 12 24,90	70 1 33,2

Johnson.

Beobachtungen der Eunomia und des Neptun auf der Hamburger Sternwarte.

Eunomia. (Fortsetzung von Nr. 838).

	M. Zt. Hamb.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne. AR.	Decl.
1852 Dec. 11	$11^h 22^m 52^s 7$	71° 30' 33"2		+34° 56' 47"1	9,5010		Mer.-Kr.	
12	11 17 52,6	71 14 28,3		34 48 38,9	9,5030		——	
22	8 28 30,2	68 52 58,1	9,5542*n*	33 21 50,1	9,4977	11	$4^h 33^m 38^s 57$	+33° 1' 54"0
23	5 55 7,2	68 42 5,4	9,8188*n*	33 13 43,7	9,7376	12	4 34 57,51	+33 14 37,4
23	10 24 20,5	68 39 48,6		33 12 1,5	9,5379		Mer.-Kr.	
1853 Janr. 2	9 38 45,9	67 5 39,0		31 40 20,2	9,5697		——	
4	9 30 4,2	66 53 6,1		31 22 23,4	9,5739		——	
6	9 21 30,1	66 42 34,4		31 4 41,4	9,5794		——	
9	9 8 44,5	66 28 3,2		+30 37 18,6	9,5875		——	

Neptun.

	M. Zt. Hamb.	Sch. AR.	Sch. Decl.	
1852 Dec. 12	$5^h 17^m 7^s 2$	340° 48' 16"9	−9° 5' 32"8	Mer.-Kr.
18	4 53 51,3	340 53 11,8	−9 3 32,5	——

G. Rümker.

Bestimmung einiger Vergleichsterne am Meridiankreise der Hamburger Sternwarte,

von Herrn *G. Rümker.*

Für Lutetia.

Mittl. AR. 1853.	Mittl. Decl. 1853.	Beob.
$2^h 27^m 22^s 019$	+12° 29' 47"9	3
2 29 6,909	+12 15 45,0	1
2 31 33,618	+12 11 42,0	1

Für Calliope.

Mittl. AR. 1853.	Mittl. Decl. 1853.	Beob.
$4^h 52^m 13^s 157$	+26° 18' 42"4	1
4 52 38,115	+26 26 56,9	1
4 34 26,772	+27 24 57,9	1

Für Thalia.

Mittl. AR. 1853.	Mitt. Decl. 1853.	Beob.	Mittl. AR. 1853.	Mittl. Decl. 1853.	Beob.
3h 0m 1s792	+18°13′37″3	2	3h 6m 9s833	+18°11′54″8	2
3 2 23,591	+18 10 57,2	1	3 6 32,262	+18 8 —	2
3 4 12,534	+18 23 12,7	2	3 11 41,029	+16 57 41,1	2

Micrometrical Measurements of the Binary Stars γ Virginis, ξ Bootis and ζ Aquarii,

taken at the Observatory, Whitehaven, Cumberland, by *J. F. Miller* F. R. S.

γ Virginis. Magnitudes 3,6 and 4. Colours both White.

No.	Position.	Wt.	No. of Observ.	Dist.	Wt.	No. of Observ.	Epoch.
87	174°28′	1	8				1852,210
90	175 31	1	8				227
93	175 14	2	8	3″132	2	8	265
97	175 18	2	8	3,106	2	8	279
102	175 42	2	8				293
104	175 13	3	8	3,129	3	8	301
Means	175 17	11	48	3,122	7	24	1852,262
Means	175 54	7	15	3″040	3	8	1851,475

The upper star is evidently the brightest.

ξ Bootis. Magnitudes 3½, 6½. Colours Orange and Purple.

No.	Position.	Wt.	No. of Obs.	Dist.	Wt.	No. of Obs.	Epoch.
96	316°14′	2	8	6″525	3	8	1852,279
100	316 39	3	8	6,511	3	8	285
105	316 50	3	8	6,511	3	8	320
106	316 38	4	8	6,502	3	8	334
Means	316 35	12	32	6,512	12	32	1852,304

105. April 27, 1852. Definition good and observations satisfactory. Midnight, strong breeze and sky covered with a thin Cirrostratus, reflecting a large lunar halo, followed by rain at 19h30m, after the drought had continued 10 weeks, during which the air was generally in the worst possible state for delicate astronomical observations.

This star is very easily measured, and hence, the results are unusually coincident.

The latest published measures of ξ Bootis, are:

	Position.	Distance.	Epoch.
Struve	328° 17	7,087	1836,47
Bishop	322,67	7,027	1842,30
Mädler	324,50	6,961	1841,41
Bishop	322,30	6,116	1845,37
Miller	316,58	6,512	1852,30

ζ Aquarii. Magnitudes 4, 4½. Colours both White.

No.	Position.	Wt.	No. of Obs.	Dist.	Wt.	No. of Obs.	Epoch.
12	346°25′	2	8	3″321	3	8	1851,671
26	346 35	2	8				731
27	347 56	2	8				731
28	345 46	2	8	3,357	3	8	731
	346 40	8	32	3,339	6	18	1851,716
116	346 8	2	8	3,490	3	8	1852,937
117	345 18	3	8	3,578	3	8	937
	345 38	5	16	3,534	6	16	1852,937

12. A set of measures, obtained 1851,63, and considered to be good, give a mean of 349°6'.

26. With Prism, splendid night, definition excellent.

27. Wires viewed in direction of vertical, without prism.

28. Wires viewed with horizontal section of eye. This result is probably too small, as, from the awkwardness of the standing position, the eye could not be brought exactly parallel to the wires. Splendid night. Saturn's inner dark ring seen.

116 & 117. Stars unsteady and indifferently defined.

Some peculiar source of difficulty appears to attend the measurement of this star in Position. A few of the Epochal results are subjoined.

	Position.	Dist.	Epoch.
Herschel I.	18°39	4"56	1781,37
South	1,07	4,01	1825,73
Struve	359,80	3,600	1825,73
Dawes	356,20	3,95	1830,55
———	354,18	3,93	1833,94
Struve	352,71	3,389	1836,05
Bishop	350,08	3,734	1839,77
Kaiser	353,68	3,486	1840,01
Mädler	352,18	4,123	1841,48
Bishop	348,62	3,575	1845,63
Miller	346,67	3,339	1851,72
———	345,60	3,534	1852,94

The winter of 1852—53 has, so far, been excessively wet and unfavorable for astronomical work.

The fall of rain in December (11,002 inches) exceeded that of any other month in the last 20 years, by upwards of 1½ inches; and every day but one was more or less wet. An unusual quantity of rain fell also in November, and in January 1853. The clear nights in the year 1853 have been very few indeed.

Whitehaven, February 2, 1853.

Anzeige.

Inhalt.

Altona 1853. Februar 18.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 849.

Ueber die wahrscheinliche Identität der Protuberanzen mit den Sonnenfackeln.

Unter den Expeditionen, die von Russischen Astronomen behufs der Beobachtung der totalen Sonnenfinsterniss des Jahres 1851 unternommen wurden, war vielleicht eine der reichhaltigsten an Beobachtern und Instrumenten diejenige nach Machnowka im Kiew'schen Gouvernement, wohin Ich von Seite der Kaiserlich Russisch-Geographischen Gesellschaft, mit Genehmigung des Ministeriums der Volksaufklärung, die Ehre hatte beordert zu werden. Reichhaltig an Beobachtern wurde diese Expedition namentlich durch die Anordnung Sr. Excellenz, des Herrn Generallieutenants *von Muraview*, Mitglied des Reichsrathes und Chef des Feldmessercorps, nach welcher mir als Gehülfen beigetheilt wurden: Lieutenant *Smirnow* und die damaligen Zöglinge (jetzt Offiziere) des Messinstitutes: *Larionow, Petschkowski, Raschkow* und *Troizki*, von denen jeder mit Astronomischen Beobachtungen vertraut, und von dem Wunsche beseelt war, bestmöglichst zum Gelingen des Unternehmens beizutragen. In Orel erhielt unsere Gesellschaft noch einen Zuwachs durch den ehemaligen Oberlehrer des dortigen Gymnasiums, Herrn *Petrow*, der auf eigene Kosten sich unserer Expedition anschloss. Leider wurden wir, wie so viele Beobachter, auf dem Russischen Theile der Zone der totalen Finsterniss, durch das ungünstige Wetter verhindert, das Phänomen in seiner höchsten Glorie zu beobachten, und mussten da, wo Andere eine reiche wissenschaftliche Erndte machen konnten, uns mit einer spärlichen Aehrenlese begnügen. Der ausführliche Bericht über das, was eben zu beobachten möglich war, wurde seiner Zeit der geographischen Gesellschaft eingereicht, ist in deren Zeitschrift russisch gedruckt worden, und findet sich deutsch in dem „Bulletin des naturalistes de Moscou 1851 IV."

Ein Theil dieses Berichtes scheint mir von etwas allgemeinerem Interesse zu sein, weswegen ich mir die Freiheit nehme, den Lesern der Astron. Nachrichten denselben mitzutheilen, und einige Bemerkungen beizufügen, die sich mir in Folge der an andern Orten gemachten Beobachtungen der totalen Finsterniss unwillkürlich aufdrängten. Er lautet, wie ich ihn gleich nach meiner Rückkunft aus Machnowka niedergeschrieben habe, folgendermaassen:

Ich komme nun zu der Beschreibung von Beobachtungen, die eventuell von grossem Nutzen für die Wissenschaft sein können, indem sie vielleicht die anderwärts zur Zeit der Finsterniss gemachten Beobachtungen ergänzen. Es sind dies die Zeichnungen der Sonnenflecken und Sonnenfackeln, die ich seit geraumer Zeit von den Zöglingen des Landmesserinstitutes, welche von Jugend auf im freien Handzeichnen besonders eingeübt werden, habe ausführen lassen. Schon den $\frac{15}{27}$ Juni liess ich diese Beobachtungsreihe mit der Zeichnung der Sonnenflecken beginnen; vom $\frac{27 \text{ Juni}}{9 \text{ Juli}}$ an, nachdem die Beobachter sich in dem Erkennen der Gegenstände auf der Sonnenoberfläche besser eingeübt hatten, wurden auch jedesmal die Sonnenfackeln besonders sorgfältig gezeichnet, und dies um so mehr, als ich um diese Zeit im Compte rendu der Pariser Academie, in einem Aufsatze von *Arago* über die Beobachtung der totalen Sonnenfinsterniss in Honolulu, die Möglichkeit ausgesprochen fand, dass die Sonnenfackeln identisch sein könnten mit den während totalen Sonnenfinsternissen bisweilen gesehenen rothen Vorsprüngen.

Die erwähnten Zeichnungen wurden von *Petschkowski* und *Troizki* entworfen, mit dem, dem Landmesserinstitut angehörenden Fraunhofer'schen Instrumente von 3,3 Zoll Oeffnung, und im Anfange, als nur die Flecken gezeichnet wurden, die Vergrösserung 120, später aber gewöhnlich die Vergrösserung 55 gebraucht, indem sich herausstellte, dass die Sonnenfackeln, beinahe immer schwer zu erkennende Gegenstände, bei dieser Vergrösserung relativ am deutlichsten zu sehen waren. Von der ganzen Reihe der Zeichnungen *) sind diesem Aufsatze die 12 um die Zeit der totalen Finsterniss angefertigten, welche nach der Anordnung Seiner Excellenz des Herrn Generallieutenants *von Muraview* behufs weiterer Verbreitung lithographirt wurden, beigefügt. Jede Zeichnung besteht aus einem kleinen, die Sonne vorstellenden Kreise, in welchem die Stellungen der Flecken und Fackeln, so wie sie dem Beobachter im astronomischen, d. i. umkehrenden Fernrohre, erschienen, angedeutet sind; und einer unter dem Kreise befindlichen detaillirten Ausführung der einzelnen Gegenstände. In Ermangelung aller Messapparate beim Fernrohr, war es nur auf diese Weise möglich, bei nicht gar grossem Zeitaufwande eine genäherte Kenntniss aller nothwendigen Daten zu erhalten.

*) Der geographischen Gesellschaft wurde eine Copie aller 45 Zeichnungen eingesandt.

Die Linien von oben nach unten durch die Kreise bedeuten die Vertical-, die von links nach rechts die Horizontaldurchmesser der Sonnenscheibe. Zur leichteren Vergleichung wurden in den Abdrücken der Zeichnungen, die den A. N. beigegeben sind, noch die Decl.- und Parallelkreise des Sonnencentrums durch punktirte Linien bezeichnet; so wie auch hie und da Buchstaben beigefügt. Ueberall wurde der neue Styl, und zwar nach bürgerlicher Zählung, so dass der Anfang eines Tages um Mitternacht beginnt, gebraucht, und die bei jeder Zeichnung vorkommende Zeitangabe bedeutet die mittlere Zeit des jedesmaligen Beobachtungsortes, zu welcher die Zeichnung gemacht wurde.

Alle 12 Zeichnungen sind von *Troizki* entworfen, (indem ich es für richtiger hielt Einem, dessen Augen sich als besonders empfindlich für so schwache Gegenstände bewiesen, diese wichtige Beobachtungsreihe zu übertragen) und von ihm hie und da mit Anmerkungen begleitet, wo sich etwas Besonderes, der Erwähnung werthes, darbot. Was die Ausführung der Zeichnungen betrifft, so fand ich dieselbe, so oft ich sie mit der Natur verglich, immer sehr getreu, und ich kann nicht umhin, der Schärfe des Gesichts des Beobachters alle Gerechtigkeit widerfahren zu lassen, indem ich oft lange mein Auge daran gewöhnen musste, um die Gestalten von Fackeln, die er schon zu Papier gebracht hatte, wirklich zu erkennen. In Beziehung auf die Lithographieen ist zu bemerken, dass sie allerdings kein so naturgetreues Ansehen haben, wie die Originalzeichnungen, indem namentlich die schwachen Begrenzungen der Fackeln, bei der angewandten Behandlung des Steines, zu viele Schwierigkeiten verursacht hätten; indessen hat dies keinen Einfluss auf das Wichtigste, die Gestalten und Positionen der Fackeln. Damit letztere auf den Zeichnungen besser hervortreten, wurde der umgebende Sonnengrund etwas schattirt, was um so zulässiger ist, als, wie bekannt, derselbe gewöhnlich ein marmorirtes Aussehen hat: dadurch mussten aber die Halbschatten der Flecken einen etwas dunkleren Ton erhalten, als in der Natur der Fall ist; auf welchen Uebelstand ich aber um so weniger Gewicht zu legen mich verpflichtet glaube, als er, einmal erwähnt, zu keinem Irrthum Anlass geben kann, und überdies bei der vorliegenden Arbeit die Sonnenfackeln die Hauptsache sind.

Die Anmerkungen, welche *Troizki* über die 12 um die Zeit der totalen Finsterniss von ihm angefertigten Zeichnungen, zum Theil während der Beobachtungen, zum Theil gleich nachher, niederschrieb, sind folgende:

Machnowka, Juli $\frac{13}{25}$ Abends.

Die Fackeln waren ziemlich breit, aber schwach begrenzt. Es war nicht möglich, dieselben vollkommen genau zu zeichnen, wegen heftigen Windes. Starkes Ocular, in der Folge immer das schwache.

Juli $\frac{14}{26}$ Morgens.

Nr. 1. Eine helle Fackel umgab den länglichten Halbschatten des kleinen Fleckens peripherieartig; zwischen derselben und dem linken Sonnenrande befanden sich 4 helle Punkte.

Nr. 2. Ueber dem unter dieser Nummer vorkommenden Sonnenflecken waren 3 helle Punkte zu sehen.

Nr. 3. Diese Fackel rechts oben auf der Sonnenscheibe zeigt sich als krumme geschlossene Linie.

Juli $\frac{14}{26}$ Abends.

Die Fackeln konnten nur mit Mühe gesehen werden; sie waren schwach und nebelhaft, und verloren sich in die Oberfläche der Sonne. Die 3 hellen Punkte, welche sich am Morgen bei Nr. 2 gezeigt hatten, waren verschwunden.

Juli $\frac{15}{27}$ Morgens.

Nr. 1. Die Fackeln dieses Fleckens sind, ihrer Gestalt nach, den Fackeln desselben Fleckens, wie sie am 26. Morgens unter Nr. 1 vorkommen, ähnlich, nur sind sie breiter und stellen sich als weissliche, schwach begrenzte Streifen dar. Die 4 weissen Punkte beim Sonnenrande links und die Hälfte des hellen Umkreises um den Flecken, waren verschwunden, und man konnte heute nur noch den Theil des Umkreises rechts vom Flecken sehen, überdies waren zwei neue helle Punkte hinzugekommen.

Nr. 2. Diese Fackeln bestanden aus 5 hellen Punkten und einem kleinen Bogen. 3 der Punkte waren beträchtlich heller, als die 2 schwächern, welche letztere sich näher an Nr. 1 befanden.

Die bogenförmige Fackel zeigte sich an der Stelle, an welcher am 26. Morgens (vide Nr. 2) die 3 hellen Punkte über dem Flecken zu sehen waren.

Nr. 3. Diese Fackeln waren sehr schwach, und hatten die Gestalt von kaum sichtbaren, zerrissenen, an den Rändern nicht glatt begrenzten, dünnen Adern, so dass es schwierig war, ihre gegenseitige Lage zu zeichnen. In der Figur ist bloss im Allgemeinen ihre Richtung angedeutet, damit man erkennen kann, dass diese Fackeln dieselben sind (oder besser: zu der Fackelgruppe gehören) welche am 26. Morgens (vid. Nr. 3) oben, und Abends unten am rechten Sonnenrande beobachtet wurden. Uebrigens hatte sich ihre Lagerung, Gestalt und Anzahl gänzlich geändert. Zur Zeit der Beobachtung wehte ziemlich starker Wind.

Juli $\frac{15}{27}$ Abends.

An der Stelle, wo am Morgen zwei helle Punkte (vid. Nr. 1) zu sehen waren, zeigten sich jetzt 3 schwarze Fleckchen. Es wehte ziemlich starker Wind, weswegen die Zeichnungen nur in Intervallen, in welchen übrigens die Fackeln gut zu sehen waren, gemacht werden konnten. Die Fackeln am Sonnenrande rechts, welche sich am Morgen als schwache dünne Adern zeigten, stellten sich jetzt in der Gestalt von getrennten, schwach begrenzten Punkten dar.

Juli $\frac{16}{28}$ Morgens.

Nr. 1. Die Fackeln waren recht gut zu sehen. Der kleine Flecken, welcher sich gestern Abends nahe am linken Sonnenrande befand, war verschwunden, aber statt der frühern 3 kleinen Flecken, zeigten sich jetzt deren 7, und tiefer unter denselben waren 3 weissliche Fackelpunkte erschienen.

Nr. 2. Am rechten Sonnenrande, etwa 80° von oben, war ein neuer länglichter Fleck erschienen, sehr nahe am Rande, und links von demselben, zeigten sich Fackeln, aber so schwach, dass es nicht möglich war, ihre Umrisse genau zu zeichnen. Eine davon hat die Gestalt eines schwachen Ringes.

Nr. 3. Zerrissene, an den Rändern schwache Fackeln.

Juli $\frac{17}{29}$ Morgens.

Nr. 1. Ausser den Fackeln um die kleinen Flecken herum, welche gut sichtbar waren, zeigten sich noch mehrere andere, in Gestalt von weisslichen Punkten. Einige von ihnen sind in der Figur angegeben, andere waren aber nicht möglich zu fixiren.

Nr. 2. Die Fackeln waren ziemlich hell und scharf. Bemerkenswerth ist, dass die Fackel, welche am 28. Morgens links vom Flecken und weiter vom Rande sich als kleiner Ring darstellte, nun beinahe doppelt so gross und schärfer erscheint. Näher dem Sonnenrande wurde noch ein kleiner länglichter Sonnenflecken wahrgenommen.

Juli $\frac{17}{29}$ Abends.

Nr. 1. Diese Fackel zeigt sich nicht als gleichförmiger lichter Streifen, sondern hat das Ansehen einer schwachen unterbrochenen, an den Rändern nicht glatten Ader. Ausser dieser Fackel waren, näher dem Sonnencentrum, noch andere zu sehen, aber ausserordentlich schwach. (Sie kommen deswegen auf der Zeichnung nicht vor). Der Flecken in der Nähe des Sonnenrandes, von aschgrauer Farbe, war schwach begrenzt.

Nr. 2. Nicht alle Fackeln waren gleichförmig hell und scharf. Einige von ihnen waren schwach zu sehen, so, als ob sie sich in die Oberfläche der Sonne verloren, und im weitern Verlaufe wieder über derselben zum Vorschein kamen.

An einigen Stellen auf den Fackeln selbst konnte man hellere Punkte bemerken.

Juli $\frac{18}{30}$ Morgens.

Heute zeigte sich der grosse Flecken noch schärfer, als gestern Abend. Seine Farbe war vollkommen schwarz, und gleichförmig auf seiner ganzen Oberfläche. Die Fackeln rechts von diesem Flecken waren ziemlich hell, aber diejenigen, welche sich unter ihm befanden und die den kleinen Flecken umgebenden, erschienen als kleine schwache Streifen. Ausser diesen Flecken und Fackeln waren weiter keine auf der Sonnenscheibe zu sehen.

Station Studenizkaja.

Juli $\frac{19}{31}$ Morgens.

Die Flecken selbst waren vollkommen schwarz, und die sie umgebenden Halbschatten unterschieden sich scharf von der Sonnenoberfläche, mit Ausnahme des untern Theiles des schwachen Halbschattens um den kleinen Flecken. Um diesen Halbschatten des kleineren Fleckens zeigte sich ein heller Ring, ähnlich einer Fackel, dessen rechte Seite besonders scharf hervortrat. Noch weiter rechts, nahe beim Sonnenrande, war ein grauweisser Flecken erschienen, umgeben von einer dreieckigen Fackel mit zwei hellen Punkten. Die übrigen Fackeln waren schwach, ohne scharfe Begrenzung und mit unregelmässigen Rändern. Zur Zeit der Beobachtung wehte ein nicht sehr starker Wind.

Kiew $\frac{\text{Juli 20}}{\text{Aug. 1}}$ Abends.

Die Fackeln in der Nähe der kleinen Flecken waren ziemlich hell und scharf; die darüber befindlichen schwächer: dagegen traten die obersten Fackeln wieder schärfer hervor als kleine Streifen, welche ihrer Länge nach ungleichförmige Helle besassen und deren Ränder unregelmässig begrenzt waren. In der Nähe der zwei grossen Flecken zeigten sich keine Fackeln; sie selbst erschienen vollkommen schwarz und scharf. Ein nicht bedeutender Wind wehte im Verlaufe der Beobachtungen.

Kiew $\frac{\text{Juli 21}}{\text{Aug. 2}}$ Morgens.

Die Umrisse der Fackeln waren schwach begrenzt; die Ränder derselben unregelmässig, und sie selbst grösstentheils unterbrochen.

So weit die Bemerkungen von *Troizki*, die ich wörtlich glaubte geben zu müssen. Den Schluss des Berichtes über-

gehe ich, da er über die Aehnlichkeit der Protuberanzen mit den Fackeln handelt, welche hier etwas genauer abgefasst werden soll, indem mir gegenwärtig mehr Zeichnungen und Notizen zu Gebote stehen als damals. Die näher zu betrachtenden Protuberanzen sind folgende:

1) Die von allen Beobachtern gesehene hakenförmige, mit der mittlern Position 279° (vom Nordp. der Sonnenscheibe über O, S, W gezählt). Auf unsern Zeichnungen findet sich bei derselben Position (vid. 27. Juli Ab.) eine ganz ähnliche mit *a* bezeichnete hakenförmige Fackel, die vom 26sten Juli Morgens an, sich immer mehr dem Rande näherte, und nach der Zeichnung vom 28sten bereits bis zu der Linie *mn* (vid. 27. Juli Abends) über den Sonnenrand hinausgetreten war. Der charakteristische Haken zieht sich (mit Ausnahme Juli 26 Abends, wo die Fackeln nur mit Mühe zu sehen waren) durch alle Zeichnungen hin, was um so merkwürdiger ist, als der Gestaltenwechsel der Fackeln sonst rasch vor sich geht. Selbst das von einigen Beobachtern gesehene Queranhängsel, ganz am Mondrande, findet sich bei der Fackel als ziemlich constant. Die Differenzen der Positionen dieser Fackel auf den verschiedenen Zeichnungen muss entschuldigt werden, indem bei solchen Schätzungen es nicht leicht ist Genaueres zu erhalten mit einem Fernrohre, das nur einen Theil der Sonnenscheibe übersehen lässt.

2) Bei vielen Beobachtern findet sich 10° südlicher in der Verlängerung des Hakens der vorigen Protuberanz das bekannte isolirte runde Wölkchen. Als Analogon zu diesem finden wir in unsern Zeichnungen vom 27sten Juli Morgens und Abends, ebenfalls in der Verlängerung des Hakens der Fackel die mit *b* bezeichnete Gruppe, bestehend aus Fackelpunkten, von denen einer oder mehrere gar wohl sich als rundes, nach andern ovales, Wölkchen darstellen konnten.

3) Mehrere Beobachter erwähnen mit der Position 253°—262° einer Protuberanz mit oder ohne Längenfortsatz dem Mondrande nach, die sehr gut mit der Fackel *c* vom 27sten Juli Morgens und Abends harmonirt, und ebenfalls wie die frühern am 28sten schon über den Rand der Sonne hinausgetreten war. In der mit Bleistift gemachten Originalzeichnung ist diese Fackel *c* in zwei gleich lange Theile getheilt, welche schwache Trennung vom Lithographen übersehen wurde.

4) Zwischen der hakenförmigen Protuberanz und dem Nordpunkte der Sonnenscheibe finden sich bei den verschiedenen Beobachtern verschieden vertheilte Protuberanzen, von denen aber eine, ihrer Position nach, recht gut übereinstimmt mit der Fackelgruppe *d* vom 26sten Juli Morgens und Abends, die am 28sten schon ausgetreten war, oder aber mit *d* nahe am Rande vom 28sten Morgens. Das letztere anzunehmen scheint sogar richtiger zu sein, da mehrere Beobachter zwei nahestehende, nur wenig über den Mondrand hervorragende, Protuberanzen sahen. Ob die Fackel *d* vom 27sten Juli Ab. mit den ebenso bezeichneten des vorigen Tages identisch ist, und ihre Position nur verzeichnet, lässt sich nicht mit Gewissheit angeben.

5) Die meisten Beobachter stimmen ferner überein, dass auf der Ostseite des Sonnenrandes, in der Nähe des bekannten länglichten Fleckens, sich noch Protuberanzen befanden, für die wir wieder correspondirende Fackeln in den am 29sten und 30sten Juli angefertigten Zeichnungen aufweisen können. Sie sind mit *e* bezeichnet. Ob die mit der Position 110° bei *Littrow* und Andern vorkommenden Protuberanzen ihre entsprechenden Fackeln in *f* Aug. 1 besitzen, wollen wir nicht entscheiden.

Aus diesen Vergleichungen ergeben sich folgende Resultate:

a) dass sich für die meisten gesehenen Protuberanzen auf unsern Zeichnungen entsprechende Fackeln nachweisen lassen, deren Positionen nahe mit denjenigen jener übereinstimmen, oder präciser ausgedrückt — da bei der Lichtschwäche der Objecte wir die Behauptung, es seien alle vorhandenen Fackeln auf unseren Zeichnungen angemerkt, weder wagen können noch wollen — dass für jede bei uns vorkommende Fackelgruppe, welche kurz (2 Tage und weniger) vor der Finsterniss am Westrande dem Austreten nahe war, und für jede, die kurz nach derselben am Ostrande der Sonnenscheibe sich zeigte, und erweisslich nach den Zeichnungen am 28sten Juli auf der Sonne nicht vorkommt, während der totalen Sonnenfinsterniss correspondirende Protuberanzen gesehen wurden.

b) dass, abgesehen von dem ziemlich raschen Formenwechsel der Fackeln, dennoch bei mehreren der letzteren auffallend ähnliche Gestalten mit den correspondirenden Protuberanzen sich erkennen lassen.

c) dass am Westrande der Sonne die Aufeinanderfolge einer hakenförmigen, einer runden (in der Verlängerung des Hakens) und einer länglichten Protuberanz gerade dieselbe war, wie bei den correspondirenden und ähnlich gestalteten Fackeln.

Es lässt sich kaum denken, dass ein so auffallendes Zusammentreffen nur zufällig sein sollte, vielmehr scheint es wahrscheinlich, dass die Protuberanzen gerade nichts anderes sind, als unsere sogenannten Sonnenfackeln, die wir so oft auf der Sonnenscheibe erblicken. Ein scheinbar triftiges Argument gegen diese Annahme mag wohl für manchen der Umstand sein, dass das Licht der Sonnenfackeln dem Beobachter intensiver als die umgebenden Partbieen der Sonnenscheibe sich zeigt, gleichviel ob er das Bild letzterer auf einem weissen Schirme auffängt, oder durch dunkle Blendgläser betrachtet, während die Protuberanzen nur in mässigem röthlichen Lichte erschienen; allein bei näherer Betrachtung scheint sich

dieser Einwurf zu heben, wenn wir auch schon die verschiedene Färbung und Intensität der Protuberanzen noch nicht völlig zu erklären vermögen.

Zuerst muss ich die bekannte Erscheinung anführen, dass selbst helle Fackelgruppen, wenn sie vom Ostrande gegen die Mitte der Sonnenscheibe vorrücken, nach und nach verschwinden, und ebenso sich welche (wahrscheinlich dieselben, nur in veränderten Gestalten) wieder zu bilden scheinen, nachdem jene die mittleren Parthieen der Sonne passirt haben; dann glauben aber zweitens ebensowohl ich als meine Gehülfen bemerkt zu haben, dass die Fackeln ganz am Rande der Sonnenscheibe, obgleich bisweilen unstreitig sichtbar, doch wieder undeutlicher sind, als in einiger Entfernung von demselben, so zwar, dass das Maximum ihrer Helligkeit, den Radius in runder Zahl zu 16′ angenommen, in die Parthieen der Sonnenscheibe zwischen $\frac{1}{2}$ bis 5 oder 6 Minuten vom Rande fällt. Es hängt folglich die Helligkeit der Fackeln ab von der Stellung, die sie in Beziehung auf die Verbindungslinie zwischen dem Auge des Beobachters und dem Sonnencentrum einnehmen; wäre es nun nicht leicht möglich, dass ihr Licht, ähnlich wie in der Mitte der Sonnenscheibe, auch an den Rändern derselben, wo der Radius, in dessen Verlängerung sie sich befinden, nahe senkrecht auf jene Verbindungslinie steht, das übrige Sonnenlicht nicht übertrifft, ja bis zu demjenigen der Protuberanzen herabgestimmt wird? das übrigens nicht so unbedeutend sein kann, da nach der ausdrücklichen Erwähnung einiger Beobachter die Umrisse der Protuberanzen noch geraume Zeit nach Hervorbrechen des Sonnenlichtes gesehen wurden. Ist dies wirklich der Fall, so hat man sich vielleicht unter den Fackeln wolkenähnliche, nur sehr durchsichtige Gebilde vorzustellen, wenig oder gar nicht selbstleuchtend, die in gewissen Stellungen zu dem Beobachter das Sonnenlicht durchlassen, ohne selbst sichtbar zu sein, in andern ein Maximum desselben durch Refractions- oder Reflexionserscheinungen uns zuwerfen mit solcher Intensität, dass sie selbst heller erscheinen, als die unter ihnen befindliche Sonnenoberfläche, wieder in anderen sich in dem milderen Lichte und mit der Färbung der Protuberanzen zeigen.

Die verschiedenen Modificationen des Lichtes und der Färbung der Protuberanzen haben wahrscheinlich ebenfalls ihren Grund in den verschiedenen Stellungen, die sie zum Beobachter einnehmen. Legen wir eine Protuberanz zu Grunde, wie etwa die hakenförmige, die im Maximum, wenn ihre Verbindungslinie mit dem Sonnencentrum einen rechten Winkel mit der Linie zwischen letzterem und dem Beobachter bildet, 2 Minuten vom Sonnenrande abzustehen scheint, so finden wir durch eine leichte Zeichnung und Rechnung, dass von dem Momente an, in welchem ihr entferntester Theil, dann zumal noch Fackel, über den Sonnenrand hinaustritt, bis er hinter demselben gänzlich verschwindet, vermöge der Drehung der Sonne um ihre Axe einen Bogen von etwa 54°5 beschreibt, und, die relative Umdrehungszeit zu 27,5 Tagen angenommen, etwa 4,2 Tage lang über den Rand, natürlich um verschiedene Quantitäten emporragt, also im Falle einer totalen Finsterniss möglicherweise gesehen werden kann. Ohne Zweifel wird eine Fackel, die eben über den Sonnenrand hinaustritt, in mehrfacher Beziehung anders erscheinen, als wenn sie eine um 56° andere Stellung einnimmt, und daher ist die verschiedene Färbung und Intensität der beobachteten Protuberanzen, ja selbst einzelner Theile ein und derselben Protuberanz, wohl zu begreifen.

Die angegebene Zeit, (die für eine Protuberanz von 1′ grösstem Abstande 3,0 Tage wird), ist ein Minimum für eine Fackel, die sich im Sonnenäquator bewegt. Beschreibt eine Fackel einen Parallelkreis, so fällt jene um so grösser aus, je kleiner der letztere ist; hat sie aber eine eigene Bewegung, so kann die Zeit je nachdem bedeutend vergrössert oder verkleinert werden. Angenommen, die hakenförmige Protuberanz habe zur Zeit der totalen Sonnenfinsterniss die möglichst grösste scheinbare Entfernung vom Sonnenrande erlangt, so müsste ihr äusserster Theil als Fackel 2 Tage vorher, also am 26sten Juli, den Sonnenrand erreicht haben; letzteres scheint aber erst im Verlaufe des 27sten Juli der Fall gewesen zu sein, weswegen man im Falle einer Identität zwischen Protuberanz und Fackel entweder auf eine eigene Bewegung schliessen, oder die obige Annahme verwerfen müsste; sodass die hakenförmige Protuberanz nicht im Maximum ihres scheinbaren Abstandes vom Sonnenrande gesehen worden wäre, und somit auch in der Wirklichkeit weiter von der Sonnenoberfläche abstand, als man ihr einzuräumen bis jetzt geneigt war.

Mit der Ansicht, dass die Höfe (bisweilen auch Halbschatten genannt) um die Kernflecken mit den Protuberanzen identisch seien, kann ich, auch abgesehen von dem unmöglich blos zufälligen Zusammentreffen unserer Fackelzeichnungen mit den Protuberanzen, nicht übereinstimmen. In den Tagen vor und nach der totalen Finsterniss finden sich auf der Sonnenscheibe zu wenig solcher Höfe, um die vielen Protuberanzen zu erklären; ferner, und das scheint das wichtigste Argument zu sein, wenn es sich wirklich nachweisen lässt, ist mir ebensowenig ganz am Rande ein Hof wie ein Kernflecken je erkennbar gewesen, was doch wohl bei einigem Abstande von der Oberfläche der Sonne der Fall sein müsste, und wie es bei den Fackeln auch wirklich vorkommt. Die optische Verkürzung der Höfe gegen den Rand hin findet auf ähnliche Weise statt, wie bei den Kernflecken, sie verwandeln

sich zuletzt in eine schmale Linie, und verschwinden, ehe sie den Rand ganz erreichen; bei den Fackeln ist dies nicht der Fall, wahrscheinlich weil sie aus der Photosphäre hervorragen oder darüber schweben, und gegen den Sonnenrand hin uns mehr ihre Seitenansicht darbieten. Zudem ist noch beizufügen, dass die Gestalten der Protuberanzen keineswegs mit denen der Höfe in der Nähe des Sonnenrandes übereinstimmen; dagegen wird jeder, der Sonnenfackeln öfter beobachtet hat, und die vortrefflich ausgeführte *Fearnley*'sche Zeichnung der totalen Sonnenfinsterniss sieht, überrascht von der Aehnlichkeit der Formen der Protuberanzen mit denen von Fackeln, die sich besonders charakteristisch in den aderförmigen, sich allmälig verlierenden Ausläufern darthut.

Zum Schlusse noch eine Bemerkung. Von Herrn Prof. *Wolfers* wurde die Vermuthung ausgesprochen, dass die aus 7 kleinen Flecken bestehende Gruppe des 28sten Juli kurz vorher entstanden sein müsse. Unsere Zeichnungen und die dazugehörigen Anmerkungen geben darüber vollständige Auskunft, indem nach ihnen 3 dieser Flecken zwischen dem 27sten Juli Morgens und Abends, die übrigen 4 zwischen dem 27sten Juli Abends und 28sten Morgens zum Vorschein kamen.

Moskau, den $\frac{1}{2}\frac{8}{8}$ Juli 1852.

G. Schweizer, Dr.,
Astronom des Konstantin'schen Messinstitutes.

Sonnenfackeln um die Zeit der totalen Sonnenfinsterniss vom 10. December 1852.

Am 10ten December, neuen Styls (nach bürgerl. Rechnung am 11ten Morgens) fand eine totale in Europa unsichtbare Sonnenfinsterniss statt, von welcher aber ein kleiner Theil der totalen Zone, nördlich von Jeniseisk anfangend, über Nischneudinsk, Irkutzk, den südlichen Theil des Baikal-See's und Troizkosawsk sich hinzog und im ferneren Verlaufe sich in's Chinesische Reich verlor. Eine genauere Berechnung dieser totalen Sonnenfinsterniss führten unabhängig von einander die Herren *Wolkowski*, Stud. zu Kasan, und *Weinberg*, Lehrer am ersten Moskowschen Gymnasium, aus; und *Kowalski*, Professor der Astronomie in Kasan, gab für allfällige Beobachter Instructionen, die von der Russisch-Geographischen Gesellschaft (von der beiläufig gesagt, eine Section sich in Sibirien befindet) gedruckt und namentlich da, wo Beobachtungen gemacht werden konnten, verbreitet wurden. Zufolge dieser Maassregel lässt es sich erwarten, dass, wofern nicht die ungünstige Jahreszeit und der niedere Stand der Sonne es verhindern, aus jenen Gegenden interessante Beobachtungen einlaufen werden. So viel mir bekannt, befindet sich unter Anderen gegenwärtig in der Nähe des Baikal-See's der Astronom *Schwarz*, welcher früher in Dorpat studirte, und der wohl nicht ermangelt haben wird in die Zone der Totalfinsterniss zu eilen. Um für den Fall, dass wieder Protuberanzen gesehen würden, correspondirende Beobachtungen der Sonnenfackeln zu haben, wurden abermals auf der Sternwarte des Konstantin'schen Messinstitutes, an den Tagen um die totale Sonnenfinsterniss herum, Zeichnungen der Sonnenoberfläche gemacht. Wie zu erwarten war, waren diese Beobachtungen einerseits durch das gewöhnlich in so vorgerückter Jahreszeit stattfindende schlechte Wetter, anderseits durch den niedern Stand und die wallenden Bilder der Sonne wenig begünstigt; indessen gelang es doch dem Beobachter, Unterlieutenant *Troizki*, demselben, welcher die Zeichnungen für die totale Sonnenfinsterniss 1851 lieferte, an den Tagen: December 6, 9, 11, 13, 14, 15 um Mittag Zeichnungen anzufertigen, die zum Theil das Gewünschte darbieten. Einstweilen sind diese freilich noch nicht lithographirt, und sie werden es wahrscheinlich auch nur dann, wenn aus Sibirien die Nachricht kommt, dass Beobachtungen der totalen Finsterniss gelangen; immerhin ist es aber interessant, für den letzteren Fall das Wichtigste aus den Zeichnungen zum Voraus mitgetheilt und darauf aufmerksam gemacht zu haben, an welchen Punkten des Sonnenrandes, insofern Protuberanzen u. Fackeln identisch sind, jene gesehen werden mussten.

Die beiden Hauptzeichnungen sind unstreitig diejenige vom 9ten Dec. 0^h0^m mittl. Moskauer Zeit, und diejenige vom 11ten Dec. 0^h40^m, von denen erstere, mit Berücksichtigung der Längendifferenz zwischen Moskau und dem südlichen Theile des Baikal-See's ($6\frac{1}{2}$ Stunden) und der ungefähren Ortszeit der totalen Finsterniss (10. Dec. 21^h58^m) etwa $39\frac{1}{2}$ Stunden vor, letztere etwa 9 Stunden nach der totalen Finsterniss angefertigt wurde, wobei noch zu bemerken ist, dass bei der ersten Zeichnung der Westrand, bei der zweiten der Ostrand der Sonnenscheibe hauptsächlich in Betracht gezogen werden muss.

Die Zeichnung vom 9ten Dec. bietet nun ziemlich genau vom Nordpunkte der Sonnenscheibe über W. gerechnet, unter 90° etwa 3 Minuten vom Rande gegen das Centrum hin eine helle Fackel dar, von der Gestalt eines lateinischen K (im umkehrenden Fernrohre), die sehr wohl zur Zeit der totalen Finsterniss schon über den Rand vorgerückt sein und sich als Protuberanz zeigen konnte. Zwischen ihr und dem Rande,

etwas nördlicher, befand sich noch eine andere ähnliche aber schwächere Fackel, von umgekehrter Gestalt (ʮ); sonst war die ganze Westseite frei von Fackeln, sei es, dass wirklich keine vorhanden waren, oder dass sie meteorologischer Umstände halber dem Beobachter entgingen.

Die Zeichnung vom 11ten Decbr. enthält am Ostrande der Sonnenscheibe zwei Fackelgruppen, von denen die eine (77° vom Nordpunkte abstehend) beinahe zu weit (etwa 2 Minuten) vom Rande entfernt ist, dagegen die andere (145° vom Nordpunkte über Ost) aus aderförmigen Fackeln, die bis zum Rande reichen, besteht, und somit höchst wahrscheinlich, etwelche Partikel derselben sich in der 9 Stunden vorher statt gehabten totalen Sonnenfinsterniss als Protuberanzen zeigen mussten, wenn diese wirklich mit Fackeln identisch sind. Am Westrande der Sonnenscheibe befinden sich ganz nahe am Rande (70° vom N.-Punkte) zwei Fackelpunkte, die vielleicht auf eine Gruppe hindeuten, die möglicherweise ebenfalls ihren Beitrag zu Protuberanzen liefern konnte, aber nicht zu verwechseln ist mit der vom 9ten Decbr., welche 20° südlicher liegt.

Dies ist einstweilen das Wichtigste, was ich von unsern Zeichnungen mitzutheilen habe.

Moskau, im Januar 1853.

G. Schweizer.

Beobachtungen veränderlicher Sterne.

Januar 26, 7h 30m habe ich das Minimum von *S* Cancri beobachtet, zwar nicht so sicher, als ich gewünscht hätte, da der Himmel stets etwas dunstig war, und die Beobachtung der Lichtzunahme ganz verhinderte, aber doch wohl kaum auf eine halbe Stunde ungewiss.

Bonn 1853, Janr. 29.

Fr. Argelander.

The following are all the observations I have been able to procure during the present appearance, of the two variable stars in 7h R.A. near the ecliptic, which were detected at this observatory in 1848.

Observations of the preceding star.

AR. 7h34m2s N.P.D. 66°12′2 (1850)

1852 Sept. 20. 12h It is not visible, unless of the 15. mag.
Oct. 11. 12h. It is now of 13th magnitude.
Oct. 25. 12h. Still a 13th or thereabouts: it is scarcely visible in the moonlight.
Nov. 19. 12h. Of 12.13 magnitude.
Dec. 14. 13h. It is now of the 10th magnitude and very little brighter than the star close to it. The weather has been so cloudy of late that no opportunity has been afforded of watching its progressive increase during the past month.
Dec. 20. 9h. About the same (10th mag.)
Dec. 30 and 31. Equal to the star close to it.
1853 Janr. 5. 9h. Still equal to its neighbour.
1853 Jan. 6. 9h. I think it is sensibly less bright than the star near it.
Jan. 11. 9h. Certainly fainter than the same.
Jan 13. 8h. It is now of 11.12th magnitude very little below my eleventh, and therefore very sensibly less than the neighbouring star.
Febr. 8. 8h. Of the 12.13th magnitude: not seen without difficulty in a rather hazy sky.

Observations of the following star.

AR. 7h40m18s N.P.D. 65°53′8

1852 Sept. 20. 12h. It is of 9.10 magnitude and very slightly if at all yellow. It is less than the star following, nearly on the parallel (α) but brighter than the one to the north (β) which with (α) and the variable star, forms nearly an equilateral triangle.
Oct. 11. 12h. It is of 9th magnitude: not equal to (α) but brighter than (β). There is now a yellowish tinge.
Oct. 25. 12h. Of 9th mag. not quite equal to (α) but far brighter than (β). There is a yellowish cast about its light.
Nov. 19. 12h. About equal to the star following (α). It is a full 9th and of a dull amber or reddish-yellow colour.
Dec. 14. 12h. Still of the 9th magnitude, but not equal to (α). Its colour is livid, but not, I think, yellow.
Dec. 20. 9h. About the same.
Dec. 30 and 31. A little brighter than (β).
1853 Jan. 5. 9h. About equal to (β) which, if there be any difference, is in the least degree the fainter of the two. It is of a pale yellowish red, but very slightly coloured.

1853 Jan. 6. 9^h. The same.

Jan. 13. 8^h. It is now fainter than (β), though very slightly so. On Jan. 11. I thought it equal or if anything a little less than (β).

Febr. 8. 8^h. Of the 12.13th magnitude. It is brighter than a very small star preceding it a few seconds of time, and about 2' north.

From the foregoing observations, I conclude that the preceding star was at a maximum (though not so bright as in previous years) about the middle of December 1852, and that the following star was also at a maximum towards the middle of November. The periods will be somewhere about 280 and 290 days respectively, but my observations hitherto are hardly sufficient to settle them within several days.

London, Regent's Park, 1853, Febr. 11.

J. R. Hind.

Nachrichten über 4 bei der Anfertigung von Mr. *Bishop*'s ecliptical charts bemerkte und später nicht wieder aufgefundene kleine Sterne, von Herrn *J. R. Hind.*

In the course of forming our ecliptical charts I have seen and subsequently lost four small planets which remain to be rediscovered. I will briefly give the particulars.

The first occurred upon our chart for 3^h R. A. and is actually printed on the map. Its position for 1825 is AR. $3^h 1^m 40^s$ N. P. D. 71°16' and it was observed between the 8th and 11th of February 1851, while I was finishing off the map for the engraver. By some oversight I did not discover its disappearance from the above place until August following when it was useless to search after it.

The second planet was missed 1852 October 11. having been entered in the previous spring in AR. $7^h 46^m 55^s$, N. P. D. 68°14'5 for the epoch of the map (1825). It was of the 11th magnitude and like the last has appeared by an oversight upon the published chart. Unfortunately I cannot be quite sure of the date when this object was entered. It was certainly between 1852 Febr. 25 and the middle of April: most probably about the beginning of the latter month.

The third missing star, which I presume to have been also of a planetary character, was marked on Oct. 25, 1852 in AR. $3^h 23^m 40^s$, N. P. D. 68°30', near another of the same (eleventh) magnitude upon the map for that hour of R. A. I missed it on Dec. 8 and subsequently made several fruitless attempt to rediscover it: the want of consecutive fine nights, however, was against my finding the planet again. I suspect it moved away to the North and that the inclination must have been rather large.

The fourth object was missed from the Chart Hour IV last month. I cannot at present recover the date of entry, though it must have fallen during the first eight months of 1852. It was of the eleventh magnitude and appears upon the published map in AR. $4^h 5^m 25^s$, N. P. D. 66°40'. Did I not know from experience how easy it is to omit noticing the absence of a small star, from its place upon the map I might be inclined to consider the second and fourth as variable stars: the first and third I am satisfied were planets and the other two I think were probably planets also.

Mr. *Bishop*'s Observatory, London 1853, Febr. 11.

J. R. Hind.

Berichtigungen.

Herr *Oelzen* theilt mir soeben mit, dass in Nr. 831 p. 239 der Astr. Nachr. eines Sternes erwähnt ist, der in Bes. Zonen fehlerhaft sein soll. Dieser Stern ist Z. 353, $11^h 28^m 53^s 4$, der Ort desselben für 1850 = $11^h 30^m 53^s 3$ +24°9'34" welches also genau mit den aus den Washington Observations und aus A. N. Nr. 809 abgeleiteten Positionen stimmt.

Der Stern *c*, von welchem in Nr. 831 pag. 243 bei dem Cometen II. 1852 die Rede ist, steht in Bes. Zone 532 unter $1^h 43^m 9^s 51$.

v. Littrow.

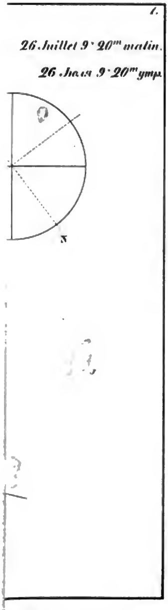
Herr *Thormann* in Bonn hat folgenden Druckfehler in den *Zech*'schen Tafeln der Additions- und Subtractions-Logarithmen gefunden:

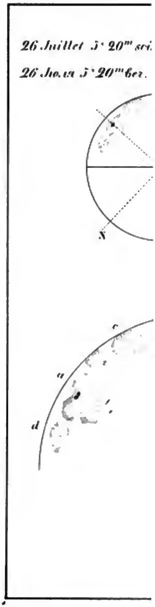
Pag. 812 bei den Argumenten:

0,18076 statt 9217 lese man 9317
0,18077 „ 9023 „ „ 9123

Astr. Nachr. Nr. 848 p. 122 Z. 19 v. u. statt 14. u. 16. Sept. lese man: 14. Juli und 16. September.

Altona 1853. Februar 25. (Hierbei 6 lithographirte Tafeln).


1.
26 Juillet 9h 20m matin.
26 Июля 9ч 20м утр.
N


26 Juillet 5h 20m soi.
26 Июля 5ч 20м веч.
N
c
a
d

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 850.

Mémoire.

Sur la Théorie mathématique de la Figure de la Terre, publiée par *Newton* en 1687.

Et sur l'état d'équilibre de l'ellipsoïde fluide à trois axes inégaux.

„Ce n'est jamais par les routes les plus simples,
„et les plus directes que l'esprit humain parvient
„aux vérités de quelque genre qu'elles soient."

Lagrange. Mécanique Analytique; Tome 2 p. 282.

1.

Laplace, en imitant les raisonnemens, que *Clairaut* avait développés dans la première partie de son Introduction à l'ouvrage des Principes, a exposé sans l'emploi des formules algébriques, cette Théorie de *Newton* au commencement du XI Livre de la Mécanique Céleste. Mais, en lisant attentivement cette Notice Historique, il faut avouer, qu'on se voit forcé de recourir aux formules posées dans le second Volume du même ouvrage, si l'on veut saisir avec justesse comment ont été trouvés, dès l'enfance de cette Théorie, les résultats dont il y est question. Et, même avec ce secours, il faut traiter le problème d'une manière spéciale, afin de faire ressortir des formules générales les Propositions particulières, qui, quoique indirectes, suivant les idées modernes, devaient paraître directes à une époque, où la théorie des fluides, et celle de l'attraction de l'ellipsoïde homogène, soit aplati, soit allongé, étaient loin d'être établies avec toute la généralité qu'elles comportent. Sur-tout, il importe de mettre en évidence, que *Newton* parvenait à son résultat définitif, c'est-à-dire au rapport $\frac{229}{230}$ entre les axes des pôles et de l'équateur, par l'emploi d'un théorème auxiliaire qui n'est pas vrai, mathématiquement parlant; mais vrai en ce sens que, tacitement, l'on se permet d'égaler deux fonctions d'une même variable, qui, développées présentent l'identité à l'égard de leurs deux premiers termes seulement.

Newton ne dit rien pour faire entendre qu'il voyait cette singulière distinction: au contraire son calcul prouve qu'il croyait la différence absolument nulle. Si je ne me trompe, cette remarque n'avait pas encore été faite. Elle a échappé au Commentateur *Calandrini*, au point, qu'il a entrepris de démontrer, que le théorème dont je parle était vrai sans restriction (voyez les pages 83 et 84 du troisième volume des **Principia**. Edition de Genève). C'est ce qui deviendra manifeste par l'analyse suivante.

Toute la solution de *Newton* sur la figure de la Terre est bornée, non seulement au cas de l'ellipsoïde homogène; mais, même dans ce cas, elle est limitée par la condition qu'il faut négliger les quantités de l'ordre du carré de l'aplatissement. *Maclaurin* est le premier Géomètre, qui ait résolu en 1740 le problème que s'était proposé *Newton* sans rien négliger, avec des formules fort simples. Il les a trouvées en suivant la méthode synthétique par un effort de génie; mais elles furent démontrées après (en 1773) par *Lagrange* d'une manière à la fois plus lumineuse et plus vaste, éminemment propre à rétablir l'opinion de la supériorité de l'analyse sur la synthèse.

Et, afin de renforcer cette opinion, j'ai aussi considéré le cas de l'ellipsoïde à trois axes inégaux. On sait que *Jacobi* a démontré le premier, qu'un tel ellipsoïde homogène et fluide, pouvait demeurer en équilibre avec un mouvement de rotation uniforme. Mais les formules qu'il a données pour déterminer à la fois les trois axes et la force centrifuge, ne sont pas celles qui se prêtent avec plus de facilité à leur évaluation numérique.

Pour mieux fixer les idées sur les rapports absolus que l'on considère j'ai cherché des formules explicitement réduites aux transcendantes elliptiques, et on verra qu'elles sont assez remarquables par leur simplicité. On reconnait d'abord que, pour obtenir l'équilibre, la rotation doit avoir lieu autour du plus petit des trois axes, que je nomme $2a$. Les deux autres étant désignés par $2a\sqrt{(1+\gamma^2)}$, et $2a\sqrt{(1+\gamma'^2)}$ doivent être tels que l'on ait $\gamma > 1$, et $\gamma\gamma' > 1$; de sorte que, en faisant

$$\gamma = tang\,\psi'; \quad \gamma' = tang\,\psi'.\cos\theta'$$

on doit avoir $\psi' > 45°$. L'introduction des deux paramètres ψ' et θ' au lieu de γ et γ' permet d'exécuter les calculs à l'aide des Tables des Transcendantes elliptiques, à cause que θ' et ψ' sont, respectivement, l'angle du module, et l'amplitude. Alors on trouve, que le rapport de la force centrifuge à la gravité est une quantité d'abord croissante depuis $\theta' = 10°$; mais qui devient ensuite décroissante depuis $\theta' = 52°30'$.

Le rapport $\sqrt{(1+\gamma^2)}$ du plus grand des trois axes à l'axe de rotation est croissant avec lenteur; car pour $\theta' = 80°$, et $\psi' = 69°$, l'on a

$$\sqrt{(1+\gamma^2)} = 2{,}79044; \quad \sqrt{(1+\gamma'^2)} = 1{,}09756,$$

tandis que la fraction 0,1042 exprime le rapport correspondant de la force centrifuge à la gravité.

Ces résultats suffisent pour démontrer qu'on ne saurait établir aucun rapprochement entre la figure de la Terre homogène et celle de l'ellipsoïde à trois axes inégaux.

2.

Les formules de *Maclaurin*, en adoptant les dénominations des pages 540, 541 du second volume du Traité de Mécanique de ***Poisson*** sont celles-ci. Si l'on fait (après avoir remplacé α par n et c par a);

$$X = Ax, \quad Y = Ay, \quad Z = Bz;$$
$$X' = -n^2x, \quad Y' = -n^2y, \quad Z' = 0;$$

$$\frac{z^2}{a^2} + \frac{(x^2+y^2)}{a^2(1+\gamma^2)} = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$A = \frac{4\pi\rho f}{2\gamma^3}\{(1+\gamma^2)\, arc\,(tang = \gamma) - \gamma\} \ldots\ldots (2)$$

$$B = \frac{4\pi\rho f(1+\gamma^2)}{2\gamma^3}\{2\gamma - 2\, arc\,(tang = \gamma)\} \ldots. (3)$$

l'on aura, en nommant Q la pesanteur à la surface de l'ellipsoïde homogène:

$$Q^2 = [X+X']^2 + [Y+Y']^2 + [Z+Z']^2;$$

c'est-à-dire,

$$Q^2 = (A-n^2)^2(x^2+y^2) + B^2z^2;$$

ou bien, en éliminant x^2+y^2 à l'aide de l'équation (1)

$$Q^2 = (A-n^2)^2\,(1+\gamma^2)\,(a^2-z^2) + B^2z^2 \ldots\ldots (4)$$

En faisant successivement, $z = 0$, $z = a$ cette formule donne

$$Q' = (A-n^2)^2\, a\sqrt{(1+\gamma^2)} \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$
$$Q'' = Ba \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

où Q', Q'' sont, respectivement, la pesanteur à l'équateur et au pôle.

3.

Cela posé, il est clair, que la composante Z donne

$$\int_0^a Z\,dz = \int_0^a Bz\,dz = B\frac{a^2}{2}$$

pour expression de la force qui comprime le filet liquide, depuis le centre jusqu'à l'extrémité du demi-petit-axe de l'ellipsoïde.

Et la composante X donne

$$\int_0^{a\sqrt{(1+\gamma^2)}} X\,dx = \frac{A}{2}\,(a\sqrt{(1+\gamma^2)})^2,$$

pour la force, née de la seule attraction de l'ellipsoïde, qui comprime le filet liquide, dont la longueur est $a\sqrt{(1+\gamma^2)}$.

La force centrifuge n^2x produit sur le même filet une pression en sens contraire, dont la mesure est

$$\int_0^{a\sqrt{(1+\gamma^2)}} n^2x\,dx = \frac{n^2}{2}\,(a\sqrt{(1+\gamma^2)})^2.$$

Les deux pressions

$$\frac{(A-n^2)}{2}\,(a\sqrt{(1+\gamma^2)})^2, \quad \frac{Ba^2}{2}$$

devant être égales pour l'équilibre de la masse fluide, l'on a l'équation

$$\left(\frac{A-n^2}{2}\right)\frac{a^2}{2}\,(1+\gamma^2) = B\frac{a^2}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

qui, en vertu des équations (5) et (6) revient à dire que l'on a

$$Q'\sqrt{(1+\gamma^2)} = Q'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

En multipliant par a les deux membres de cette équation, on obtient celle que *Laplace* énonce à la page 3 du 5 Vol. de la Mécanique Céleste en disant „que, dans l'état d'équilibre, le produit de la gravité au pôle par l'axe du pôle, est égal au produit de la pesanteur à l'équateur par l'axe de l'équateur.“ Il importe de remarquer, que cette Proposition peut être démontrée sans avoir les deux coefficiens A et B en fonction de γ. Au reste, dans ce cas particulier, il est évident, que l'équation (7) de *Newton*, quoique déduite de la seule considération de l'égalité des poids des colonnes fluides centrales, coïncide exactement avec celle fournie par le principe général de *Clairaut*, par lequel les deux équations différentielles

$$x\,dx + y\,dy + (1+\gamma^2)\,z\,dz = 0$$
$$(A-n^2)\,(x\,dx + y\,dy) + Bz\,dz = 0,$$

doivent avoir lieu en même tems pour l'équilibre de la masse fluide; ce qui donne par l'élimination du binome $xdx + ydy$ la condition exprimée par l'équation (7).

Avant d'aller plus loin je ferai observer, que l'équation (4) peut être écrite ainsi; savoir

$$Q^2 = Q'^2\left(1 - \frac{z^2}{a^2}\right) + Q''^2.\frac{z^2}{a^2};$$

donc, en faisant

$$z = r\cos\theta; \quad \sqrt{(x^2+y^2)} = r\sin\theta,$$

l'équation (1) deviendra

$$r = \frac{a\sqrt{(1+\gamma^2)}}{\sqrt{(1+\gamma^2\cos^2\theta)}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

et la valeur précédente de Q^2 donnera

$$\left.\begin{aligned} Q &= Q' \sqrt{\left(1 + \frac{\gamma^2(1+\gamma^2)\cos^2\theta}{1+\gamma^2\cos^2\theta}\right)} \\ Q &= \frac{Q''}{\sqrt{(1+\gamma^2)}} \sqrt{\left(1 + \frac{\gamma^2(1+\gamma^2)\cos^2\theta}{1+\gamma^2\cos^2\theta}\right)} \end{aligned}\right\} \ldots (10)$$

En négligeant, sous le radical, le terme qui en développant serait multiplié par γ^4 cette formule, en vertu de la valeur précédente de r donne

$$Q = Q'\sqrt{(1+\gamma^2\cos^2\theta)} = \frac{Q'a\sqrt{(1+\gamma^2)}}{r} = \frac{Q''a}{r} \ldots (11)$$

Ainsi, sans avoir la valeur de A explicitement, on peut démontrer que, à ce degré d'approximation, la pesanteur Q est réciproque au rayon vecteur r de l'ellipsoïde; ce qui donne l'explication du raisonnement, que *Newton* a fait pour établir cette Propriété de la pesanteur dans la Proposition XX du troisième Livre des Principes.

Mais si l'on demandait une expression finie et exacte de Q, sous une forme géométrique, on l'obtiendrait, en observant que la longueur de la normale à l'ellipsoïde, depuis la surface jusqu'au point où elle rencontre le plan des xy, étant nommée L, l'on a

$$L = Z\sqrt{\left(1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2\right)};$$

et comme l'équation (1), donne

$$\frac{dz}{dx} = \frac{-x}{z(1+\gamma^2)}; \qquad \frac{dz}{dy} = \frac{-y}{z(1+\gamma^2)}$$

il est facile de voir, que

$$L = \sqrt{\left(\frac{1+z^2\gamma^2}{1+\gamma^2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{a^2+\gamma^2 . r^2\cos^2\theta}{1+\gamma^2}\right)};$$

ou bien, en substituant pour r sa valeur fournie par l'équation (9);

$$L = \frac{a}{\sqrt{(1+\gamma^2)}}\sqrt{\left(1 + \frac{\gamma^2(1+\gamma^2)\cos^2\theta}{1+\gamma^2\cos^2\theta}\right)}$$

Ainsi, la seconde des équations (10) revient à dire, que

$$Q = BL.$$

Et, en vertu de cette équation, que *Maclaurin* a trouvée le premier, on dira, que, la pesanteur à la surface de l'ellipsoïde de révolution homogène, est proportionnelle à la longueur de la normale, depuis la surface jusqu'au plan de l'équateur. Cet énoncé devient obscur, lorsque $z = 0$; mais l'expression analytique rétablit la clarté en faisant voir, qu'alors

$$L = \frac{a}{\sqrt{(1+\gamma^2)}}.$$

4.

Les équations (8) et (11) pouvaient donc être trouvées sans connaître les valeurs de A et B. Mais, il est absolument nécessaire d'avoir ces valeurs pour tirer de l'équation (7) la valeur de γ en fonction de la force centrifuge n^2. Pour nous, qui les avons par les formules (2) et (3), l'équation (7) revient à dire que l'on a

$$(1+\gamma^2)\,arc(tang=\gamma) - \gamma - 2s\gamma^3 = 2\gamma - 2\,arc(tg=\gamma) \;. (12)$$

en posant pour plus de simplicité, $s = \frac{n^2}{4\pi\rho f}$.

Cette équation transcendante est celle qui a été trouvée, pour la première fois, par *Maclaurin*; on ne peut la résoudre littéralement que par les séries. En supposant $\gamma < 1$, l'on fera

$$arc\,(tang=\gamma) = \gamma - \frac{\gamma^3}{3} + \frac{\gamma^5}{5} - \frac{\gamma^7}{7} + \text{etc.}$$

ce qui donne

$$-2s\gamma^3 - \gamma^5(\tfrac{1}{3}-\tfrac{1}{5}) + \gamma^7(\tfrac{1}{5}-\tfrac{1}{7}) - \text{etc.} = -\tfrac{2}{5}\gamma^5 + \tfrac{2}{7}\gamma^7 - \text{etc.};$$

d'où l'on tire

$$\tfrac{15}{2}s = \gamma^2 - 15\left\{\frac{2.\gamma^4}{5.7} - \frac{3.\gamma^6}{7.9} + \frac{4.\gamma^8}{9.11} - \frac{5.\gamma^{10}}{11.13} + \text{etc.}\right\}$$

Maintenant, si l'on fait

$$\omega\Phi = \frac{3n^2}{4\pi\rho f};$$

la quantité $\omega\Phi$ sera le rapport entre la force centrifuge à l'unité de distance, et la gravité à la surface de la sphère dont le rayon est égal à l'unité. De sorte que l'on a l'équation

$$\tfrac{5}{4}\omega\Phi = \frac{\gamma^2}{2} - 15\left\{\frac{2.2}{5.7}\left(\frac{\gamma^2}{2}\right)^2 - \frac{3.2^2}{7.9}\left(\frac{\gamma^2}{2}\right)^3 + \frac{4.2^3}{9.11}\left(\frac{\gamma^2}{2}\right)^4 - \text{etc.}\right\}$$

qui, par la formule du retour des suites, donne

$$\frac{\gamma^2}{2} = \tfrac{5}{4}\omega\Phi + \tfrac{12}{7}(\tfrac{5}{4}\omega\Phi)^2 + \tfrac{148}{49}(\tfrac{5}{4}\omega\Phi)^3 + \tfrac{21678}{11319}(\tfrac{5}{4}\omega\Phi)^4 + \text{etc.} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

En faisant $\omega\Phi = \frac{1}{289}$, l'on obtient

$$\frac{\gamma^2}{2} = \frac{1}{231,2} + \frac{12}{7}\left(\frac{1}{231,2}\right)^2 + \frac{148}{49}\left(\frac{1}{231,2}\right)^3 = \frac{1}{229,433}.$$

Pour avoir la valeur de $\varpi\Phi$ relative à une planète quelconque, il suffit de multiplier la fraction $\frac{1}{289}$ par $\left(\frac{\rho}{\rho'}\right)\left(\frac{T}{T'}\right)^2$; ρ et ρ' étant les densités moyennes de la Terre et de la planète; T et T' étant les temps de la rotation autour de leur axe, respectivement. Pour **Jupiter**, par exemple, l'on a $\frac{\rho}{\rho'} = 0{,}24$; $\frac{T}{T'} = \frac{9^h 56'}{24^h}$ et par conséquent $\varpi\Phi = 0{,}08163 = \frac{1}{11{,}8816}$. Pour ce nombre, la série (13) donne

$$\frac{\gamma^2}{2} = 0{,}1020375 + 0{,}0178484 + 0{,}0032088 + 0{,}00020804 = 0{,}12330274;$$

d'où l'on tire $\sqrt{(1+\gamma^2)} = 1{,}116515$ pour le rapport des axes de l'équateur et des pôles *)

Sur cela, il importe de remarquer, que le seul premier terme $\frac{5}{4}\varpi\Phi$ donne, pour l'aplatissement $\frac{\gamma^2}{2}$ de la Terre, la fraction $\frac{1}{231{,}2}$, tandis qu'en employant les trois premiers termes de la série (13) l'on a

$$\sqrt{(1+\gamma^2)} = 1 + \frac{\gamma^2}{2} = \frac{230{,}433}{229{,}433}$$

pour le rapport de l'axe de l'équateur à celui des pôles; rapport, qui devient $\frac{230}{229}$ en supprimant la fraction 0,433. Or il est essentiel d'observer, que *Newton* trouve $\frac{230}{229}$, et non $\frac{232}{231}$; ce qui prouve que, pour le cas particulier de $\varpi\Phi = \frac{1}{289}$, son calcul était équivalent à la somme des trois premiers termes de la série qui constitue le second membre de l'équation (13). Mais cela ne prouve nullement qu'il avait effectivement formé cette série; car on verra plus loin, que son analyse imparfaite lui donnait $\frac{\gamma^2}{2} = \frac{101}{80}\varpi\Phi$, au lieu de $\frac{\gamma^2}{2} = \frac{5}{4}\varpi\Phi$ lorsqu'on borne l'approximation au seul premier terme.

Actuellement, il s'agit de savoir, comment *Newton* a suppléé au défaut de l'équation (12); ou bien comment il a formé les valeurs de A et de B qui devaient être substituées dans l'équation

$$\frac{Q''}{Q'} = \sqrt{(1+\gamma^2)} = \frac{B}{(A-n')\sqrt{(1+\gamma^2)}}$$

qu'il déduisait des équations (5), (6) et (8) sans les écrire explicitement à notre manière.

*) Pour **Mercure**, **Venus** et **Mars** l'on a, respectivement,

$$\varpi\Phi = \frac{1}{1{,}12}\left(\frac{1440}{1445}\right)^2 \frac{1}{289} = \frac{1}{325{,}82} \qquad \frac{5}{4}\varpi\Phi = \frac{1}{260{,}76}$$

$$\varpi\Phi = \frac{1}{0{,}92}\left(\frac{1440}{1401}\right)^2 \frac{1}{289} = \frac{1}{251{,}54} \qquad \frac{5}{4}\varpi\Phi = \frac{1}{159{,}84}$$

$$\varpi\Phi = \frac{1}{0{,}95}\left(\frac{1440}{1477}\right)^2 \frac{1}{289} = \frac{1}{288{,}84} \qquad \frac{5}{4}\varpi\Phi = \frac{1}{231{,}07}$$

5.

La valeur de B était calculée par *Newton*, à l'aide de la méthode exposée au Cor. 2 de la Proposition 91 du premier Livre des Principes. De cette manière il obtenait les deux premiers termes de la série, que nous avons en développant le second membre de l'équation (3). Car nous obtenons ainsi

$$B = \frac{4\pi\rho f}{3}\left\{1 + \tfrac{2}{5}\gamma^2 - \tfrac{6}{35}\gamma^4 + \text{etc.}\right\} \ldots\ldots (14)$$

c'est-à-dire,

$$\frac{3\,Q''}{4\pi\rho f a} = 1 + \tfrac{4}{5}\frac{\gamma^2}{2} - \tfrac{24}{35}\left(\frac{\gamma^2}{2}\right)^2 + \text{etc.} \ldots (15)$$

Or, en faisant $\frac{\gamma^2}{2} = \frac{1}{100}$, et prenant seulement les deux premiers termes, l'on a précisément

$$1 + \tfrac{4}{5}\frac{\gamma^2}{2} = 1 + \tfrac{4}{500} = \tfrac{126}{125}$$

qui est le rapport entre la gravité au pôle de l'ellipsoïde et la gravité à la surface de la sphère du rayon a, que *Newton* trouve dans la Proposition XIX du troisième Livre des **Principes**. Ce même rapport est celui que *Laplace* rappelle à la page troisième du cinquième volume de la Mécanique Céleste.

Notre formule (2), et mieux encore l'équation

$$2\,A = 4\pi\rho f - B,$$

résultante de la combinaison des équations (2) et (3), donne la série

$$A = \frac{4\pi\rho f}{3}\left\{1 - \frac{\gamma^2}{5} + \tfrac{3}{35}\gamma^4 - \text{etc.}\right\} \ldots\ldots (16)$$

mais, *Newton*, qui n'avait, ni la formule (2), ni cette série, a employé une toute autre considération pour former la valeur de A. Il importe de bien saisir son artifice; car il dévoile un vice inhérent à son analyse.

6.

Considérons l'ellipsoïde de révolution autour de l'axe des z, dont l'équation de la surface est

$$\frac{x^2+y^2}{a^2} + \frac{z^2}{a^2(1+\gamma^2)} = 1. \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

Cet ellipsoïde étant alongé, et ayant $2a$ pour diamètre de son équateur, et $2a\sqrt{(1+\gamma^2)}$ pour l'axe des pôles; si l'on désigne par $X_{(1)}$, $Y_{(1)}$, $Z_{(1)}$ les trois composantes de sa force attractive sur un point quelconque de sa masse, dont les coordonnées soient $x_{(1)}$, $y_{(1)}$, $z_{(1)}$, l'on a

$$X_{(1)} = A_{(1)}\,x_{(1)}, \quad Y_{(1)} = A_{(1)}\,y_{(1)}, \quad Z_{(1)} = B_{(1)}\,z_{(1)}$$

où:

$$A_{(1)} = \frac{4\pi\rho f}{2\gamma^3}\left\{\gamma(1+\gamma^2) - \sqrt{(1+\gamma^2)}\,\mathrm{Log.}(\gamma+\sqrt{(1+\gamma^2)})\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(18)$$

$$B_{(1)} = \frac{4\pi\rho f}{\gamma^3}\left\{\sqrt{(1+\gamma^2)}\,\mathrm{Log.}(\gamma+\sqrt{(1+\gamma^2)}) - \gamma\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

Pour la démonstration de ces formules, on peut consulter la page 553 du 1. Vol. du Traité des Fonctions Elliptiques de *Legendre*. *Newton* ignorait de quelle manière on peut avoir le coefficient $A_{(1)}$; mais sa méthode exposée dans la Proposition 91 du 1. Livre, lui fournissait le moyen d'obtenir le coefficient $B_{(1)}$. Et par les séries il en avait calculé les trois premiers termes, qui s'accordent avec ceux tirés de la formule (19). En effet, cette formule, en observant que

$$\mathrm{Log.}(\gamma+\sqrt{(1+\gamma^2)}) = \int\frac{d\gamma}{\sqrt{(1+\gamma^2)}}$$

donne en développant;

$$B_{(1)} = 4\pi\rho f\left\{\frac{\sqrt{(1+\gamma^2)}}{\gamma^2}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\gamma^2}{3} + \frac{1.3}{2.4}\frac{\gamma^4}{5} - \frac{1.3.5}{2.4.6}\frac{\gamma^6}{7} + \text{etc.}\right) - \frac{1}{\gamma^2}\right\};$$

donc, en remplaçant $\sqrt{(1+\gamma^2)}$ par $1 + \frac{1}{2}\gamma^2 - \frac{\gamma^4}{8} + \frac{\gamma^6}{16} - \text{etc.}$, l'on aura

$$B_{(1)} = 4\pi\rho f\,\{(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{6}) + (\tfrac{3}{40} - \tfrac{1}{12} - \tfrac{1}{8})\gamma^2 + (\tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{48} + \tfrac{3}{80} - \tfrac{5}{112})\gamma^6 + \text{etc.}$$

c'est-à-dire,

$$B_{(1)} = \frac{4\pi\rho f}{3}\left\{1 - \tfrac{2}{5}\gamma^2 + \tfrac{8}{35}\gamma^4 - \text{etc.}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

En retenant seulement les deux premiers termes de cette série, et faisant $\frac{\gamma^2}{2} = \frac{1}{100}$, l'on aurait

$$1 - \tfrac{4}{5}\frac{\gamma^2}{2} = 1 - \tfrac{4}{500} = \tfrac{124}{125};$$

mais en conservant les trois premiers termes, l'on a

$$1 - \tfrac{4}{5}\frac{\gamma^2}{2} + \tfrac{32}{35}\left(\frac{\gamma^2}{2}\right)^2 = 1 - 0{,}008 + 0{,}000091429 = 1 - 0{,}00790857 = 1 - \frac{1}{126{,}45};$$

et en négligeant la fraction 0,45 l'on a l'équation

$$\frac{B_{(1)}\,a\sqrt{(1+\gamma^2)}}{\dfrac{4\pi\rho f\,(a\sqrt{(1+\gamma^2)})^3}{3\,(a\sqrt{(1+\gamma^2)})^2}} = \tfrac{125}{126}$$

qui donne précisement le rapport énoncé par *Newton* entre l'attraction au pôle de l'ellipsoïde alongé et l'attraction de la sphère dont le rayon est $a\sqrt{(1+\gamma^2)}$.

Ce calcul prouve, que *Newton*, avait sous ses yeux la formule (20). Et, probablement, il en a calculé aussi le troisième terme, pour voir s'il pouvait obtenir un rapport exactement inverse de celui $\frac{125}{126}$ qui lui était donné par les deux premiers termes de la formule (15).

Cela posé, soit $B'_{(1)}$ la moyenne géométrique entre $\frac{4\pi\rho f}{3}$ et $B_{(1)}$; c'est-à-dire,

$$B'_{(1)} = \sqrt{\left(\frac{4\pi\rho f}{3}B_{(1)}\right)}$$

d'après l'équation (20), il est clair, que

$$B'_{(1)} = \frac{4\pi\rho f}{3}\sqrt{(1 - \tfrac{2}{5}\gamma^2 + \tfrac{8}{35}\gamma^4)}$$

et en développant

$$B'_{(1)} = \frac{4\pi\rho f}{3}\left(1 - \frac{\gamma^2}{5} + \tfrac{33}{350}\gamma^4 + \text{etc.}\right)\ldots\ldots(21)$$

Or, en comparant cette valeur de $B'_{(1)}$ avec la valeur de A donnée par l'équation (16), on voit que $B'_{(1)} = A$, en négligeant les termes multipliés par γ^4. Donc, analytiquement parlant, l'équation $B'_{(1)} = A$, supposée vraie par *Newton*, sans restriction, dans sa Proposition XIX du 3ème Livre des Principes, n'est pas admissible. En l'admettant, comme Lui, l'on a l'équation

$$\frac{3A}{4\pi\rho f} = 1 - \tfrac{4}{5}\frac{\gamma^2}{2} + \tfrac{12}{35}\cdot\tfrac{11}{10}\left(\frac{\gamma^2}{2}\right)^2 - \text{etc.}\ \ldots\ldots(22)$$

au lieu de l'équation (16). Et pour le cas de $\frac{\gamma^2}{2} = \frac{1}{100}$ la différence est à-peu-près insensible: car l'équation (16) donne

$$\frac{3\,A}{4\,\pi\,\rho f} = 1 - 0{,}004 + 0{,}000034 = 1 - 0{,}003966 = 1 - \frac{1}{252{,}143}$$

et l'équation (22);

$$\frac{3\,A}{4\,\pi\,\rho f} = 1 - 0{,}004 + 0{,}0000374 = 1 - 0{,}0039696 = 1 - \frac{1}{251{,}915}.$$

De sorte que, en nombres entiers, l'on a

$$\frac{3\,A}{4\,\pi\,\rho f} = 1 - \frac{1}{252} = \frac{125{,}5}{126},$$

qui est précisément le rapport énoncé par *Newton* dans sa Proposition XIX.

7.

Reprenons maintenant l'équation

$$\sqrt{(1+\gamma^2)} = \frac{B}{(A-n^2)\sqrt{(1+\gamma^2)}} = \frac{B'}{(A'-\omega\Phi)\sqrt{(1+\gamma^2)}}$$

où je fais; $A' = \frac{3\,A}{4\,\pi\,\rho f}$; $B' = \frac{3\,B}{4\,\pi\,\rho f}$.

En écrivant

$$\sqrt{(1+\gamma^2)} = \frac{B'}{A'\left(1-\frac{\omega\Phi}{A'}\right)\sqrt{(1+\gamma^2)}} \quad \ldots\ldots (23)$$

et remplaçant $\sqrt{(1+\gamma^2)}$ par $\frac{Q''}{Q'}$ dans le premier membre, et par $1+\frac{1}{2}\gamma^2$ dans le second, l'on aura

$$\frac{Q''}{Q'} = \frac{B'}{A'\left(1-\frac{\omega\Phi}{A'}\right)(1+\frac{1}{2}\gamma^2)}.$$

Cette équation est celle, qui, en y faisant

$$\frac{\gamma^2}{2} = \tfrac{1}{100}; \quad B' = \tfrac{126}{125}; \quad A' = \tfrac{125{,}5}{126}$$

donne

$$\frac{Q''}{Q'}\left(1-\frac{\omega\Phi}{A'}\right) = \tfrac{126}{125}\cdot\tfrac{126}{125{,}5}\cdot\tfrac{100}{101} = 1{,}001996.$$

En remplaçant 1,001996 par $1{,}002 = \frac{501}{500}$ on obtient l'équation

$$\frac{Q''}{Q'}\left(1-\frac{\omega\Phi}{A'}\right) = \tfrac{501}{500}.$$

qui est précisément celle trouvée par *Newton* et par *Laplace* à la page 4 du 5ème Vol. de la Mécanique Céleste.

Maintenant, si l'on fait ici

$$\frac{Q''}{Q'} = 1 + \tfrac{1}{2}\gamma^2 = \tfrac{101}{100},$$

l'on aura

$$1 - \frac{\omega\Phi}{A'} = \tfrac{501}{500}\cdot\tfrac{100}{101} = \tfrac{501}{505};$$

c'est-à-dire, le rapport que *Newton* donne dans sa Proposition XIX. De cette équation on tire

$$\frac{\omega\Phi}{A'} = 1 - \tfrac{501}{505} = \tfrac{4}{505} = \tfrac{4}{5}\cdot\tfrac{1}{101} = \tfrac{400}{505}\cdot\tfrac{1}{100}.$$

Or, en remplaçant la fraction $\frac{1}{100}$ par $\frac{\gamma^2}{2}$, et faisant $A' = 1$ cette équation donne

$$\omega\Phi = \tfrac{400}{505}\cdot\frac{\gamma^2}{2} = \tfrac{80}{101}\cdot\frac{\gamma^2}{2},$$

d'où l'on tire

$$\frac{\gamma^2}{2} = \tfrac{101}{80}\,\omega\Phi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

C'est exactement l'équation trouvée par *Newton*: en y faisant $\omega\Phi = \frac{1}{289}$, elle donne

$$\frac{\gamma^2}{2} = \frac{1}{228{,}911}$$

et en nombres entiers, $\frac{\gamma^2}{2} = \frac{1}{229}$. De sorte que l'on a $\frac{230}{229}$, pour le rapport des deux axes, en prenant $\sqrt{(1+\gamma^2)} = 1+\frac{1}{2}\gamma^2$.

Mais il est essentiel d'observer, que le coefficient numérique $\frac{101}{80}$ est fautif, analytiquement parlant, puisque notre équation (13) démontre que le coefficient de la première puissance de $\omega\Phi$ doit être absolument égal à $\frac{5}{4} = \frac{100}{80}$. Cependant, c'est un fait remarquable, que les deux quantités

$$\tfrac{5}{4}\,\omega\Phi + \tfrac{12}{7}(\tfrac{5}{4}\,\omega\Phi)^2 + \tfrac{148}{49}(\tfrac{5}{4}\,\omega\Phi)^3 + \text{etc.}\ldots; \quad \tfrac{101}{80}\,\omega\Phi$$

soient sensiblement égales, lorsqu'on fait $\omega\Phi = \frac{1}{289}$.

Et pour mieux fixer les idées sur le vice inhérent à la formule (24) de *Newton*, il suffit de remarquer qu'en y faisant $\omega\Phi = 0{,}08163$, ainsi que cela a lieu pour Jupiter, elle donne $\frac{\gamma^2}{2} = 0{,}103058$, tandis que nous avons trouvé au No. 4: $\frac{\gamma^2}{2} = 0{,}1233027$.

Le rapport $\frac{1}{1{,}116515} = 0{,}895644$ entre l'axe des pôles et le diamètre équatorial, que nous trouvons par cette théorie, relativement à Jupiter, est plus petit que le rapport 0,9286992 déterminé par *Laplace*, d'après la théorie des perturbations que cette planète exerce sur ses satellites (Lisez à ce sujet la page 126 du 4ème Vol. de la Mécanique Céleste). L'aplatissement $1 - 0{,}9286992 = \frac{1}{14{,}03}$ se rapproche de celui qui est donné par Mr. le Docteur *S. H. Mädler* à la page 223 de la 4ème Edition de son Traité d'Astronomie Populaire, où il assigne la fraction 0,925367 pour le rapport entre

la ligne des pôles et le diamètre équatorial. Mr. *John F. W. Herschel*, à la page 314 de son Traité d'Astronomie (troisième Edition), donne pour ce même rapport la fraction $\frac{100}{107}$ $= 0{,}93458$.

8.

Il me paraît indispensable d'entrer dans tous ces détails, si l'on veut pénétrer avec justesse la manière avec laquelle *Newton* a procédé pour obtenir son rapport $\frac{229}{230}$ entre l'axe des pôles et le diamètre de l'équateur. *Laplace* dans sa Notice Historique, ne fait pas remarquer, que le coefficient $\frac{101}{80}$ trouvé par *Newton*, au lieu de $\frac{5}{4}$, met en évidence le vice de son analyse. Et certes, il n'y a aucune raison plausible pour soutenir, que cette altération a été faite à dessein, pour avoir, par un seul terme, le même degré d'approximation que l'on obtient par la somme des trois premiers termes de la série véritable.

9.

Les formules précédentes donnent facilement l'expression du rayon vecteur et celle de la pesanteur qu'on voit à la page 72 du 2. Vol. de la Mécanique Céleste. En effet; si nous substituons pour Q'' sa valeur aB dans la seconde de nos équations (10), l'on a

$$Q = \frac{4\pi\rho f}{3}\, a\sqrt{(1+\gamma^2)}\left\{\frac{3\gamma - 3 . arc\,(tang = \gamma)}{\gamma^3}\right\}\sqrt{\left(1+\frac{\gamma^2(1+\gamma^2)\cos^2\theta}{1+\gamma^2\cos^2\theta}\right)} \ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

Et en désignant par α le rayon de la sphère qui aurait une masse égale à celle de l'ellipsoïde, l'on a l'équation

$$\frac{4\pi\rho}{3}\, a^3 (1+\gamma^2) = \frac{4\pi\rho}{3}\, \alpha^3,$$

qui donne

$$a = \alpha\, (1+\gamma^2)^{-\frac{1}{3}}.$$

Donc, en substituant pour a cette valeur, nos équations (9) et (10) donnent

$$\left.\begin{aligned} r &= \alpha\,(1+\gamma^2)^{\frac{1}{6}}\,(1+\gamma^2\cos^2\theta)^{-\frac{1}{2}} \\ Q &= \frac{4\pi\rho f}{3}\,\alpha\,(1+\gamma^2)^{\frac{1}{6}}\left\{\frac{3\gamma - 3 . arc\,(tang = \gamma)}{\gamma^3}\right\}\sqrt{\left(1+\frac{\gamma^2(1+\gamma^2)\cos^2\theta}{1+\gamma^2\cos^2\theta}\right)} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

Or il est clair, que en développant et négligeant les termes multipliés par γ^4 l'on a

$$r = \alpha\,\left(1+\frac{\gamma^2}{2}-\frac{\gamma^2}{2}\cos^2\theta\right)$$

$$Q = \frac{4\pi\rho f}{3}\,\alpha\,\left(1-\tfrac{13}{30}\gamma^2+\frac{\gamma^2}{2}\cos^2\theta\right);$$

et en prenant pour $\frac{\gamma^2}{2}$ le seul premier terme $\frac{5}{4}\,\omega\Phi$ de sa valeur en série, nous aurons

$$\left.\begin{aligned} r &= \alpha\,\left\{1+\tfrac{5}{12}\,\omega\Phi-\tfrac{5}{4}\,\omega\Phi\cos^2\theta\right\} \\ Q &= \frac{4\pi\rho f}{3}\left\{1-\tfrac{13}{12}\,\omega\Phi+\tfrac{5}{4}\,\omega\Phi\cos^2\theta\right\} \end{aligned}\right\} \ldots (27)$$

c'est-à-dire les formules de la page précitée.

Il importe de les dinstinguer de celles que l'on a, en retenant pour $2a$ sa valeur primitive, qui est la longueur de l'axe de rotation. Car, alors l'on a:

$$\left.\begin{aligned} r &= a\,\left(1+\frac{\gamma^2}{2}\sin^2\theta\right) \\ Q &= \frac{4\pi\rho f}{3}\left(1-\frac{\gamma^2}{10}+\frac{\gamma^2}{2}\cos^2\theta\right) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (28)$$

ou bien, en faisant $\frac{\gamma^2}{2} = \frac{5}{4}\,\omega\Phi$;

$$\left.\begin{aligned} r &= a\,\left(1+\tfrac{5}{4}\,\omega\Phi\sin^2\theta\right) \\ Q &= \frac{4\pi\rho f}{3}\,a\,\left\{1-\frac{\omega\Phi}{4}+\tfrac{5}{4}\,\omega\Phi\cos^2\theta\right\} \end{aligned}\right\} \ldots (29)$$

Cette dernière valeur de r est celle que *Laplace* obtient à la page 76 du 2. Vol. de la Méc. Cél.

En faisant $\theta = 90°$, et nommant P la pesanteur à l'équateur, l'on a

$$P = \frac{4\pi\rho f}{3}\left(1-\frac{\omega\Phi}{4}\right);$$

donc, en négligeant le carré de $\omega\Phi$, on peut retenir $\frac{5}{4}\,\omega\Phi$ au lieu de $\dfrac{\frac{5}{4}\,\omega\Phi}{1-\frac{\omega\Phi}{4}}$, et alors l'on a

$$Q = P\,\left(1+\tfrac{5}{4}\,\omega\Phi\cos^2\theta\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (30)$$

c'est-à-dire, la formule que l'on voit à la page 105 du 2. Vol. et à la page 28 du 5. Vol. de la M. C.

Newton dans la Proposition XX du troisième Livre des Principes, comparait cette dernière formule, où il faisait $\frac{5}{4}\,\omega\Phi = 0{,}004325$, avec les longueurs du pendule observées à différentes latitudes; et il a reconnu, que le coefficient 0,004325 était trop petit pour mettre sa théorie d'accord avec l'expérience avec plus de précision. Comme il croyait, que le coefficient du terme variable devait être le produit de

la pesanteur à l'équateur par l'aplatissement, soit en supposant la Terre homogène, soit en la supposant hétérogène, avec une densité croissante de la surface jusqu'au centre, il a hasardé l'opinion, qu'on pouvait faire mieux accorder la formule (30) avec l'observation, en augmentant l'aplatissement $\frac{5}{4}\omega\Phi$. Mais en cela, son erreur était profonde; car *Clairaut* a démontré depuis que, dans le cas du sphéroïde elliptique hétérogène, si le rayon vecteur de la surface est exprimé par

$$r = a\,(1 + \omega h . \sin^2\theta)$$

on doit avoir

$$Q = P\,\{1 + (\tfrac{5}{2}\omega\Phi - \omega h)\cos^2\theta\} \ldots\ldots\ldots\ldots (31)$$

pour la loi de la pesanteur à sa surface supposée liquide et en équilibre. De sorte que l'aplatissement ωh doit être, au contraire, plus petit que $\frac{5}{4}\omega\Phi$, afin d'avoir, conformément à l'expérience, $\frac{5}{2}\omega\Phi - \omega h < \frac{5}{4}\omega\Phi$. Au reste, la théorie de *Newton* était absolument insuffisante pour faire découvrir la formule (31), qui, quoique fort simple, était séparée de la formule (30) par un intervalle très-difficile à franchir.

10.

Si l'équilibre d'une masse liquide et homogène était possible avec l'ellipsoïde allongé exprimé par l'équation (17), on pourrait satisfaire à l'équation

$$A_{(1)} - n^2 = B_{(1)}\,(1 + \gamma^2)$$

(qui remplace alors l'équation (7)) par des valeurs réelles et positives de γ. Mais on peut démontrer que cela est impossible, en observant, que si l'on fait $\gamma = \tang\psi$, on peut remplacer les équations (2) et (3) par

$$A = \frac{4\pi\rho f . \cos\psi}{\sin^3\psi}\int_0^\psi dx \sin^2 x;$$

$$B = \frac{4\pi\rho f . \cos\psi}{\sin^3\psi}\int_0^\psi dx \tang^2 x;$$

et les équations (18) et (19) par

$$A_{(1)} = \frac{4\pi\rho f . \cos^2\psi}{\sin^3\psi}\int_0^\psi \frac{dx \sin^2 x}{\cos^3 x};$$

$$B_{(1)} = \frac{4\pi\rho f . \cos^2\psi}{\sin^3\psi}\int_0^\psi \frac{dx \sin^2 x}{\cos x};$$

de sorte que l'équation

$$3\,A_{(1)} - 3\,(1 + \gamma^2)\,B_{(1)} = 3\,n^2$$

revient à dire, que l'on doit avoir

$$\omega\Phi = \frac{3}{\sin^3\psi}\int_0^\psi \frac{dx \sin^2 x}{\cos^3 x}\,(\sin^2 x - \sin^2\psi).$$

Or cela est impossible, puisque le premier membre de cette équation est une quantité positive, et le second une quantité nécessairement négative.

11.

En revenant sur nos pas, on conçoit que la solution de ce problème, dépend principalement de la formation de l'équation (12), et de sa solution par des séries propres à donner les deux valeurs réelles et positives de γ en fonction de ε. *Newton* considérait seulement une des deux racines; celle où γ^2 est une fraction. *Laplace* a signalé le premier l'existence et l'expression de l'autre racine. Pour obtenir celle-ci, il faut observer, que l'équation (12) donne

$$\text{arc}\,(\tang = \gamma) = \frac{3\gamma + 2\varepsilon\gamma^3}{3 + \gamma^2} \ldots\ldots\ldots\ldots (32)$$

et comme

$$\text{arc}\,(\tang = \gamma) = \frac{\pi}{2} - \text{arc}\,(\tang = \frac{1}{\gamma});$$

si l'on suppose la quantité γ beaucoup plus grande que l'unité, l'on formera l'équation

$$\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{3\gamma^3} - \frac{1}{5\gamma^5} + \text{etc.} = 2\varepsilon\gamma + \frac{(3-6\varepsilon)}{\gamma} - \frac{(9-18\varepsilon)}{\gamma^3} + \frac{(27-54\varepsilon)}{\gamma^5} - \text{etc.}$$

d'où l'on tire, en posant $x = \frac{1}{\gamma}$:

$$\frac{4\varepsilon}{\pi} = x - \frac{4\,(2-3\varepsilon)}{\pi}x^2 + 0.x^3 + \left(\frac{56}{3\pi} - \frac{36\varepsilon}{\pi}\right)x^4 + 0.x^5 + \text{etc.}$$

En résolvant cette équation par la formule du retour des suites l'on a

$$x = \frac{4\varepsilon}{\pi} + \frac{4\,(2-3\varepsilon)}{\pi}\left(\frac{4\varepsilon}{\pi}\right)^2 + \frac{32\,(2-3\varepsilon)^2}{\pi^2}\left(\frac{4\varepsilon}{\pi}\right)^3 + \text{etc.}$$

ou bien

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{4\varepsilon}{\pi}\,\{1 + G'\left(\frac{4\varepsilon}{\pi}\right) + G''\left(\frac{4\varepsilon}{\pi}\right)^2 + \text{etc.}\}$$

Et de cette équation l'on tire

$$\gamma = \frac{\pi}{4\,\varepsilon} - G' + (G'^2 - G'')\left(\frac{4\,\varepsilon}{\pi}\right) + \text{etc.}$$

et par conséquent

$$\gamma = \frac{3\,\pi}{4\,\varpi\Phi} - \frac{8}{\pi} - \frac{4}{3\,\pi}\left(\frac{64}{\pi^2} - 3\right)\varpi\Phi + \text{etc.} \ldots (33)$$

Ainsi la valeur de $\varpi\Phi$ demeurant égale à $\frac{1}{289}$, on pourra donner à la même masse

$$M = \frac{4\,\pi\,\rho}{3}\,a^3(1+\gamma^2)$$

la figure d'un ellipsoïde très-aplati, qui, quoique liquide, demeurera en équilibre sous l'action de la force attractive et de la force centrifuge née de la rotation.

En faisant $\varpi\Phi = \frac{1}{289}$, la formule (33) donne

$$\gamma = 680{,}940 - 2{,}546 - 0{,}00512 = 678{,}389;$$

partant l'on a

$$\sqrt{(1+\gamma^2)} = \gamma + \frac{1}{2\,\gamma} - \frac{1}{8\,\gamma^3} = 678{,}390.$$

Au reste il ne faut pas passer sous silence, que les séries (13) et (33) peuvent devenir divergentes, et n'être alors que le développement de quantités imaginaires. Car il est évident que l'équation (32) est impossible si $2\,\varepsilon = 1$, et on démontre qu'elle ne peut avoir aucune racine réelle, si la quantité $2\,\varepsilon$ surpasse la fraction 0,2246 et $\varpi\Phi$ la fraction 0,3369.

12

En supposant la Terre homogène et liquide, la somme actuelle $Sd M.d\omega$ des produits de toutes ses molécules dM par les aires $d\omega$, décrites autour de son axe de rotation, est facile à former. Car en posant $u = \sqrt{(x^2+y^2)}$, l'on a $dM = \rho dz\,u\,du\,d\psi$; $d\omega = \frac{u^2}{2}\,n dt$; et par conséquent

$$S.dM.d\omega = \rho\,\frac{2\,n dt}{2}\iiint dz\,u^3\,du\,d\psi$$

$$= \rho\,n\,dt.2\,\pi\iint dz\,u^3\,du$$

$$= \frac{\rho\,n\,dt.\pi}{2}\int dz\,u^4$$

et comme l'équation (1) donne $u^2 = (1+\gamma^2)(a^2-z^2)$, il est clair, que l'on a

$$S.dM.d\omega = \frac{\pi\,\rho\,n dt}{2}\,(1+\gamma^2)^2\int_0^a dz\,(a^2-z^2)^2;$$

d'où l'on tire

$$S.dM.d\omega = \frac{4\,\pi\,n\,\rho}{15}\,(1+\gamma^2)^2.a^5\,dt.$$

Maintenant, si l'on suppose, que cette masse soit agitée, et ensuite abandonnée à l'attraction mutuelle et à la tenacité de ses molécules, il arrivera qu'elle reprendra un nouvel état d'équilibre après un grand nombre d'oscillations. Dans cet état, la masse et la somme $S.dM.d\omega$ n'aurait subi aucune altération, en vertu des proprietés inhérentes au plan invariable considéré par *Laplace*: donc l'on aura les deux équations

$$\frac{n.4\,\pi\rho}{15}\,a^5\,(1+\gamma^2)^2 dt = \frac{n'.4\,\pi\rho'}{15}\,a'^5(1+\gamma'^2)^2 dt;$$

$$\frac{4\,\pi\rho}{3}\,a^3\,(1+\gamma^2) = \frac{4\,\pi\rho'}{3}\,a'^3\,(1+\gamma'^2);$$

où ρ', n', a', γ' sont les quantités qui succèdent à ρ, n, a, γ. Il suit de là, que, en posant

$$\varpi\Phi = \frac{3\,n^2}{4\,\pi\rho f}\,; \qquad \varpi\Phi' = \frac{3\,n'^2}{4\,\pi\rho' f}\,,$$

l'on aura entre les forces centrifuges $\varpi\Phi$, $\varpi\Phi'$ l'équation:

$$\varpi\Phi' = \varpi\Phi\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1+\gamma^2}{1+\gamma'^2}\right)^{\frac{2}{3}} \ldots\ldots\ldots\ldots (34)$$

Dans l'état actuel de notre planète, l'on aurait pour toujours $\rho' = \rho$, $\gamma' = \gamma$; mais le mouvement du système solaire dans l'espace absolu, pourrait amener des changements imprévus, capables de rendre nécessaire la considération de cette équation.

13.

Conformément à ce que j'ai avancé dans le préambule de ce Mémoire je vais démontrer, par une analyse analogue, que l'ellipsoïde homogène à trois axes inégaux, est susceptible de conserver l'équilibre dans l'état de fluidité, et de rotation uniforme autour du plus petit des ses trois axes. En effet, soit

$$\frac{z^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1+\gamma^2)} + \frac{x^2}{a^2(1+\gamma'^2)} = 1 \ldots\ldots\ldots (35)$$

l'équation de la surface de l'ellipsoïde; et

$$X = Ax; \qquad Y = A'y; \qquad Z = Bz$$

les trois composantes de la force née de son attraction sur un point quelconque de sa masse. On sait que les trois coefficients A, A', B sont tels, que en posant:

$$\tang\psi' = \gamma; \quad \gamma' = \gamma\cos\theta'; \quad \Delta^2 = 1 - \sin^2\theta'.\sin^2\psi;$$

l'on a

$$\left.\begin{aligned}
B &= \frac{4\pi\rho f \sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}}{\gamma^3} \int_0^{\psi'} \frac{d\psi . tang^2\psi}{\Delta} \\
A' &= \frac{4\pi\rho f \sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}}{\gamma^3} \int_0^{\psi'} \frac{d\psi . sin^2\psi}{\Delta} \\
A &= \frac{4\pi\rho f \sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}}{\gamma^3} \int_0^{\psi'} \frac{d\psi . sin^2\psi}{\Delta} = 4\pi\rho f - A' - B
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (36)$$

Nous aurons

$$\int_0^a Z\, dz = B\,\frac{a^2}{2};$$

$$\int_0^{a\sqrt{(1+\gamma^2)}} (Y - n^2 y)\,dy = \frac{(A'-n^2)}{2}\,(a\sqrt{(1+\gamma^2)})^2;$$

$$\int_0^{a\sqrt{(1+\gamma^2)}} (X - n^2 x)\,dx = \frac{(A-n^2)}{2}\,(a\sqrt{(1+\gamma^2)})^2.$$

Et comme pour l'équilibre de la masse fluide on doit avoir les équations

$$\left.\begin{aligned}
\frac{(A'-n^2)}{2}\,(a\sqrt{(1+\gamma^2)})^2 &= \frac{Ba^2}{2} \\
\frac{(A-n^2)}{2}\,(a\sqrt{(1+\gamma^2)})^2 &= \frac{Ba^2}{2}
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (37)$$

il est clair que, par l'élimination de n^2, on tire de là

$$A' - A = \left(\frac{1}{1+\gamma^2} - \frac{1}{1+\gamma'^2}\right) B \ldots\ldots (38)$$

Donc, par la combinaison de cette équation avec la valeur de $A'+A$ donnée par la troisième des équations (36) l'on aura

$$2A' = 4\pi\rho f - \left\{1 - \frac{1}{1+\gamma^2} + \frac{1}{1+\gamma'^2}\right\} B \ldots (39)$$

Cette valeur de $2A'$ étant substituée dans l'équation

$$2A - 2n^2 = \frac{2B}{1+\gamma^2};$$

il viendra

$$2n^2 = 4\pi\rho f - \left\{1 + \frac{1}{1+\gamma^2} + \frac{1}{1+\gamma'^2}\right\} B \ldots (40)$$

Maintenant, si l'on fait

$$\int_0^{\psi'} d\psi . \Delta = E; \qquad \int_0^{\psi'} \frac{d\psi}{\Delta} = F;$$

on verra d'abord, que l'expression précédente de B donne

$$B = 4\pi\rho f\,\frac{(1+\gamma'^2)}{\gamma'^2} - \frac{4\pi\rho f}{\gamma\gamma'^2}\sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}\,E \ldots\ldots (41)$$

Donc, au lieu de l'équation (40) on peut écrire celle-ci;

$$\frac{2n^2}{4\pi\rho f} = -\frac{2}{\gamma'^2} - \frac{(1+\gamma'^2)}{\gamma'^2(1+\gamma^2)} + \left\{1 + \frac{1}{1+\gamma^2} + \frac{1}{1+\gamma'^2}\right\} \frac{\sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}}{\gamma\gamma'^2} E \ldots\ldots (42)$$

Il est facile de voir que les trois équations (36) fournissent la suivante

$$(1+\gamma'^2) - \frac{\gamma'^2 B}{4\pi\rho f} + \frac{A'(\gamma^2-\gamma'^2)}{4\pi\rho f} = \frac{\sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}}{\gamma} F \ldots\ldots (43)$$

Donc, en éliminant A' et B à l'aide des équations (39) et (41) l'on trouvera

$$F = -\frac{\gamma(1+2\gamma^2-\gamma'^2)(\gamma^2-\gamma'^2)}{2\gamma'^2(1+\gamma^2)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(1+\gamma'^2)}} + \left\{\frac{\gamma^2+\gamma'^2}{2\gamma'^2} + \frac{(\gamma^2-\gamma'^2)^2}{2\gamma'^2(1+\gamma^2)(1+\gamma'^2)}\right\} E \ldots\ldots (44)$$

Cette équation entre γ et γ' devient identique si l'on fait $\gamma = \gamma'$. Mais en supposant $\gamma > 1$, et $\gamma\gamma' > 1$ on pourra toujours y satisfaire par des valeurs réelles de γ et γ'. Pour démontrer cette proposition, il faut faire $tang\,\psi = \gamma x$. Alors les limites de la nouvelle variable x correspondantes à $\psi = 0$ et $\psi = \psi'$, seront $x = 0$, $x = 1$; et l'on aura

$$\left.\begin{aligned}
B &= 4\pi\rho f\,\sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}\int_0^1 \frac{x^2dx}{V}\\
A' &= 4\pi\rho f\,\sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}\int_0^1 \frac{x^2dx}{(1+\gamma^2x^2)V}\\
A &= 4\pi\rho f\,\sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}\int_0^1 \frac{x^2\,dx}{(1+\gamma'^2x^2)V}\\
F &= \gamma\int_0^1 \frac{dx}{V}\\
E &= \gamma\int_0^1 \frac{dx(1+\gamma'^2x^2)}{V^3}.
\end{aligned}\right\} \quad (45)$$

après avoir fait pour plus de simplicité

$$V = \sqrt{((1+\gamma^2x^2)\,(1+\gamma'^2x^2))}.$$

A l'aide de ces expressions on trouvera que l'équation (38) (équivalente à l'équation (44)) donne

$$\int_0^1 \frac{dx.x^2\,(1-x^2)\,(1-\gamma^2\gamma'^2\,x^2)}{V^3} = 0 \;\ldots\ldots\ldots (46)$$

Or, il est manifeste, que tous les éléments de cette intégrale définie seraient **positifs**, si l'on avait $\gamma^2\gamma'^2 < 1$; et que par conséquent leur somme ne pourrait pas être égale à zéro. Mais en supposant $\gamma^2\gamma'^2 > 1$, le passage du positif au négatif aura lieu depuis $x = \frac{1}{\gamma\gamma'}$ et on pourra faire en sorte que le premier membre de l'équation (46) soit effectivement nul pour toute valeur de γ plus grande que l'unité prise à volonté. La grande inégalité entre les deux aplatissements d'un tel ellipsoïde, ne permet pas de le considérer comme un corps semblable à la Terre.

Maintenant, pour faciliter la solution numérique de l'équation (44), nous ferons.

$$\tang\psi'\cos\theta' = \tang\lambda;\quad \sin\psi'\sin\theta' = \tang\mu;\quad \tang\mu\cos\lambda = \tang\beta;$$

ce qui rendra l'équation (44) équivalente à celle-ci;

$$E = \left\{\frac{2\,(F-E)}{\tang^2\theta'} + \frac{\sin\psi'\cos\lambda}{\cos^2\mu}\right\}\cos^2\beta \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (47)$$

et l'équation (42) équivalente à celle-ci;

$$\omega\varphi = \frac{3}{4\tang^2\lambda}\left\{E\left(\frac{4}{\sin\psi'\cos\lambda} - \frac{2\sin\psi'}{\cos\lambda} + \frac{2\cos\lambda}{\sin\psi'}\right) - 4 - 2\left(\frac{\cos\psi'}{\cos\lambda}\right)^2\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (48)$$

D'aprés cela l'on a

$$\sqrt{(1+\gamma^2)} = \frac{1}{\cos\psi'};\qquad \sqrt{(1+\gamma'^2)} = \frac{1}{\cos\lambda}.$$

C'est avec ces formules que j'ai obtenu les résultats suivants, à l'aide de la table (IX) de *Legendre*.

θ'	ψ'	$\sqrt{(1+\gamma^2)}$	$\sqrt{(1+\gamma'^2)}$	$\omega\varphi$
10°	45°50'	1,43524	1,42405	0,20591
20	49 0	1,52425	1,47261	0,225875
30	53 0	1,66164	1,52340	0,260562
40	57 0	1,83608	1,54643	0,27235
50	61 30	2,09574	1,54976	0,280143
52°30'	62 0	2,13005	1,52015	0,27612
55 0	63 0	2,20269	1,50573	0,27543
60 0	64 0	2,28117	1,43210	0,263034
70 0	66 0	2,45860	1,26100	0,220114
80 0	69 0	2,79044	1,09756	0,1042

S'il était question d'appliquer les formules (47) et (48) à des angles du module, inférieurs à 10° ou supérieurs à 80°, il faudrait faire le calcul avec plus de précision pour mieux apprécier les différences qui se succèdent. Pour donner une idée de la marche des résultats vers ces deux extrémités, j'ajouterai que, par une première approximation, j'ai obtenu les valeurs suivantes:

θ'	ψ'	$\sqrt{(1+\gamma^2)}$	$\sqrt{(1+\gamma'^2)}$	$\omega\varphi$
3°	45° 3'	1,41545	1,41448	0,21159
5	45 10	1,41836	1,41564	0,22128
7	45 30	1,42672	1,42126	0,21545
87	79 0	5,24086	1,03561	0,21524

En faisant varier l'amplitude ψ', l'équation (47) en donnera une autre de la forme $M + N\delta\psi' = 0$, par laquelle on pourra calculer la correction $\delta\psi'$ qu'il faudra ajouter à ψ'. Car cela revient à changer ψ' en $\psi'+\delta\psi'$, et à négliger le carré de $\delta\psi'$.

Si le rapport $\frac{3n^2}{4\pi\rho f} = \omega\varphi$ était donné d'avance, il faudrait varier l'angle du module θ' de manière à pouvoir satisfaire à la fois aux deux équations (47) et (48).

La masse M de l'ellipsoïde étant donnée, il faudra déterminer l'axe de rotation $2a$, d'après l'équation

$$M = \frac{4\pi\rho a^3}{3} \sqrt{((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))} = \frac{4\pi\rho a^3}{3\cos\psi'} \sqrt{(1+\tang^2\psi'.\cos^2\theta')} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (49)$$

Cette solution a l'avantage de permettre immédiatement l'emploi des Tables des Transcendantes elliptiques. Si on voulait les formules primitives de *Jacobi*, il faudrait faire

$$\tang\psi = \frac{a \tang\psi'}{\sqrt{(a^2+u)}} \ldots\ldots\ldots\ldots (50)$$

et prendre ensuite $u=\infty$, $u=0$ pour les limites des intégrations relatives à la nouvelle variable u.

En nommant Q la pesanteur à la surface de l'ellipsoïde, l'on a

$$Q = \sqrt{((A-n^2)^2 x^2 + (A'-n^2)y^2 + Bz^2)};$$

ou bien, en vertu des équations (37);

$$Q = B\sqrt{\left(z^2 + \frac{y^2}{(1+\gamma^2)^2} + \frac{x^2}{(1+\gamma'^2)^2}\right)} \ldots (51)$$

Pour introduire dans cette expression les coordonnées polaires, on fera:

$$x = r\sin\zeta\cos\xi; \quad y = r\sin\zeta\sin\xi; \quad z = r\cos\zeta;$$

ce qui donnera

$$\left.\begin{aligned} r &= a\sqrt{\left(\frac{1+\gamma^2}{U}\right)} \\ Q &= \frac{Ba}{\sqrt{(1+\gamma'^2)}}\sqrt{\left(1+(1+\gamma^2)\frac{U'}{U}\right)} \end{aligned}\right\} \ldots (52)$$

en posant pour plus de simplicité

$$U = 1+\gamma^2\cos^2\zeta + \frac{(\gamma^2-\gamma'^2)}{1+\gamma'^2}\sin^2\zeta\cos^2\xi:$$

$$U' = \gamma'^2\cos^2\zeta - \frac{(\gamma^2-\gamma'^2)}{(1+\gamma^2)^2}\sin^2\zeta\sin^2\xi.$$

En faisant successivement $\zeta=0$, $\zeta=90°$; $\xi=0$, $\zeta=90°$, $\xi=90°$, l'on a

$$Q^0 = Ba; \qquad Q' = \frac{Ba}{\sqrt{(1+\gamma^2)}}; \qquad Q'' = \frac{Ba}{\sqrt{(1+\gamma'^2)}}$$

pour les pesanteurs, au pôle; au sommet de l'équateur dirigé suivant l'axe des x; et au sommet de l'équateur dirigé suivant l'axe des y.

Les équations (37), qui sont la base de la solution de ce problème, obtenues par l'équilibre des colonnes fluides centrales, s'accordent avec celles que l'on aurait plus directement par le principe de *Clairaut*, qui consiste à établir l'identité entre les deux équations différentielles

$$\frac{z\,dz}{a} + \frac{y\,dy}{a^2(1+\gamma^2)} + \frac{x\,dx}{a^2(1+\gamma'^2)} = 0$$

$$Zdz + (A'-n^2)\,ydy + (A-n^2)\,xdx = 0.$$

14.

Il y a une autre manière de parvenir aux équations (37), fondée sur le principe que, toute masse fluide donnée d'un mouvement de rotation autour de l'axe des z, sera en équilibre, si l'on a l'équation

$$\int\frac{dm}{u} + \frac{n^2}{2}(x^2+y^2) = \text{constante} \ldots (53)$$

où l'intégrale $\int\frac{dm}{u}$ est la somme de tous les éléments dm de la masse fluide, divisés respectivement par leur distance u au point attiré; x, y, z étant les coordonnées de ce dernier point. Or, en posant $V = \int\frac{dm}{u}$, on sait que, relativement à l'ellipsoïde homogène, l'on a

$$V = H - \frac{A}{2}x^2 - \frac{A'}{2}y^2 - \frac{B}{2}z^2 \ldots\ldots (54)$$

où H est une quantité constante, fonction des axes de l'ellipsoïde: c'est la valeur particulière de V qui se rapporte à son centre. Il est facile de la déterminer en observant, que si l'on fait

$$dm = \rho f\, u^2 du \sin\zeta\, d\zeta\, d\xi,$$

l'on a

$$H = \rho f \iiint u du \sin\zeta\, d\zeta . d\xi = \frac{\rho f}{2}\iint r^2 \sin\zeta\, d\zeta . d\xi;$$

r étant la distance du centre de l'ellipsoïde à un point quelconque de sa surface: sa valeur est déterminée par l'équation

$$\frac{(r\cos\zeta)^2}{a^2} + \frac{(r\sin\zeta.\sin\xi)^2}{a^2(1+\gamma^2)} + \frac{(r\sin\zeta.\cos\xi)^2}{a^2(1+\gamma'^2)} = 1.$$

Donc, en faisant pour plus de simplicité

$$M' = \cos^2\zeta + \frac{\sin^2\zeta}{2}\left(\frac{1}{1+\gamma^2} + \frac{1}{1+\gamma'^2}\right)$$

$$N' = \frac{\sin^2\zeta}{2}\left(\frac{1}{1+\gamma'^2} - \frac{1}{1+\gamma^2}\right);$$

et étendant l'integration à la masse totale de l'ellipsoïde, l'on aura

$$H = \rho f a^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\zeta \sin\zeta \int_0^{\pi} \frac{2\,d\xi}{M'+N'\cos 2\xi};$$

d'où l'on tire, en exécutant l'intégration par rapport à ξ:

$$H = 2\pi\rho f a^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\zeta\sin\zeta}{\sqrt{(M'^2-N'^2)}}.$$

Mais nous avons

$$M'+N'=\frac{1}{1+\gamma'^2}(1+\gamma'^2\cos^2\zeta);$$

$$M'-N'=\frac{1}{1+\gamma^2}(1+\gamma^2\cos^2\zeta):$$

donc, en faisant $\cos\zeta=\frac{\tan g\,\psi}{\gamma}$, il viendra

$$H=\frac{2\pi\rho f.a^2}{\gamma}\surd((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))\int_0^{\psi}\frac{d\psi}{\Delta}\ldots\ldots(55)$$

En vertu des équations (53), (54), l'équilibre de la masse fluide aura lieu, si l'on a

$$(n^2-A)x^2+(n^2-A')y^2-Bz^2=\text{constante},$$

ou bien

$$z^2+\frac{(A'-n^2)}{B}y^2+\frac{(A-n^2)}{B}x^2=\text{constante}.$$

Cette équation, qui appartient à toute surface de niveau décrite dans la masse de l'ellipsoïde, doit s'accorder avec l'équation

$$z^2+\frac{y^2}{1+\gamma^2}+\frac{x^2}{1+\gamma'^2}=\mu.a^2;$$

μ étant un coefficient quelconque compris entre zéro et l'unité. Or il est clair que, pour cela, on doit avoir

$$A'-n^2=\frac{B}{1+\gamma^2};\qquad A-n^2=\frac{B}{1+\gamma'^2};$$

c'est-à-dire, les équations (37).

15.

Je saisis maintenant l'occasion qui se présente ici pour faire une remarque importante sur la valeur de V, complétement déterminée par les équations (54) et (55). On parvient à cette valeur, exprimée par les transcendantes elliptiques de première et de seconde espèce, puisque l'on a

$$\left.\begin{aligned}
H&=\frac{2\pi\rho f.a^2}{\gamma}\surd((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))\int_0^{\psi}\frac{d\psi}{\Delta};\\
A&=-\frac{4\pi\rho f}{\gamma'^2}+\frac{4\pi\rho f\surd((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}{\gamma\gamma'^2(\gamma^2-\gamma'^2)}\left\{\gamma^2\int_0^{\psi}d\psi\Delta-\gamma'^2\int_0^{\psi}\frac{d\psi}{\Delta}\right\}\\
A'&=-\frac{4\pi\rho f\surd((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))}{\gamma(\gamma^2-\gamma'^2)}\left\{\int_0^{\psi}\frac{d\psi}{\Delta}-\int_0^{\psi}d\psi\Delta\right\};\\
B&=\frac{4\pi\rho f(1+\gamma'^2)}{\gamma'^2}-\frac{4\pi\rho f}{\gamma\gamma'^2}\surd((1+\gamma^2)(1+\gamma'^2))\int_0^{\psi}d\psi\Delta;
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(56)$$

en exécutant les intégrations, comme si le point attiré, dont les coordonnées sont x, y, z était placé dans l'intérieur de la masse de l'ellipsoïde, et en excluant en quelque sorte le cas particulier où le point attiré serait situé sur sa surface extérieure. Il est vrai, que les intégrations seraient moins faciles, si l'on voulait considérer immédiatement ce dernier cas. Mais on peut croire qu'il est inutile de surmonter une telle difficulté, en observant, que la formule (54) étant vraie quelle que soit la profondeur du point attiré, doit demeurer vraie à la limite; c'est-à-dire, lorsque le point attiré est sur la surface même. Pour mettre cette conséquence à l'abri de toute objection, j'observe que, en faisant $x=0$, $y=0$, $z=a$, la formule (54) donne $H'=H-B\frac{a^2}{2}$, en désignant par H' cette valeur particulière de V, relative au point attiré placé sur la surface de l'ellipsoïde au sommet de l'axe de rotation. Or il n'est pas difficile de démontrer, que cette valeur de H' coïncide avec celle que l'on aurait par un calcul direct. En effet, soit

$$\frac{(a-z)^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2(1+\gamma^2)}+\frac{x^2}{a^2(1+\gamma'^2)}=1$$

l'équation de la surface de l'ellipsoïde; l'origine des coordonnées étant au sommet de l'axe $2a$. En faisant dans cette équation

$$z=r\cos\zeta;\quad y=r\sin\zeta\sin\xi;\quad x=r\sin\zeta\cos\xi$$

l'on en tirera

$$r=\frac{2a\cos\zeta}{M'+N'\cos 2\xi}.$$

Donc, en substituant cette valeur dans la formule

$$H'=\frac{\rho f}{2}\iint r^2\sin\zeta\,d\zeta\,d\xi,$$

il viendra, en étendant l'intégration à l'ellipsoïde entier:

$$H'=2\pi\rho f a^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\zeta\sin\zeta\cos^2\zeta\int_0^{\pi}\frac{2\,d\xi}{(M'+N'\cos 2\xi)^2};$$

d'où l'on tire, en exécutant l'intégration par rapport à ξ;

$$H' = 2\pi\rho f.a^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\zeta \sin\zeta \cos^2\zeta \{(M'+N')+(M'-N')\}.}{(M'+N')^{\frac{3}{2}}(M'-N')^{\frac{3}{2}}}$$

Cela posé, si l'on fait $\cos\zeta = \frac{\tang\psi}{\gamma}$, on trouvera sans difficulté;

$$H' = \frac{(1+\gamma^2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{(1+\gamma'^2)}}{\gamma^3}\, 2\pi\rho f a^2 \int_0^{\psi'} \frac{d\psi \sin^2\psi}{\Delta}$$

$$+ \frac{(1+\gamma'^2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{(1+\gamma^2)}}{\gamma^3}\, 2\pi\rho f a^2 \int_0^{\psi'} \frac{d\psi \sin^2\psi}{\Delta^3};$$

c'est-à-dire, $H' = H - \frac{Ba^2}{2}$, après avoir remplacé ces deux intégrales par leurs valeurs en fonction des transcendantes elliptiques. On pourrait vérifier d'une manière analogue, que la valeur $V = H - \frac{A'}{2}\, a^2\, (H\gamma^2)$ déduite de l'équation (54), en y faisant $z = 0$, $x = 0$, $y = a\sqrt{(1+\gamma^2)}$ est précisement celle qui serait trouvée par un calcul direct.

Ayant ainsi démontré, que l'équation (54) subsiste à la fois pour les points intérieurs, et pour ceux placés à la surface de l'ellipsoïde, il faudra accorder que l'équation

$$\left(\frac{d^2V}{dx^2}\right)+\left(\frac{d^2V}{dy^2}\right)+\left(\frac{d^2V}{dz^2}\right) = -A-A'-B = -4\pi\rho f \quad (57)$$

a lieu aussi pour les points intérieurs de l'ellipsoïde, et pour les points placés à sa surface. Donc, pour le cas particulier de l'ellipsoïde homogène, il est impossible d'avoir à sa surface, l'équation

$$\left(\frac{d^2V}{dx^2}\right)+\left(\frac{d^2V}{dy^2}\right)+\left(\frac{d^2V}{dz^2}\right) = -2\pi\rho f \quad \ldots\ldots(58)$$

que *Poisson*, en 1826, a affirmé devoir subsister en général, dans son Mémoire Sur la Théorie du Magnétisme en mouvement, publié dans le Tome VI. de l'Académie des Sciences de Paris. (Voyez le No. 7 de ce Mémoire). Il y a longtemps, que j'avais conçu des doutes sur la vérité de ce théorème de *Poisson;* mais il fallait les appuyer par un exemple, et celui que je viens d'exposer me semble établir d'une manière incontestable, que l'équation (58) de *Poisson* est inadmissible avec la généralité qu'il lui a attribuée.

Enfin je ferai remarquer, qu'en faisant $\gamma = 0$, $\gamma' = 0$, les formules (36) et (55) donneront

$$V = 2\pi\rho f.a^2 - \frac{2\pi\rho f}{3}(x^2+y^2+z^2) \ldots\ldots(59)$$

c'est-à-dire, la valeur de V relative à une sphère homogène du rayon a, et à un point quelconque de sa masse, dont les coordonnées sont x, y, z.

Turin, le 21 Novembre 1852.

J. Plana.

Elemente und Ephemeride der Thalia.

Die folgenden Elemente sind aus der 1. Liverpooler Beob. vom 16ten Dec., aus der Berliner vom 29sten Decbr. und der Hamburger vom 11ten Januar abgeleitet.

Epoche 1852 Dec. 29,37907 mittl. Greenw. Zeit.

M	=	324°30′ 35″0	
☊	=	67 52 42,0	mittl. Aequin. 1853,0
i	=	10 19 27,0	
π—☊	=	54 44 27,7	
φ	=	12 31 26,1	
lg. a	=	0,212976	
lg. μ	=	2,930543	

Ein kleiner Irrthum, der bei der Berechnung der zu Grunde gelegten Längen und Breiten vorgefallen, lässt für die aus den Elementen abgeleiteten AR. und Decl. noch die Unterschiede (= R.—B.) übrig:

+0′13	+0′16	—0 03
—7″5	—3″1	—3″0

Für die beiden Beob.: Berlin, den 22. Decbr. und Hamburg, den 4. Januar werden diese Unterschiede

—1′09 +7″8 und +0′15 —4″3.

Bei dieser vorläufigen Vergleichung, sowie bei Berechnung der Elemente, ist auf Parallaxe keine Rücksicht genommen.

Die Ephemeride ist nach den Formeln

$$x = [0{,}399484]\sin(u + 212°55'\ 2''8) + 0{,}295652$$
$$y = [0{,}359202]\sin(u + 126\ 32\ 37{,}6) - 0{,}398372$$
$$z = [0{,}096255]\sin(u + 104\ 11\ 13{,}9) - 0{,}262396$$

wo u die excentrische Anomalie ist, für 0^h mittl. Greenw. Zeit berechnet. Die Oerter beziehen sich auf das mittl. Aequinox 1853,0.

	α	δ	lg. Δ
Febr. 24	3ʰ46ᵐ44ˢ	+23°51′3	0,29017
25	48 13	+23 58,4	
26	49 44	+24 5,5	
27	51 16	12,6	
28	52 49	19,6	0,29905
März 1	54 23	26,6	
2	55 59	33,6	
3	57 35	40,5	
4	3 59 13	47,4	0,30769
5	4 0 52	+24 54,3	
6	2 32	+25 1,1	
7	4 13	7,9	
8	5 56	14,6	0,31608
9	7 39	21,3	
10	9 23	27,9	
11	11 9	34,5	
12	12 55	41,0	0,32422
13	14 43	47,5	
14	16 32	+25 53,9	
15	4 18 21	+26 0,3	

	α	δ	log. Δ
März 16	4ʰ20ᵐ12ˢ	+26° 6′6	0,33210
17	22 3	12,8	
18	23 56	18,9	
19	25 49	25,0	
20	27 43	31,0	0,33973
21	29 39	37,0	
22	31 35	42,8	
23	33 32	48,6	
24	35 30	54,3	0,34711
25	37 29	+26 59,9	
26	39 28	+27 5,4	
27	41 29	10,9	
28	43 30	16,2	0,35425
29	45 32	21,5	
30	47 35	26,6	
31	49 39	31,7	
April 1	4 51 43	+27 36,7	0,36115

Wien 1853, Febr. 19. *W. Oeltzen.*

Nachrichten über die Sternwarte des Collegio Romano in Rom, von Herrn Prof. *A. Secchi.*

Rom 1853. Januar 8.

Après un silence de plusieurs mois, j'ai le plaisir de vous donner de bonnes nouvelles de notre observatoire. Je vous disais dans une des mes dernières lettres, que nous aurions un grand réfracteur: en cela notre espérance a été dépassée, car nous en aurons un de 9 pouces d'ouverture et de 14 pieds de longueur focale, et comme la place actuelle de l'observatoire n'est pas capable de recevoir un instrument de cette dimension, on transportera tout l'observatoire dans une autre place.

Nous aurions bien désiré pour cela, choisir un lieu éloigné de la ville, et bâtir sur une colline comme on fait aujourd'hui, mais plusieurs raisons ont empêché cela. D'abord le mauvais air, qui domine dans les environs de Rome, et qui est dangereux surtout pendant la nuit, empêcherait la demeure des astronomes et toute observation pendant la saison chaude: c'est cette raison qui a empêché jusqu'ici de bâtir un observatoire dans plusieurs places, qui seraient du reste très-convenables. En second lieu, comme le directeur et les astronomes sont aussi chargés de l'instruction publique, on ne pourrait beaucoup les éloigner du lieu où ils doivent donner leurs leçons, ce qui occasionnerait une grande perte de temps.

Mais heureusement contre ces difficultés nous avons un avantage peut être unique, et nous pouvons avoir dans l'enceinte même du collège un observatoire aussi commode, et sûrement, aussi solide que s'il était bâti sur le rocher vif, sans les inconvenients de l'humidité, et beaucoup d'autres, qui accompagnent les bâtiments peu élevés. Dans cette enceinte, nous avons une église très-vaste, d'une architecture pareille à celle de saint Pierre de Rome, et qui était destinée à avoir un dôme de 65 pieds de diamètre et de 230 pieds de hauteur au dessus du pavé. Une partie du soubassement de ce dôme était bâti lorsque mourut le fondateur de l'église, le cardinal *Ludovisi*, et la fabrique resta incomplète.

La construction est élevée seulement de 120 pieds au dessus du pavé, et l'épaisseur des murailles est proportionnelle à la grandeur du dôme, qu'elles devaient soutenir. Quatre gros murs de 10 pieds d'épaisseur dans leur partie supérieure, se croisent pour former le corps du bâtiment en forme de croix, et dans le milieu, ils forment un carré qui devait soutenir le dôme; les angles du carré sont renforcés de telle sorte que nous avons quatre piliers massifs, assez épais pour qu'on puisse sur le sommet de chacun, décrire un cercle de 22 pieds de diamètre, et toute son aire est absolument sur le plein du mur. Ces gros piliers restent tous à l'intérieur du bâtiment, protégés contre les variations de la température, par les murailles extérieures de l'église, et l'intérieur de celle-ci conserve une température presque constante de l'été à l'hiver. Or, nous avons cru, que l'on ne pouvait mieux placer notre observatoire que sur ces piliers, qui présentent d'eux-mêmes toute la commodité possible dans le centre d'une ville. Pour le présent on y placera l'équatorial de Merz, et il occupera le

sommet d'un pilier; l'autre pilier sera pour le cercle méridien, le troisième pour l'équatorial de Cauchoix, qui sera destiné à des recherches physiques, et le quatrième restera vide pour le présent. Il y aura un apartement commode pour l'étude des astronomes, et avec le temps on pourra y être aussi bien que dans tout autre observatoire moderne. Aujourd'hui j'ai reçu la visite d'un savant anglais, qui se connaît beaucoup en ces sortes d'établissements, et qui du reste, était peu disposé à croire qu'on pourrait bâtir en haut un observatoire solide. Mais lorsqu'il a vu la construction du bâtiment, il m'a dit, que cette église est plus solide qui la roche Tarpéienne: bâtissez et ne craignez rien a-t-il ajouté. Du reste avec l'horizon de mercure on peut faire des observations à toute heure, car il reste dans le centre du Collége, très-loin du bruit des voitures.

Il y a longtemps que Rome manquait d'un établissement convenable; l'observatoire actuel est tout-à-fait défectueux à cause des variations continuelles des instruments, produites par les changements de température des murs, et vous verrez dans le mémoire, qui vient de paraître sur les travaux de l'année 1851, et dont j'aurai l'honneur de vous en envoyer une copie, que les variations en azimut et du niveau de l'axe sont énormes, même dans l'espace d'une demi-journée.

Sa Sainteté le pape, Pie IX, voulant encourager les études astronomiques, et ayant déjà doté l'observatoire della sapienza d'un magnifique cercle méridien d'Ertel, qui sera mis en activité à la fin de ce mois-ci, a bien voulu contribuer aussi à l'amélioration de l'observatoire du Collége Romain. Ainsi on aura à Rome deux observatoires, et pendant que nous nous occuperons des observations extra-méridiennes avec l'équatorial, on pourra s'occuper de points plus délicats au méridien, dans l'autre observatoire. Notre cercle méridien ne nous servira désormais que pour déterminer la position des étoiles auxquelles on comparera les planètes, surtout les petites.

Bemerkungen über die neueren Wahrnehmungen an den Ringen des Saturns, von Herrn Prof. *A. Secchi.*

Rom 1853. Januar 8.

Mr. *Lassell,* qui, comme vous le savez, s'est établi à Malte, m'a écrit avec une extrême complaisance, en m'envoyant un très-beau dessin de Saturne. Et en même temps, il m'a communiqué deux découvertes faites par lui sur ce corps singulier. La première est que l'ombre de la planète sur l'anneau était vers le 6 octobre, terminée par une certaine proéminence singulière, au lieu de la division entre les deux anneaux; et la seconde, que l'anneau intérieur nébuleux, découvert dernièrement, est transparent, car on y voit à travers, les bords de la planète. J'ai le plaisir de vous dire, que cette seconde particularité se voit très-bien avec le télescope de Cauchoix, et que, sans en avoir la démonstration, qu'a indiquée Mr. *Lassell,* j'avais déjà, dès l'année passée, soupçonné la transparence de cet anneau, à cause du peu de lumière qu'il réfléchit. Quoiqu'on ait déjà soupçonné qu'une cause extraordinaire ait produit en Saturne cette apparence nouvelle, je puis vous assurer que cette espèce de pénombre dans l'intérieur de l'anneau, et dans la zone demi-obscure, où celle-ci traverse la planète, existait dès l'année 1828, époque à laquelle on reçut le télescope de Cauchoix, et l'on en vit l'apparence, *sans toutefois en discuter ou relever la nature et la constitution physique.* Je suis assuré de cela par un ancien collaborateur de notre observatoire, de sorte que les apparitions, si elles ont été nouvellement remarquées, existent sûrement depuis long temps.

Quant au point proéminent dans l'ombre, au lieu de la séparation des deux anneaux, je crois que c'est une preuve de la convexité des anneaux. Pour prouver cela expérimentalement, j'ai fait construire en bois, le système des deux anneaux de Saturne tels que je les imagine, c'est-à-dire, un peu convexes, mais très-légèrement. Le diamètre du cercle extérieur est d'un pied, la largeur de l'intérieur de deux pouces et demi, et celle de l'extérieur d'un pouce; la courbure de la surface a seulement un millimètre de flèche. En exposant le système artificiel, soit à la lumière du soleil, soit à celle des lampes très-fortes, et, ayant soin de le disposer sous l'incidence des rayons solaires, comme la planète réelle, moi et plusieurs autres, en le regardant de loin avec un télescope, nous avons été frappé de la manière dont le contour de l'ombre, marqué dans le dessin de Mr. *Lassell,* se reproduit parfaitement, de sorte que je regarde la courbure des anneaux comme certaine. Je ferai remarquer qu'une très-petite courbure est plus convenable qu'une forte, pour expliquer le phénomène, comme cela doit être en effet, car les anneaux sont très-minces.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 852.

Observations of the Comet (I. 1850), made at the Royal Observatory, Cape of Good Hope, between Sept. 6 and Oct. 15, 1850. By *Thomas Maclear*, Esq.

On the 6th of October the comet resembled a nearly circular nebula of about 5′ in diameter, with a considerable degree of diffused brightness in the centre. As the object became faint the dimensions increased, still retaining the circular shape; and on the 15th of October, when it was last seen, there was no increase of opacity towards the centre, nor anything to guide the judgement in the measurements other than the general form. The sky was covered on the 16th and 17th of October; afterwards the comet could not be detected.

The observations were made by myself with the 8½-foot equatorial, armed with its spider-line position micrometer, and power 123, the lowest that belongs to the micrometer. The distances between the brightest part of the comet and the most convenient star in the field with it, were measured in polar distance, and parallel to the equator, by the micrometer-screw, employing the driving-clock; and each recorded result is in general the mean of ten partial measures. The stars were afterwards observed with the meridian instruments, but the smaller stars were not so accurately observed in right ascension as in polar distance.

With an approximate ephemeris of the apparent path of the comet, derived from the observations, the approximate positions of the comet were computed for the times of comparison with the stars, for the purpose of reducing the measured arcs of parallel to arcs of the equator, and for computing the refractions. The measured distances and resulting positions are given in the following table, wherein column 2 gives the Cape mean time of observation; columns 3 and 4 the measured arcs of parallel and polar distance; columns 5 and 6 the number of partial measures and significant number of the star, the apparent places of which for the time of observation are given in a separate table at the end; columns 7 and 8 the derived right ascensions and polar distances of the comet, free from the effect of refraction but not from parallax.

If the meridian instruments had been provided with dark-field wire illumination, this comet might have been observed at transit *sub polo*.

1850	Cape Mean Time.	Observed Diff. R. A.	Observed Diff. N. P. D.	No. of Measures.	No. of Star.	Comet's Right Ascension.	Comet's South Polar Distance.
Sept. 6	7ʰ 48ᵐ 6ˢ22	.....	−4′ 50″53	4	1	....	28° 29′ 4″68
	8 15 29,93	.....	−5 28,32	14	1	....	28 28 27,24
	9 4 3,55	−5′ 5″89	.....	10	1	12ʰ 55ᵐ 55ˢ 935	
..	9 53 1,51	−4 57,27	.....	6	1	12 55 57,157	
	10 15 56,25	.....	−8 5,25	6	1	....	28 25 50,15
7	7 19 39,80	.....	0 0,00	1	2	....	27 58 1,52
	7 33 42,57	−0 35,40	.....	10	2	12 55 57,421	
	7 55 5,49	.....	−0 45,42	10	2	....	27 57 16,15
	8 16 24,78	.....	−1 14,26	10	2	....	27 56 47,30
	8 33 17,70	−0 36,11	.....	10	2	12 55 57,310	
	9 29 49,05	−3 5,80	.....	10	3	12 55 57,631	
	9 49 34,68	.....	+1 44,99	10	3	....	27 54 48,20
	10 18 52,87	.....	+1 9,08	10	3	....	27 54 12,42
	10 37 2,88	−3 4,44	.....	10	3	12 55 57,819	
8	7 49 59,68	−1 59,54	.....	10	4	12 55 59,221	
	8 7 50,50	.....	−0 12,82	10	4	....	27 25 44,92
	8 22 0,67	.....	−0 26,32	10	4	....	27 25 31,42
	8 37 12,19	.....	−0 46,97	10	4	....	27 25 10,77
	9 10 42,68	+3 47,70	.....	9	5	12 55 59,261	
8	9 25 17,80	.....	+5 19,14	10	5	....	27 24 4,68

1850	Cape Mean Time.	Observed Diff. RA.	Observed Diff. S. P. D.	No. of Measures.	No. of Star.	Comet's Right Ascension.	Comet's South Polar Distance.
Sept. 8	9h 39m 37s 94	......	+ 5′ 3″53	10	5	....	27° 23′ 49″08
	10 1 21,87	+ 3′ 48″38	......	10	5	12h 55m 59s 299	
9	7 40 6,23	+ 1 1,62	......	20	6	12 56 2,188	
	8 14 7,14	......	+ 9 35,14	20	6	....	26 54 45,60
	8 38 47,60	......	+ 9 4,54	20	6	....	26 54 15,05
	9 3 8,10	+ 1 2,77	......	20	6	12 56 2,328	
10	8 7 54,35	......	+ 2 40,03	20	7	....	26 24 26,50
	8 34 18,51	+ 3 42,08	......	20	7	12 56 7,966	
	9 14 52,05	......	+ 1 13,12	20	7	....	26 22 59,41
11	7 29 42,89	— 4 47,92	......	10	8	12 56 14,556	
	7 45 41,26	......	+11 28,25	10	8	....	25 54 47,31
	7 54 31,32	......	+11 16,98	10	8	....	25 54 36,06
	8 18 54,81	— 4 39,69	......	10	8	12 56 15,785	
	8 32 32,58	......	+10 27,20	10	8	....	25 53 46,46
	8 50 7,70	......	+10 5,09	10	8	....	25 53 24,46
	9 1 15,37	— 4 32,62	......	10	8	12 56 16,832	
12 *)	7 42 42,52	— 5 10,69	......	10	9	12 56 25,699	
	7 54 7,66	......	—10 41,13	10	9	....	25 24 45,51
	8 39 35,20	— 5 12,14	......	10	9	12 56 25,474	
	8 51 48,19	......	—11 52,77	10	9	....	25 23 33,78
17	8 43 11,46	......	— 1 17,25	10	10	....	22 58 59,48
	8 55 0,51	— 5 31,40	......	10	10	12 57 38,166	
	10 14 43,44	— 5 21,77	......	10	10	12 57 39,834	
	10 24 58,75	......	— 3 17,23	10	10	....	22 56 59,44
19	7 40 50,31	......	+ 2 36,27	10	11	....	22 3 41,18
	7 56 43,71	—10 18,81	......	10	11	12 58 19,413	
	8 5 32,26	—10 18,41	......	10	11	12 58 19,478	
	8 17 0,38	......	+ 1 56,32	10	11	....	22 3 1,41
24	7 49 33,98	......	—14 26,02	10	12	....	19 45 1,71
	8 4 11,58	+ 0 49,53	......	5	12	13 0 41,699	
	8 26 37,91	—13 23,88	......	10	13	13 0 41,683	
	8 40 56,57	......	— 1 55,10	10	13	....	19 44 10,52
	8 49 49,11	......	— 2 10,46	10	13	....	19 43 55,19
	9 5 6,60	......	— 2 25,87	10	13	....	19 43 39,81
	9 12 50,33	......	— 2 32,45	10	13	....	19 43 33,25
26	7 53 9,03	+ 6 2,11	......	10	14	13 1 52,605	
	8 10 3,27	+ 5 58,50	......	10	14	13 1 51,890	
	8 20 34,60	......	— 9 23,52	10	14	....	18 49 42,63
	8 28 13,78	......	— 7 32,47	10	15	....	18 49 38,43
	8 37 40,74	......	— 7 47,19	10	15	....	18 49 23,67
	8 48 9,02	......	— 9 55,87	10	14	....	18 49 10,06
	8 58 55,25	— 6 51,40	......	10	15	13 1 54,040	
	9 12 1,10	— 6 50,20	......	10	15	13 1 54,296	
27	7 37 4,50	+ 0 1,05	......	10	16	13 2 30,733	
	7 47 45,74	......	+ 7 58,55	10	16	....	18 23 11,24
	7 59 53,76	......	+ 7 44,90	10	16	....	18 22 57,61
	8 14 13,40	+ 0 5,73	......	10	16	13 2 31,904	
30	7 41 4,42	+ 6 33,79	......	10	17	13 4 46,110	
	7 50 43,84	......	+ 7 0,93	10	17	....	17 1 51,10
	8 1 21,10	......	+ 6 49,98	10	17	....	17 1 40,15
	8 13 1,19	+ 6 34,89	......	10	17	13 4 46,343	
Oct. 1	8 0 12,18	+ 4 16,21	......	10	18	13 5 35,491	
	8 15 22,68	......	+ 2 28,84	10	18	....	16 34 26,45
	8 36 51,67	......	+ 2 2,07	20	18	....	16 33 59,66
	8 55 46,07	+ 4 25,77	......	20	18	13 5 37,701	
5	8 13 34,25	— 9 34,58	......	10	19	13 9 22,663	

*) Difficult objects near the sides of the field.

1850	Cape Mean Time.	Observed Diff. R. A.	Observed Diff. S. P. D.	No. of Measures.	No. of Star.	Comet's Right Ascension.	Comet's South Polar Distance.
Oct. 5	8ʰ25ᵐ57ˢ23	.....	−5′ 13″34	10	19	....	14°46′ 11″36
8*)	10 30 14,49	.....	−1 50,45	10	20	....	13 22 58,36
	10 47 11,71	−1′ 39″90	.....	10	20	13ʰ13ᵐ 2ˢ569	
	11 3 19,07	−1 26,82	.....	10	20	13 13 6,328	
	11 16 16,94	.....	−2 31,23	10	20	....	13 22 17,45
12	13 35 59,70	.....	+2 13,78	10	21	....	11 31 23,51
	13 49 57,40	.....	+1 55,54	10	21	....	11 31 5,21
	14 9 54,15	−1 20,69	.....	10	21	13 19 6,843	
	14 22 4,99	−1 16,30	.....	10	21	13 19 8,299	
	14 43 45,45	.....	+0 51,17	10	21	....	11 30 0,70
	14 55 18,56	.....	+0 40,16	10	21	....	11 29 49,67
13	15 1 19,91	.....	−4 22,38	10	22	....	11 2 40,51
	15 13 50,03	.....	−4 37,49	10	22	....	11 2 25,42
	15 35 16,52	+8 12,72	.....	10	22	13 20 56,716	
	15 52 19,73	+8 16,11	.....	10	22	13 20 57,990	
	16 8 4,15	.....	−5 44,05	10	22	....	11 1 18,93
14	15 38 14,38	....	−5 2,04	10	23	....	10 34 45,17
	15 59 15,94	−4 36,02	.....	10	23	13 22 48,218	
	16 16 32,11	−4 31,13	.....	10	23	13 22 49,918	
	16 26 55,42	.....	−5 55,77	10	23	....	10 33 51,49
15	15 16 36,34	.....	+5 58,06	10	24	....	10 8 3,30
	15 32 36,77	+9 39,68	.....	10	24	13 24 45,045	
	15 56 44,82	+9 45,04	.....	10	24	13 24 47,250	
	16 11 32,40	.....	+4 53,63	10	24	....	10 6 58,80

*) Occasional showers or clouds; observations not good.

Apparent Positions of the Stars when compared with the Comet.

	No. of Star.	Mag.	No. of Obs.	App. Right Ascension.	App. South Polar Distance.	No. of Obs.
1850 Sept. 6	1	9½	1	12ʰ56ᵐ38ˢ71	28°33′ 55″44	2
7	2	9½	1	56 2,46	27 58 1,55	2
	3	10	1	56 24,12	27 53 2,56	2
8	4	10	2	56 16,53	27 25 57,58	2
	5	9	2	55 26,15	27 18 45,72	3
9	6	9	1	55 53,02	26 45 10,29	2
10	7	6½	3	55 34,61	26 21 46,70	2
11	8	7½	3	56 58,58	25 43 18,44	3
12	9	...	2	57 13,91	25 35 26,48	3
17	10	6½	4	12 58 34,76	23 0 16,13	3
19	11	10	2	13 0 9,41	22 1 3,90	3
24	12	8	2	0 32,13	19 59 28,24	3
	13	10½	2	3 20,31	19 46 3,98	3
26	14	7½	4	0 38,22	18 59 7,28	3
	15	7½	2	3 18,83	18 57 10,36	3
27	16	8	3	2 30,60	18 15 12,45	3
30	17	8	2	3 16,05	16 54 50,75	3
Oct. 1	18	10	2	4 35,50	16 31 58,07	3
5	19	6½	3	11 52,52	14 51 23,61	2
8	20	9½	3	13 31,26	13 24 48,92	3
12	21	7½	3	19 33,80	11 29 9,66	2
13	22	7	3	18 5,68	11 7 1,86	2
14	23	10½	1	24 27,78	10 39 48,15	3
15	24	9	2	13 21 4,72	10 2 3,40	3

Observations of the Satellites of Uranus made with the Twenty-foot Equatoreal at Valletta.

	Ariel.				Umbriel.				Titania.				Oberon.			
	Position.		Distance.		Position.		Distance.		Position.		Distance.		Position.		Distance.	
1852	G.M.T.		G.M.T.		G.M.T.		G.M.T.		G.M.T.		G.M.T.		G.M.T.		G.M.T.	
Oct. 15		310° 0′	$10^h\ 0^m$	10″		294° 0′		14″		168°46′		30″38		332°15′		40″86
16		138				175			10^h18^m	131 55	10^h38^m	27,91	10^h10^m	305 17	10^h30^m	37,85
18	11^h30^m	210	11 30		11^h30^m	12			11 41	34 32	12 1	28,76	11 34	239 0	11 50	34,90
29	9 0								9 18	317 35	9 37	28,46	9 10	321 52	9 24	40,48
30	9 24	330 40		15	9 45	58 59		18	10 7	265 8	10 28	25,17	9 56	289 10	10 21	36,19
31		190		14		350		$18\frac{1}{2}$	9 50	218 27	10 14	27,39	9 41	256 26	10 1	33,24
Nov. 1		130				5			9 50	182 54	10 9	32,44	9 43	224 39	9 59	37,93
2									12 17	146 25	12 32	29,95	12 12	206 40	12 24	42,36
3		113		10		89		14	9 12	108 46	9 38	25,48	9 2	178 26	9 26	43,19
4	9 47	331 34	10 21	12,03	9 39	352 35	$10^h\ 8^m$	20,70	9 29	57 58	10 35	25,62	9 18	157 19	10 30	42,84
5									8 46	17 5	9 3	30,33	8 38	134 48	8 55	38,29
6	9 26	32 48			9 36	173 35			9 14	342 14	10 10	31,56	9 6	104 43	9 47	33,58
10	9 23	188 40		$11\frac{1}{2}$	9 23	186 40		$19\frac{3}{4}$	9 11	172 7	9 47	33,08	9 1	353 50	9 31	43,79
11		44				99			9 31	138 39	9 50	28,71	9 25	330 23	9 40	42,21
12		265				20			8 51	93 51	9 15	25,13	8 43	306 19	9 3	37,94
15	9 0	190 56		13				19	8 51	332 29	9 29	31,19	8 42	211 50	9 15	38,33
16		52				22			9 0	291 47	9 30	25,83	8 46	187 26	9 11	43,57
18		135		$13\frac{3}{4}$		211		$16\frac{1}{2}$	9 2	195 45	9 24	30,02	9 3	145 10	9 13	41,43
19		344				146			8 51	163 45	9 20	32,17	8 42	118 59	9 4	36,23
20	9 10	193 38		$13\frac{3}{4}$	8 59	38 44		21	8 47	129 19	9 30	27,47	8 36	88 20	9 22	34,05
Dec. 6		93							8 5	178 17	8 28	32,15	7 54	14 22	8 37	41,58
7		300				0			8 22	144 29	8 51	30,37	8 13	350 37	8 36	43,68
8		283				173			8 36	102 48	8 53	24,95	8 24	328 54	8 42	41,26
9	8 9	3 58	8 54	13,64	8 28	186 41	9 12	17,43	8 38	50 2			8 37	304 2		
13	8 14	164 58	8 27	13,18	8 20	283 24	8 38	17,12	9 0	245 21	8 50	24,54	8 57	184 14	8 43	42,02
1853 Jaur. 7			5 57	13,58			5 46	15,96	6 40	306 43	6 28	27,74	6 30	238 8		
11	6 5	348 22			6 11	210 0										

Remarks.

Oct. 15. Being the first occasion on which I measured the satellites here I was greatly struck with their brightness, even the close ones scarce required looking for, and all were well seen with the planet full in the field. Oberon the brightest, Titania slightly inferior, Ariel much brighter than Umbriel which is rather less favourably situated.

Oct. 16. The planet appearing as a bright sixth-magnitude star and easily recognizable I set the telescope upon him for the first time by the naked eye, without using the circles. The close satellites fainter than yesterday.

October 18. Titania decidedly brighter than Oberon. Measures of distance taken with difficulty, the sky being variable and often slightly clouded.

Oct. 29. Only one of the close satellites seen. The nearly full moon within $1\frac{1}{4}$ hours of the planet, and more north in declination, puts out the small satellites and renders it not very easy to observe the bright ones.

Oct. 30. No measures of distance of the faint satellites could be got, the measures of position being indeed difficult in the bright moonlight. Distance of Ariel estimated at six tenths of the distance of Titania, distance of Ariel to that of Umbriel as 5 to 6.

Nov. 2. Troubled by thin clouds which interrupted the observations and prevented more than three measures of each satellite being taken. Close satellites not seen.

Nov. 4. Atmosphere unusually fine. All the satellites, even the faint ones, measured in position and distance with remarkable ease. Titania rather brighter than Oberon. Measuring power on the micrometer 760, though the satellites were brightest and on the whole best seen, with 1018 negative

eye-piece. Under these favourable circumstances I surveyed the planet round to the distance of $2\frac{1}{2}'$ without finding any points of light which might be satellites. Even the faint satellites with this power are bright objects, and not for a moment to be overlooked. The disk of the planet harder and sharper than I have ever seen it before. With 1917 the faint satellites are I think even more obvious.

Nov. 5. Titania brighter than Oberon and therefore easier to measure. The close satellites are not well seen to night.

Nov. 6. Interior satellites too faint for measurement in distance.

Nov. 10. The close satellites in a line with the centre of the planet at 8^h30^m G. M. T. Ariel $3\frac{1}{2}$ tenths of the distance of Titania, Umbriel six tenths of the same distance from the planet. Both too faint for measures of distance. Oberon brighter than Titania.

Nov. 12. Air unfavourable. Measures taken with much difficulty.

Nov. 15. Wind troublesome, setting right in the opening of the roof, and the close satellites though plainly seen with 1018 could not be satisfactorily measured in distance. Ariel very much brighter than Umbriel. Distance of Ariel estimated one third that of Oberon. Umbriel about half the distance of Oberon. No other stars visible within $3\frac{1}{2}'$ of the planet, with power 1018 (except some which were ascertained to be stars).

Nov. 16. Umbriel appears to night brighter than Ariel, which is near its closest approach to the planet.

Nov. 20. Satellites singularly placed, describing an almost perfect parallelogram.

Nov. 22. The sky being unfit for measurements of the satellites, I measured the diameter of the planet. The mean of eight measures with the ordinary micrometer-power of 760, gave 4"128.

Dec. 6. Titania in almost the best possible position for measures of distance and accordingly the extreme difference of six measures amounts only to 0"39. Umbriel not seen.

Dec. 7. Interrupted by clouds, and though the faint satellites had been so bright as to be easily discovered by a non-astronomical friend who happened to be present and who had no knowledge of their places; no measures of them were obtained.

Dec. 8. The disk of the planet very well defined and sharp with 1018, but no ellipticity nor any markings upon his surface can be observed.

Dec. 9. Obtained measures in position and distance of the close satellites with power 760. Also measured diameter of planet with the same power, the mean of eight measures gave 4"097.

Dec. 13. Measured the four satellites in position and distance with 760 Oberon considerably brighter than Titania. By hiding the planet behind one of the bars of the micrometer, all four satellites were visible at once with 297; the inner ones with surprising brightness, taking into account their extreme proximity to the planet with that power. They instantly vanished when the planet was exposed. The satellites being favourably situated, this experiment was made to ascertain with how small a power they could be seen, and I think this is about the minimum for the close ones.

Dec. 20. In a very fine sky I was struck with the beauty of the disk of Uranus with 297. In scrutinizing his surface I frequently suspected a spot near his centre, but could not in the end be certain whether it was real or an optical illusion. Surveyed the planet with 565, with which the bright satellites were instantly seen, notwithstanding the very close neighbourhood of the moon and a rather hazy sky. The field was however so full of light that it would have been in vain to look for the faint ones. The edge of the disk was as hard and sharp with this power as I have often seen the edge of Jupiter with a fine refractor of 3 or 4 inches aperture. It was so fine that I applied a power of 778, which it bore admirably; but I could not verify the suspected spot, nor satisfy myself that any phenomena were visible upon his surface; nor that there was any sensible ellipticity of form. I seized the opportunity of measuring his disk-power 760. The mean of eight measures gave 4"466.

Dec. 22. The mean of eight measures of the planet's diameter with power 1027 gave 3"945. Sky rather less favourable than usual.

Dec. 27. The mean of nine measures of the disk with 760 gave 4"032.

1853 Jan. 7. All the satellites well seen with 565 and still better with 1018 which under good atmospherical circumstances I generally find the most efficient power for such scrutiny. During this series of observations, though I have very commonly seen small fixed stars in the field with the satellites, I have never seen any which by magnitude and position could ever be mistaken for them. I find this peculiarity attend the close satellites, that they do not bear illumination well, and therefore cannot be ordinarily seen when the moon is near enough sensibly to brighten the sky. Though very conspicuous objects in the large dark field of a negative eye-piece, the faintest illumination greatly reduces their brightness; and to measure them micrometrically is almost always a work of labour and difficulty.

Jan. 11. Surveyed Uranus with 1018 under a fine sky and admirable definition, the disk appearing perfectly round and having a remarkably hard and sharp edge. On this occasion as well as many others which I have not thought it necessary to particularize, I carefully scrutinized the neighbourhood of the planet to the distance of 5' from his centre, for the discovery of other satellites. In the course of this scrutiny I made many measurements and diagrams of the positions of small points of light, which all turned out to be stars; and I cannot now resist the conviction, amounting indeed in my own mind to certainty, that Uranus has no other satellites visible with my eye and optical means. In other words *I am fully persuaded that either he has no other satellites than these four, or, if he has, they remain yet to be discovered.*

The most probable periods of the newly discovered satellites which I have been able to deduce from this series of observations combined with that of 1851 and the single observation of Nov. 6 1847; are, for Ariel 2,520378 days or $2^d 12^h 29^m 20^s 66$ and for Umbriel 4,144537 days or $4^d 3^h 28^m 8^s 00$. The period of Umbriel is almost identically the same as that given in the „Monthly Notice" for March last page 154, from the observations of 1851: and the difference in that of Ariel admits of easy explanation. Owing to the shortness of the period of this satellite, and my being only able to get estimations of the position-angles in 1851; and further, having no certain observation to serve as an epoch later than 1847, I could not from the observations of 1851 alone ascertain the the period so exactly as to be sure of the number of revolutions elapsing in those four years. In my determination of the period last year I concluded that in the interval between 1847 Nov. 6,429 and 1851 Nov. 2,500 580,114 revolutions had occurred which gave a period of 2,511700 days. It now appears that only 578,114 revolutions could have taken place in that interval, giving a period of 2,520388 days extremely near to that which satisfies best all the observations.

Valletta 1853, Febr. 8.

W. Lassell.

Nuovi Elementi d'Irene ed Effemeride per l'opposizione del 1853.

Quantunque la seconda apparizione d'Irene abbia corrisposto con sufficiente esattezza all' Effemeride che io ne avea calcolata e che fu inserita nelle Astr. Nachr. Nr. 807, tuttavia, non avendo il Pianeta dall' epoca della scoperta compiuto ancora un terzo della sua rivoluzione, ho temuto che l'errore degli Elementi, benchè piccolo nell' ultima apparizione, potesse divenire eccessivo fino alla prossima opposizione futura. Perciò ad onta che pochissime siano le osservazioni a me cognite del 1852, ho impresso la correzione degli Elementi fondandomi sopra i sei luoghi normali seguenti, ridotti all' equinozio medio del 21,0 Maggio 1851 T. M. di Greenwich:

21,0 Maggio 1851	longitud.	=	241°18' 40"10
	latitud.	=	+ 7 9 16,22
21,0 Luglio 1851	longitud.	=	235 35 13,58
	latitud.	=	+ 2 3 0,73
19,0 Settem. 1851	longitud.	=	250 1 16,93
	latitud.	=	− 0 51 34,98
25,0 Ottobre 1851	longitud.	=	263 18 45,80
	latitud.	=	− 1 51 45,14
12,0 Luglio 1852	longitud.	=	350 14 27,62
	latitud.	=	− 10 37 38,07
12,0 Settem. 1852	longitud.	=	340 38 19,16
	latitud.	=	− 13 14 57,87

Al quinto luogo fondato sopra tre sole osservazioni di Cambridge ho attribuito la quarta parte del peso dato agli altri.

Computate le perturbazioni di Giove e di Saturno pei tempi corrispondenti ai luoghi precedenti, ne ricavai questo sistema di Elementi Ellittici puri.

Epoca 21,0 Maggio 1851 T. M. di Greenwich.

$M = 45°36' 16"21$
$\omega = 86\ 49\ 6,26$ } Dall' Equinozio medio
$\pi = 178\ 46\ 55,59$ } dell' Epoca.
$i = 9\ 6\ 40,46$
$\varphi = 9\ 42\ 55,81$
$\mu = 853"90626$
$\lg. a = 0,4123975.$

Quindi con ogni luogo normale confrontati i relativi Elementi osculatori n'ebbi il seguente risultato:

	O. — C. longit.	O. — C. latitud.
21,0 Maggio 1851	−0"67	−2"71
21,0 Luglio 1851	−1,71	−1,73
19,0 Settem. 1851	+2,65	+7,47
25,0 Ottobre 1851	+0,48	+1,97
12,0 Luglio 1852	+4,88	−1,71
12,0 Settem. 1852	−0,13	−1,40

Gli Elementi osculatori per l'ultimo luogo sono i seguenti:

Epoca 12,0 Settembre 1852 T. M. di Greenwich

M = 159°33′ 58″43
ω = 86 48 55,84 } Dall' Equinozio medio
π = 178 43 19,02 } del 21,0 Maggio 1851.
i = 9 6 42,62
φ = 9 41 54,05
μ = 854″05185
lg. a = 0,4123482.

Partendo da questi ultimi ed avendo riguardo alle perturbazioni di Giove e di Saturno col metodo esposto dall' illustre Cav. *Encke* nel No. 791 dell' Astr. Nachr. calcolai per la futura opposizione la seguente Effemeride, in cui non è compreso l'effetto dell' aberrazione.

T. M. Greenw. 1853	AR.	Decl.	Log. dist. dalla Terra.
Ottobre 1,0	4h44′ 42″75	+15°47′ 28″1	0,3419557
2,0	44 53,08	47 37,3	
3,0	45 1,87	47 45,0	0,3366263
4,0	45 9,12	47 51,0	
5,0	45 14,81	47 55,6	0,3313144
6,0	45 18,92	47 58,7	
7,0	45 21,45	48 0,5	0,3260296
8,0	45 22,39	48 0,7	
9,0	45 21,71	47 59,8	0,3207814
10,0	45 19,43	47 58,0	
11,0	45 15,51	47 55,0	0,3155788
12,0	45 9,94	47 50,7	
13,0	45 2,74	47 45,5	0,3104312
14,0	44 53,91	47 39,2	
15,0	44 43,42	47 32,1	0,3053488
16,0	44 31,28	47 24,1	
17,0	44 17,46	47 15,3	0,3003398
18,0	44 1,98	47 5,6	
19,0	43 44,82	46 55,3	0,2954170
20,0	43 25,99	46 44,3	
21,0	43 5,48	46 32,7	0,2905904
22,0	42 43,28	46 20,4	
23,0	42 19,41	46 7,7	0,2858731
24,0	41 53,87	45 54,5	
25,0	41 26,67	45 41,0	0,2812772
26,0	40 57,80	45 26,9	
27,0	40 27,29	45 12,7	0,2768156
28,0	39 55,13	44 58,1	
29,0	39 21,37	44 43,5	0,2725019
30,0	38 45,99	44 28,6	
31,0	38 9,06	44 13,8	0,2683502
Novem. 1,0	37 30,56	43 58,9	
2,0	36 50,55	43 44,2	0,2643748
3,0	36 9,00	43 29,5	
4,0	35 26,04	43 15,2	0,2605888
5,0	34 41,61	43 1,1	
6,0	33 55,84	42 47,4	0,2570053
7,0	33 8,69	42 34,1	
8,0	32 20,23	42 21,2	0,2536365
9,0	31 30,49	42 9,0	
10,0	4 30 39,54	+15 41 57,4	0,2504948
Novem. 11,0	4h29′ 47″44	+15°41′ 46″5	
12,0	28 54,20	41 36,5	0,2475906
13,0	27 59,87	41 27,4	
14,0	27 4,54	41 19,0	0,2449345
15,0	26 8,22	41 11,7	
16,0	25 11,00	41 5,4	0,2425369
17,0	24 12,92	41 0,3	
18,0	23 14,04	40 56,4	0,2404055
19,0	22 14,41	40 53,8	
20,0	21 14,10	40 52,7	0,2385504
21,0	20 13,19	40 53,0	
22,0	19 11,72	40 55,0	0,2369773
23,0	18 9,77	40 58,5	
24,0	17 7,39	41 4,0	0,2356943
25,0	16 4,66	41 11,1	
26,0	15 1,67	41 20,4	0,2347065
27,0	13 58,52	41 31,7	
28,0	12 55,24	41 45,3	0,2340161
29,0	11 51,91	42 1,1	
30,0	10 48,60	42 19,5	0,2336264
Dicem. 1,0	9 45,40	42 40,3	
2,0	8 42,40	43 3,9	0,2335374
3,0	7 39,69	43 30,2	
4,0	6 37,29	43 59,5	0,2337474
5,0	5 35,28	44 31,6	
6,0	4 33,77	45 7,0	0,2342540
7,0	3 32,83	45 45,5	
8,0	2 32,52	46 27,4	0,2350503
9,0	1 32,91	47 12,7	
10,0	4 0 34,05	48 1,6	0,2361314
11,0	3 59 36,00	48 54,1	
12,0	58 38,86	49 50,4	0,2374890
13,0	57 42,65	50 50,3	
14,0	56 47,45	51 54,2	0,2391140
15,0	55 53,29	53 2,0	
16,0	55 0,25	54 13,9	0,2409977
17,0	54 8,37	55 29,8	
18,0	53 17,69	56 50,0	0,2431297
19,0	52 28,28	58 14,4	
20,0	51 40,16	+15 59 43,2	0,2454999
21,0	50 53,39	+16 1 16,3	
22,0	50 8,01	2 53,9	0,2480968
23,0	49 24,07	4 36,0	
24,0	48 41,57	6 22,7	0,2509096
25,0	48 0,62	8 14,2	
26,0	47 21,20	10 10,3	0,2539250
27,0	46 43,35	12 11,0	
28,0	46 7,12	14 16,6	0,2571313
29,0	45 32,53	16 27,0	
30,0	44 59,62	18 42,2	0,2605143
31,0	44 28,39	21 2,5	
1854			
Gennajo 1,0	43 58,88	23 27,7	0,2640610
2,0	43 31,10	25 57,6	
3,0	43 5,07	28 32,3	0,2677569
4,0	42 40,79	31 12,0	
5,0	42 18,30	33 56,6	0,2715883
6,0	3 41 57,58	+16 36 46,1	

T. M. Greenw. 1854	AR.	Decl.	Log. dist. dalla Terra.
Gennajo 7,0	3h 41′ 38″66	+16° 39′ 40″3	0,2755423
8,0	41 21,55	42 39,4	
9,0	41 6,20	45 43,2	0,2796051
10,0	40 52,66	48 51,7	
11,0	40 40,91	52 4,8	0,2837649
12,0	40 30,96	55 22,4	
13,0	40 22,78	+16 58 44,7	0,2880098
14,0	40 16,40	+17 2 11,8	
15,0	40 11,80	5 43,1	0,2923285
16,0	3 40 8,97	+17 9 18,8	
Gennajo 17,0	3h 40′ 7″91	+17° 12′ 58″8	0,2967112
18,0	40 8,61	16 43,1	
19,0	40 11,05	20 31,7	0,3011493
20,0	3 40 15,23	+17 24 24,4	

L'opposizione avrà luogo il giorno 26 Novembre a 9h 9′ 6″6

Padova, 26 Febbrajo 1853.

Virgilio Trettenero.

Elemente der Eunomia.

Aus 4 Bedingungsgleichungen der ersten und ebenso vielen der zweiten Erscheinung erhielt ich, mit Berücksichtigung der Jupitersstörungen, folgende Elemente:

Epoche 1851 Aug. 21,0.

M	314° 21′ 55″49	Jan. 0,0 1852 M. B. Zt.
π	27 53 58,26	mittl. Aequ. Jan. 0,0 1852.
Ω	293 54 30,03	
i	11 43 59,60	
φ	10 49 33,42	
μ	825,58134	
log. a	0,4221645	

Eine Ephemeride für die nächste Erscheinung der Eunomia wird späterhin nachfolgen.

Hamburg, Febr. 27.

Georg Rümker.

Cometen-Circular.

Herr Dr. *Hartwig* in Leipzig hat am 10ten d. M. Abends 8 Uhr, westlich von β Orionis, einen neuen, ziemlich hellen Cometen entdeckt, dessen Position jedoch, da der Himmel sich bald darauf bezog, an diesem Abende nicht beobachtet werden konnte. Eine Schätzung des Orts, die Herr Dr. *Hartwig* innerhalb 3 Bogenminuten für richtig hält, ergab:

	M. Zt. Leipzig.	AR. ☄	Decl. ☄
1853 März 10	8h 35m	71° 15′	−7° 46′

Am nächsten Abend gelang es, den Cometen vollständig zu beobachten, und wenngleich diese Beobachtungen beim Abgange der Post noch nicht ganz reducirt waren, so ergaben sie doch, in Verbindung mit der Schätzung am 10ten März, eine Bestimmung der täglichen eigenen Bewegung des Cometen, welche für das Auffinden desselben hinreichend sein wird. Diese ist:

Tägl. eigene Bewegung des Cometen in AR. = −26′,
in Decl. = +1° 37′.

Auf der Altonaer Sternwarte verglich ich den Cometen gestern Abend März 13 um 8h 28m 5 mit μ Eridani, welchem Sterne er in AR. 2m 42s 6 folgte, auf einem 8 bis 10 Minuten nördlicheren Parallel. Dieses würde eine etwas geringere eigene Bewegung voraussetzen, allein die Luft war so nebelig, dass ich nur mit grosser Mühe den Cometen erkennen konnte, weshalb auch diese Beobachtung wenig Zutrauen verdient.

Altona 1853, März 14.

A. C. Petersen.

Verbesserung. Astr. Nachr. Nr. 851 p. 179 Z. 11 v.o. statt solide qui la roche, lese man: solide que la roche.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 853.

National-Observatory.

Observations made with the Filar-Micrometer of the Equatorial by *J. Ferguson.*

(Communicated by Lieut. *Maury*). Corrected for refraction.

Comet II. 1852. (*Westphal*).

1852		M. T. Wash.	No. of Comp.	Star of Comp.	☄ — * Δα.	☄ — * Δδ.	☄ apparent. α.	☄ apparent. δ.	A.
Sept.	5	9ʰ59ᵐ28ˢ8	8	Arg. Zones 2443	−1ᵐ17ˢ44	+13′16″11	2ʰ 1ᵐ 5ˢ16	+49° 7′ 5″95	10
	5	9 59 28,8	8	——— 2463	−2 4,55	+ 2 7,36	2 1 5,47	49 7 9,78	10
	7	9 31 45,7	10	Groombr. 466	−0 7,00	− 3 42,14	2 3 26,27	52 17 59,48	10
	8	9 40 46,1	12	Arg. Zon. 2511	+0 1,80	+ 4 57,00	2 4 55,96	53 55 6,89	10
	13†)	11 22 23,5	6	——— 2680	−1 4,01	+ 0 14,23	2 12 17,79	62 0 54,80	10
	16	10 36 0,0	6	744 B. A. C.	+0 26,50	− 8 27,55	2 17 26,99	66 35 28,73	10
	17	11 3 13,0	4	*b*	+0 43,57	+ 1 42,33	2 19	68 6	10
Octb.	1	8 24 14,5	4	*c*	−2 55,81	− 6 53,19	4 0	88 58	9
(m)	2*)	7 41 19,1	9	*d*	+0 45,62	+14 12,23	4 33	86 40	9
(m)	5	8 54 18,8	7	*e*	+4 42,32	+ 8 5,38	9 8	88 2	10
	7	8 48 57,2	8	*f*	+4 38,4	− 7 43,13	11 47	86 54	10
(m)	8	7 49 53,4	10	*g*	+0 29,02	+ 2 49,50	12 29 31,81	86 11 15,91	10
(m)	10	7 25 20,0	2	*h*	+2 7,24	+ 1 43,30	12 54	84 37	8
(m)	11	7 38 12,0	10	*i*	+7 38,60	+ 4 41,70	13 7	83 50	10
	15	7 47 24,6	10	*k*	+2 18,85	− 1 14,23	13 31	80 40	9
	16	7 15 12,5	10	*l*	−2 5,06	+ 3 18,12	13 34	80 8	9
	19	7 35 48,4	4	*m*	+1 3,37	−11 39,04	13 43	73 14	10
	20	7 7 38,6	6	*n*	−1 25,33	−16 21,27	13 45	77 39	10
	21	7 27 24,8	9	*o*	−6 43,86	+ 1 12,65	13 47	77 3	10
	23	7 1 4,3	8	*p*	+1 51,12	+ 0 7,41	13 50	75 57	10
	24	7 40 39,5	7	*q*	−3 46,82	− 3 34,82	13 51	75 25	10
	25	7 15 53,3	7	*r*	+3 37,16	− 1 28,29	13 52	74 55	10
Dec.	1	8 5 59,5	2	*s*	−0 42,58	+ 0 55,53	14 0	66 20	10
	8	8 59 1,8	3	*t*	+1 0,05	+ 4 29,61	13 54	66 22	8
	13	7 23 19,8	2	*u*	+0 17,22	+ 2 32,98	13 47	+66 46	9

Adopted mean places 1850,0 of stars of comparison.

Star.	Mag.	α.	δ.	Authority.
Arg. Zon. 2443	8.9	2ʰ 2ᵐ12ˢ32	+48° 53′ 14″90	Argelander Zones 1851.
——— 2462	8.9	2 2 59,67	49 24 27,64	———
Groombr. 466	6.7	2 3 32,53	52 21 7,23	Groombr., Argelander & Radcliffe.
Arg. Zon. 2511	7.8	2 4 43,22	53 49 35,86	Argelander Zones.
744 B. A. C.	4.5	2 16 46,63	66 43 24,94	B. A. C. Catalogue.
b	8.9	2 18	61 6	
c double	10.12	4 3	86 5	
d	9.10	4 32	86 26	
e	9	9 3	87 54	
f	8.9	11 43	87 2	

†) Star of comparison doubtful.

*) The comparisons marked (m) were made from the distance and angle of position; where the seconds are omitted the places are only approximate.

Star.	Mag.	α.	δ.	Authority.
g	9	12ʰ18ᵐ52ˢ82	+86° 9′ 18″49	Washington Meridian Circle.
h	9	12 52	84 35	
i	8	12 59	83 45	
k	9	13 29	80 50	
l	8	13 36	80 5	
m	9	13 42	78 25	
n	9.10	13 47	77 55	
o	8.9	13 54	77 2	
p	9.10	13 48	75 57	
q	9	13 55	75 28	
r	9	13 49	74 56	
s	9	14 1	66 19	
t double.	9.10.10	13 53	66 22	
u	9.10	13 47	66 44	
Arg. Zon. 2680	9	2 13 9,30	+62 5 8,64	Argelander Zones 1851.

Irene.

1852	M. T. Wash.	No. of Comp.	* of Comp.	Irene — * Δα.	Δδ.	Irene apparent. α.	δ.	A.
Aug. 31	10ʰ 5ᵐ24ˢ0	2	45804 Lal.	+3ᵐ31ˢ41	— 7′ 50″79	23ʰ19ᵐ40ˢ20	—18°43′ 41″97	10
Sept. 1	10 35 47,4	10	45804 —	+2 28,93	—14 16,08	18 47,74	18 50 7,27	10
—	10 44 17,5	7	45838 —	+1 19,44	+ 4 7,14	18 47,90	18 50 7,20	10
2	10 28 24,2	4	45838 —	+0 28,50	— 1 54,08	17 56,97	18 56 8,43	10
5	9 7 29,5	6	45704 —	+2 11,85	+ 7 20,27	15 23,47	19 13 32,54	10
7	8 42 16,3	10	45704 —	+0 27,60	— 3 53,85	13 39,17	19 24 46,70	10
18	10 3 23,2	2	*b*	+1 36,18	— 0 18,08	4 7,44	20 15 52,79	10
22	9 5 39,4	6	*b*	—1 35,29	—13 22,90	23 0 55,97	20 28 57,94	10
28	9 6 13,0	4	2	+2 28,54	+16 51,68	22 56 29,12	20 43 1,68	10
29	8 48 17,1	5	2	+1 47,81	+15 11,90	55 48,41	20 44 40,44	10
30	8 23 55,1	5	2	+1 8,60	+13 42,81	55 9,16	20 46 10,74	9
Oct. 2	9 40 33,3	3	2	—0 10,40	+11 14,14	53 50,18	20 48 39,61	9
7	10 56 28,0	6	44877 —	+1 12,13	+12 12,05	50 55,06	20 51 28,35	10
8	10 2 14,0	10	—— —	+0 42,28	+12 11,76	50 25,21	20 51 28,71	10
11	9 14 9,3	6	—— —	—0 40,81	+13 26,67	49 2,10	20 50 14,10	10
15	9 18 23,0	6	—— —	—2 16,12	+17 30,08	47 26,75	20 46 13,11	9
—	9 21 0,1	5	44823 —	—0 9,16	+ 9 13,81	47 26,71	20 46 13,51	9
16	10 15 48,1	3		—0 30,13	+10 42,55	22 47 5,73	—20 44 45,03	9

Mean places 1850,0 of stars of comparison.

Star.	Mag.	α.	δ.	Authority.
45804 Lal.	8	23ʰ16ᵐ 0ˢ11	—18°36′ 45″74	Lalande Catalogue.
45833 —	9	23 17 19,76	18 55 8,93	———
45704 —	8	23 13 2,70	19 21 47,01	———
45473 —	9	23 6 36,30	19 41 16,31	Mean of Lal. and Argelander.
b	9.10	23 2 22,36	20 16 27,37	Wash. Equatorial fr. 45473 Lal.
45049 —	6	22 54 43,46	21 40 5,80	Mean of Lal. and Argelander.
(2)	9.10	22 53 51,66	21 0 44,44	Wash. Equat. fr. 45049 Lal.
44877 Lal.	7.8	22 49 34,05	21 4 30,16	Lalande Catalogue.
44823 —	7	22 47 27,02	—20 56 16,09	———

Melpomene.

	M. T. Wash.	No. of Comp.	* of Comp.	Melpomene — * Δα.	Δδ.	Melpomene apparent. α.	δ.	A.
1852 Oct. 8	6h 49m 52s8	10	34401 Lal.	+3m 18s00	— 3′ 09″94	18h 31m 10s30	—18° 57′ 7″18	10
—	6 52 22,8	9	*f*	+1 8,17	2 56,18			10
10	6 36 58,7	6	*f*	+4 21,57	10 26,03	18 34 23,79	19 4 37,49	8
—	6 36 58,7	6	*g*	—1 1,20	10 28,80			8
11	6 36 56,5	20	*g*	+0 37,55	14 6,08	18 36 2,54	19 8 14,17	10
15	7 5 21,1	10	1304 Madr.	—1 25,27	4 6,25	18 42 51,41	19 21 34,26	9
16	6 40 7,3	10	———	+0 16,90	7 2,10	18 44 33,57	19 24 30,00	9
17	6 39 47,8	1	———	+2 2,01	9 53,77	18 46 19,66	19 27 21,68	7
19	7 8 33,4	3	35497 Lal.	—4 28,99	5 32,58	18 49 53,26	19 32 39,93	8
20	6 30 17,8	8	———	—2 43,57	7 56,95	18 51 38,67	19 35 5,32	10
21	6 26 13,7	14	———	—0 54,92	10 33,17	18 53 27,30	19 37 41,69	10
23	6 22 15,5	10	———	+2 45,97	14 31,12	18 57 8,11	19 41 39,67	10
24	7 0 14,3	12	6536 B.A.C.	—0 32,44	12 43,37	18 59 3,60	19 43 42,83	10
25	6 33 56,3	10	———	+1 18,13	14 27,62	19 0 54,18	19 45 27,43	10
Nov. 7	7 20 36,2	6	36857 Lal.	+3 33,35	14 11,43	19 26 36,72	19 55 40,69	8
9	6 32 17,4	4	*k*	+4 1,30	1 17,99	19 30 42,14	19 54 46,42	10
19 (1)	6 32 12,9	1	38164 Lal.	—1 29,20	12 50,15	19 51 57,30	19 42 52,10	6
—	7 24 2,1	4	———	—1 24,34	12 43,14	19 52 2,15	19 42 45,10	6
21	6 38 25,0	4	———	+2 53,66	— 8 34,81	19 56 20,14	19 38 36,81	10
—	6 38 25,0	4	6923 B.A.C.	—5 31,43	+ 9 48,23	19 56 20,12	19 38 45,28	10
27	6 1 42,8	16	6981 ——	—1 17,85	+12 12,27	20 9 34,34	19 22 17,94	10
28	5 47 29,7	8	6981 ——	+0 55,40	+15 24,66	20 11 47,58	19 19 5,55	10
29 (2)	5 36 30,6	3	6981 ——	+3 12,19	+18 57,59	20 14 4,37	19 15 32,64	10
30 (3)	6 4 45,9	5	7053 ——	—5 4,74	— 7 44,98	20 16 19,53	19 11 56,87	10
—	6 4 45,9	5	7054 ——	—5 6,53	— 7 57,99	20 16 19,04	19 12 2,39	10
Dec. 1	6 1 5,6	10	7053 ——	—2 49,32	— 3 59,76	20 18 34,97	19 8 11,67	10
—	6 1 5,6	10	7054 ——	—2 51,27	— 4 13,00	20 18 34,31	19 8 17,43	10
5	7 4 40,5	4	7134 ——	—3 51,11	—12 15,86	20 27 47,11	18 51 34,83	10
8	6 2 8,5	5	7184 ——	+2 56,34	+ 1 39,10	20 34 34,55	18 37 38,99	10
—	6 23 1,2	14	7159 ——	+0 21,08	+ 0 21,35	20 34 36,55	18 37 40,07	10
12	6 29 57,4	4	7209 ——	+2 55,25	+17 41,73	20 43 52,68	18 16 52,38	8
—	6 40 26,1	2	7249 ——	—2 33,44	+11 53,79	20 43 53,30	18 16 50,32	8
13	5 58 25,2	14	7249 ——	—0 17,42	+17 6,79	20 46 9,51	18 12 36,35	9
17	6 15 25,5	5	7283 ——	+2 58,74	+18 31,84	20 55 31,43	17 47 40,51	10
18	6 0 11,7	12	7322 ——	+0 12,60	+ 7 30,08	20 57 51,12	17 41 27,42	10
29 (4)	6 25 59,6	7	*k*	+1 5,50	+ 7 14,30	21 23 54,50	16 22 56,34	8
1853 Janr. 2	6 13 15,3	12	9349 Rümk.	+0 1,36	—19 34,86	21 33 24,60	15 50 13,85	10
4	6 16 37,2	8	7556 B.A.C.	+2 14,71	— 7 42,49	21 38 11,61	15 33 10,48	10
7	6 12 55,0	14	W. XXI. 1071	+0 1,82	—13 37,57	21 45 22,90	15 6 33,58	10
16 (5)	6 18 59,8	8	7771 B. A. C.	—1 55,04	— 6 20,05	22 6 58,35	13 40 13,40	7
17	6 19 3,9	14	———	+0 28,93	+ 3 50,54	22 9 22,31	—13 30 2,81	10

(1) Night very unfavorable. — (2) Observed among clouds. — (3) The determination by 7053 to be preferred. — (4) *k* is determined by only three comparisons. — (5) High wind and very cold, stars blurred and restless.

Adopted mean places 1850,0 of stars of comparison.

Star.	Mag.	α.	δ.	Authority.	
34401 Lalande	7.8	18h 27m 43s98	—18° 54′ 3″78	Lalande Catalogue.	
f	8.9	18 29 53,97	18 54 18,93	Washington Equatorial.	(10)
g	9	18 35 16,73	18 54 16,66	———	(6)
1304 Madras	9	18 44 8,42	19 17 40,06	Madras Catalogue.	
35497 Lalande	6.7	18 54 14,00	19 27 20,55	Lalande Catalogue.	
6536 B. A. C.	6.7	18 59 27,87	—19 31 12,6	B. A. Catalogue.	

Star.	Mag.	α.	δ.	Authority.	
36857 Lalande	8	19h 22m 55s,28	−19° 41′ 46″,45	Lalande Catalogue.	
h	9	19 26 32,74	19 53 46,16	Wash. Equatorial.	(5)
38164 Lalande	7.8	19 53 18,45	19 30 24,51	Lalande Catalogue.	
6923 B. A. C.	7	20 1 43,49	19 48 57,04	B. A. C. and Madras.	
6981 ———	5	20 10 44,17	19 34 55,6	B. A. Catalogue.	
7053 ———	7	20 21 16,28	19 4 39,1	B. A. C. and Rümker.	
7054 ———	6	20 21 17,58	19 4 31,62	———	
7134 ———	5	20 31 30,28	18 39 47,84	Rümker (8496)	
7159 ———	7	20 34 7,53	18 38 30,7	B. A. Catalogue.	
7209 ———	5.6	20 40 49,52	18 35 6,3	———	
7249 ———	6	20 46 19,04	18 29 15,16	B. A. C. and Rümker.	
7283 ———	6	20 52 24,82	18 6 44,30	———	
7322 ———	5	20 57 30,66	17 49 30,24	———	
7485 ———	7	21 25 22,71	16 51 32,00	B. A. Catalogue.	
k	9	21 22 41,20	16 30 46,85	Wash. Equatorial.	(3)
9349 Rümker	7	21 33 15,26	15 31 16,70	Rümker's Catalogue.	
7556 B. A. C.	6	21 35 49,20	15 26 5,96	Rümker & B. A. C.	
Weis. XXI. 1071	8	21 45 13,57	14 53 35,16	Weisse Catalogue.	
7771 B. A. C.	6	22 8 45,73	−13 34 35,10	B. A. Catalogue.	

Mittheilungen aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Gould*, und Nachrichten betreffend das Astronomical Journal.

Nach einem gestern Abend angekommenen Briefe des Herrn Dr. *Gould*, datirt aus Charleston vom 10ten Februar, war derselbe dort bedeutend krank gewesen und erst bei der Absendung dieses Briefes wieder etwas in der Besserung, indess noch immer sehr schwach. Dieser beklagenswerthe Umstand, verbunden mit seiner längeren Abwesenheit vom Hause (Cambridge) wird allein die Ursache sein, dass ich noch nicht die bei mir bestellten Exemplare vom 3ten Bande des Astronomical Journals erhalten habe, und bitte ich deshalb die Herren Abonnenten um gütige Nachsicht und Geduld, bis eine regelmässige Postversendung eingeleitet worden ist.

Ferner ist die im September vorigen Jahres von Newyork aus an mich abgesandte Kiste mit Exemplaren der ersten beiden Bände desselben Journals noch immer nicht angekommen, weshalb zu befürchten steht, dass dieselbe verloren gegangen ist. Ich habe dieserhalb vor einiger Zeit wieder an Herrn Dr. *Gould* geschrieben und ihn gebeten, mir so bald als möglich eine zweite ähnliche Sendung zukommen zu lassen, damit ich die mir in Bezug auf diese beiden Bände gewordenen Aufträge ausführen könne. Solche unangenehme Störungen bei überseeischen Verbindungen, sind selbst bei der grössten Vorsicht nicht immer zu vermeiden, besonders im Anfange und in den Wintermonaten, doch wird hoffentlich später so leicht dergleichen nicht wieder vorkommen.

Leider enthält der Brief des Herrn Dr. *Gould* auch noch die traurige Nachricht von dem Tode des amerikanischen Mathematikers, Herrn *Sears C. Walker*, welcher durch seine ausgezeichneten Arbeiten den Lesern der Astron. Nachrichten rühmlichst bekannt ist; derselbe starb Ende Januar in Folge einer langen und schweren Krankheit, innigst betrauert von seinen hinterlassenen Verwandten und zahlreichen Freunden.

Altona 1853, März 8.

A. C. Petersen.

Astronomische Preisfrage der Fürstlich *Jablonowski*'schen Gesellschaft in Leipzig.

Für das Jahr 1855. Wie bekannt, hat *Delambre* aus Finsternissen des ersten Jupiterstrabanten die Zeit, in welcher das Licht die halbe grosse Axe der Erdbahn durchläuft, = 8′ 13″,2 gefunden und daraus die Aberrationsconstante = 20″,25 abgeleitet. Nahe dieselben Werthe für diese zwei Grössen erhielt *Busch* aus von *Bradley* beobachteten Zenithdistanzen von Fixsternen, sowie auch der Physiker *Fizeau* aus terrestrischen Messungen eine mit den *Delambre*'schen Zahlen

ziemlich nahe übereinstimmende Geschwindigkeit des Lichts fand. Dagegen hat *Struve* aus Beobachtungen am Pulkowaer Passageinstrument die Zeit für jenen Lichtweg 8′ 17″78 und die Constante der Aberration = 20″4451 ermittelt, wovon die früher durch *v. Lindenau* aus Culminationen des Polarsterns erhaltene Constante, 20″4486, so gut als nicht abweicht. Als wahrscheinlichen Fehler seiner Constante fand *Struve* nur $\frac{1}{90}$ einer Bogensecunde und damit den wahrscheinlichen Fehler der Lichtzeit = 0″27 Zeitsec., was nur den 17ten Theil des Unterschiedes zwischen seinen und den *Delambre*'schen Bestimmungen beträgt. Eine noch etwas grössere Lichtzeit endlich als *Struve*, hat *William Richardson* gegeben: 8′ 19″28.

Bei diesen nicht unerheblich von einander abweichenden Bestimmungen eines für die gesammte Astronomie so wichtigen Elements einerseits, und bei der so grossen Schärfe, welche andererseits das von *Struve* aus Culminationsbeobachtungen gewonnene Resultat besitzt, erscheint es, wie schon *Encke* bemerkt hat (s. v. Humboldt's Kosmos, III, 91), wünschenswerth, dass Beobachtungen von Finsternissen des ersten Jupiterstrabanten, mit den jetzt vollkommneren Fernröhren, als zu *Delambre*'s Zeit, angestellt, von Neuem zur Ermittelung der Lichtgeschwindigkeit angewendet werden. Die Gesellschaft macht hiernach die Ausführung dieses Wunsches zum Gegenstande der Preisbewerbung und sichert den Preis derjenigen Arbeit zu, in welcher aus deshalb erst anzustellenden oder in den letzten Jahrzehenden bereits gemachten Beobachtungen von Finsternissen des ersten Jupiterstrabanten die Zeit des Lichts von der Sonne bis zur Erde mit einer solchen Schärfe bestimmt wird, dass der wahrscheinliche Fehler eine Zeitsecunde nicht übersteigt.

Die Preisbewerbungsschriften sind in deutscher, lateinischer oder französischer Sprache zu verfassen, müssen deutlich geschrieben und paginirt, ferner mit einem Motto versehen und von einem versiegelten Zettel begleitet sein, der auswendig dasselbe Motto trägt, inwendig den Namen und Wohnort des Verfassers angiebt. Die Zeit der Einsendung endet für das Jahr der Preisfrage mit dem Monat November; die Adresse ist an den jedesmaligen Secretär der Gesellschaft (für das Jahr 1853 an den ordentl. Prof. der Mathematik an der Universität zu Leipzig, *M. W. Drobisch*) zu richten. Der ausgesetzte Preis beträgt für die vorstehende Aufgabe 48 Dukaten.

Nachrichten über den neuen Cometen.

Der von Herrn Dr. *Hartwig* am 10ten März aufgefundene Comet war schon den 6ten März, Abends 8½ Uhr mittl. Zeit, von Herrn Prof. *Secchi* auf der Sternwarte des Collegio Romano, in dem Sternbilde des Hasen, entdeckt worden, und den 8ten März, Abends 8h45m m. Zeit, in circa 73° Rectascension und 11°40′ südl. Declination, von Herrn Prof. *Schweizer* in Moskau. Beide Herren nennen, wie Herr Dr. *Hartwig*, den Cometen ziemlich gross und hell. Herr Prof. *Secchi* schätzt den Durchmesser des Cometennebels auf 5′, und einen helleren Theil in demselben mit einem kleinen Kern auf 3′. Bei den unten angeführten Beobachtungen wurde der Ein- und Austritt dieses Kernes am Kreismicrometer beobachtet; doch war derselbe nicht besonders deutlich, und Herr Prof. *Secchi* glaubt mitunter selbst mehrere solcher heller Puncte in dem dichteren Theile des Nebels gesehen zu haben. Herr Prof. *Schweizer* giebt den Durchmesser des Cometen zu etwa 8′ an und hatte derselbe, soweit durch die Dünste am Horizonte bemerkt werden konnte, keinen Schweif.

Beobachtungen auf der Sternwarte des Collegio Romano in Rom.

	M. Zt. Rom.	AR. ☌	Decl. ☌	Vergl.
1853 März 6	8h55m42s	*a* + 7ˢ01 = 4h52m45ˢ78	*a* + 8′ 14″2 = −15°50′ 47″2	3
	9 43 51	*a* + 1,07 = 4 52 39,84	*a* +13 29,7 = −15 45 41,7	3
—— 7	7 18 54	*f* −10,30	*f* + 1 16,9	5
	8 39 25	*f* −17,31	*f* + 9 1,7	5

Bei den Reductionen ist auf Refraction nicht Rücksicht genommen.

Aus Vergleichungen des Sterns *a* (9m) mit H. C. 9420, und des Sterns *f* mit H. C. 9460 und Weisse IV. 1202, findet Herr Prof. *Secchi*:

Scheinbarer Ort des Sterns *a*	=	4h52m38ˢ77	−15°59′ 1″38
Mittlerer Ort des Sterns *f* für 1853,0	=	4 50 41,90	−13 40 36,4

Beobachtungen auf der Wiener Sternwarte.

	M. Zt. Wien.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vgl.	Beob.
1853 März 16	$7^h52^m12^s7$	$4^h38^m\ 4^s59$	8,480	$+0^\circ\ 0'\ 24''0$	9,873	6	*Hornstein.*

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0.

$4^h37^m10^s55$	$+0^\circ17'\ 36''1$	Lal. 8934 und B. Z. 39.
4 40 10,64	—0 21 9,6	Lal. 9021.

Elemente und Ephemeride von Herrn *C. Bruhns* in Berlin.

T = 1853 Febr. 23,797188 m. Zt. Berlin.
π = 153° 8' 0"4 } Mittl. Aequin.
☊ = 73 36 0,4 } 1853,0.
i = 21 35 7,6
Log. q = 0,042740
Retrograd.

Der mittlere Ort wird dargestellt:
R. — B. in Länge = —6"9
in Breite = +0,2

Ephemeride für 0^h mittl. Berliner Zeit.

	α. ☄	δ. ☄	Log. Δ
1853 März 15	$4^h39^m12^s$	— 1°28'	9,9518
16	38 18	— 0 12	
17	37 31	+ 0 42	
18	36 48	1 40	
19	36 10	2 33	0,0136
20	35 35	3 23	
21	35 4	4 9	
22	34 35	4 53	
23	34 9	5 33	0,0678
24	33 46	6 11	
25	33 26	6 48	
26	33 8	7 23	
27	32 52	7 56	0,1155
28	32 38	8 27	
29	32 27	8 57	
30	32 17	9 26	
31	32 8	9 53	0,1576
April 1	32 1	10 19	
2	31 55	10 43	
3	4 31 50	+11 6	
1853 April 4	$4^h31^m46^s$	+11°29'	0,1951
5	31 44	11 51	
6	31 43	12 12	
7	31 43	12 32	
8	31 44	12 52	0,2288
9	31 46	13 11	
10	31 50	13 29	
11	31 55	13 47	
12	4 32 2	+14 4	0,2595

Die Elemente sind aus folgenden 3 Berliner Beobachtungen berechnet.

1853	M. Zt. Berlin.	AR. ☄	Decl. ☄	Vergl.
März 11	$8^h15^m\ 4^s9$	70°49' 50"6	—6°11' 9"7	10 mit *a*
12	8 31 2,4	70 30 11,4	—4 42 44,6	10 „ *b*
13	8 8 38,6	70 12 57,0	—3 23 29,1	11 „ *c*

Die mittleren Oerter der Vergleichsterne für 1853,0 sind angenommen:

a	70°24' 43"3	—6° 6' 33"8	B. Z. 211 und Lal. 9061
b	69 8 17,0	—4 34 41,5	— 140
c	71 2 7,6	—3 23 39,3	— 140 und Lal. 9135.

Bei Bessel's Zone 140 ist die Reductionstafel, welche Weisse in der Vorrede zu seinem Catalog giebt, benutzt; nach Bessel's Reductionstafel weicht der Stern *c* über 20^s in AR. von Lalande ab, und scheint diese daher fehlerhaft zu sein.

Altona 1853, März 21.

A. C. Petersen.

Beobachtung des neuen Cometen auf der Königsberger Sternwarte, von Herrn Prof. *Peters.*

	M. Zt. Königsb.	sch. AR. ☄	sch. Decl. ☄	Vergl.-Stern.
1853 März 19	$9^h33^m6^s$	68°59' 43"	+2°46' 44"	Weisse IV. 754.

Da gleich nach dieser Beobachtung der Himmel sich bezog, so konnte nur eine einzige Einstellung, bei welcher die schwächste Vergrösserung gebraucht wurde, in einer Lage der bewegten Objectivhälften gemacht werden.

Beobachtungen der Massalia und des Cometen II. 1852 auf der Sternwarte des Collegio Romano,

von Herrn Professor *A. Secchi.*

Massalia.

		T. M. di Roma.	Stelle di Paragone.	+ Δα. app.	+ Δδ. app.	Micrometro.	Numero de' confronti.
1852 Nov.	18	$6^h 24^m 50^s$	* Cir. merid.	$+1^m 26^s 82$	$+14' 46'' 7$	Angolare	3
	19	6 36 23	* ———	+1 42,47	+12 51,2	———	3
	23	6 52 49	* ———	+3 1,35	+ 6 8,5	———	
	25	6 48 54	* ———	+3 51,23	+ 1 15,0	———	
Dec.	12	9 39 27	*a*	+0 32,90	+ 5 8,0	Circolare	2
	15	7 42 8	593 Wash. observ. 1846	+3 1,09	− 7 21,3	———	3
	17	7 2 32	{ *b*	−0 54,35	+ 0 35,1	———	3
			{ *c*	−1 50,59	− 5 31,1	———	3
	18	7 10 23	Weisse XXIII. 1235	+0 18,75	−13 0,3	———	2
	19	6 23 14	———	+1 15,47	− 7 4,6	———	7
	20	6 36 30	———	+2 15,01	− 0 46,6	———	6
	21	7 47 28	Weisse O. 9.	+1 30,92	− 3 6,5	———	2
	24	5 58 41	Weisse O. 99.	+0 14,33	+ 7 39,3	———	5
	25	6 45 47	163 H. C.	−0 31,97	+ 5 39,3	———	3
	26	7 7 28	47 B. A. C.	−0 23,56	− 6 29,3	———	5
	27	7 16 42	———	+0 43,45	+ 0 33,6	———	3
	28	7 18 55	———	+1 51,32	+ 7 47,5	———	3
1853 Genn.	1	6 13 4	Weisse O. 273.	−0 26,55	−16 46,57	———	3
	2	6 51 5	———	+0 44,73	− 9 5,2	———	7
	6	7 11 30	694 H. C. = Weisse O. 376	−1 7,59	− 9 10,64	———	5

*	$23^h 41^m 9^s 23$	$-1^\circ 34' 43'' 4$	posizione app. 22 Nov. 1852 C. Mer. osserv. 1ª
593	23 54 25,08	−0 25 12,20	„ media 1850,0
a = (593)	−4,6	(593) +3 (30″)	} Prossimamente.
b	23 59 52	−0 8	}
c	0 0 48	−0 14	}

Cometa di Westphal (II. 1852).

1852	T. M. di Roma.		
Dec. 5	$7^h 41^m 58^s$	(*m*) $+5^m 41^s 20$	(*m*) $+13' 36'' 3$
5	7 55 5	+5 40,90	+13 37,8
30	7 39 32	(*n*) −0 45,15	(*n*) −10 55,2
30	7 45 57	(*n*) −0 45,30	(*n*) −10 52,8

$\alpha(m) = 13^h 52^m (20^s)$ $\delta(m) = +66^\circ 4'$

$\alpha(n) = 13\ 11\ (40\ )$ $\delta(n) = +69\ 10$

Beobachtungen der Fortuna, Massalia und des Cometen 1852. II. auf der Göttinger Sternwarte.

Fortuna.

1852	Gött. m. Zt.	Sch. AR.	Sch. Decl.	
Oct. 11	$8^h 33' 18'' 17$	$21^h 55' 29'' 96$	———	M.-F.
		———	$-10^\circ 54' 12'' 0$	M.-K.

Massalia.

1852	Gött. m. Zt.	Sch. AR.	Sch. Decl.	
Oct. 11	10 30 13,04	23 52 44,05	———	M.-F.
		44,03	−0 21 23,8	M.-K.
13	10 20 51,28	23 51 13,86	———	M.-F.
		13,91	−0 31 47,0	M.-K.
16	10 6 57,21	23 49 7,14 ::	−0 46 51,1	M.-K.
17	10 2 21,23	23 48 26,96	———	M.-F.
		———	−0 51 40,5	M.-K.
19	9 53 14,32	23 47 11,65	———	M.-F.
		11,19 ::	−1 0 33,8	M.-K.

Comet 1852. II.

1852	Gött. m. Zt.	Sch. AR.	Sch. Decl.	
Oct 11	$11^h 43' 2'' 63$	$13^h 5' 45'' 59$	———	M.-F.
		———	$+83^\circ 51' 36'' 0$	M.-K.
Nov. 4	11 4 18,49	14 1 32,38	———	M.-F.
		———	+70 45 23,4	M.-K.

Die Beobachtungen am Mittagsfernrohr sind von Herrn Dr. *Westphal*, die am Repsold'schen Meridiankreise von Herrn *Klinkerfues.*

Fernere Nachrichten über den neuen Cometen.

Elemente und Ephemeride von Herrn *C. Bruhns* in Berlin.

T	= 1853 Febr. 24,05052 m. Zt. Berlin.	
π	= 153°43′ 56″9	mittl. Aequin. 1853,0
☊	= 69 26 30,7	
i	= 20 12 55,0	
Log. q	= 0,038174	

Bewegung retrograd.

Die mittlere Beobachtung wird dargestellt:

R. — B. in Länge = +5″8
in Breite = +0,9

Ephemeride für 0ʰ mittl. Berl. Zeit.

		α.	δ.	Log. Δ
1853 April	10	4ʰ31ᵐ57ˢ	+13° 1′9	0,2410
	11	32 1	13 18,6	
	12	32 6	13 34,8	
	13	32 12	13 50,4	
	14	32 19	14 5,4	0,2699
	15	32 26	14 20,0	
	16	32 34	14 34,2	
	17	32 43	14 48,0	
	18	32 52	15 1,3	0,2959
	19	33 2	15 14,3	
	20	33 12	15 26,9	
	21	33 23	15 39,2	
	22	33 34	15 51,3	0,3194
	23	33 46	16 3,0	
	24	33 58	16 14,3	
	25	34 11	16 25,4	
	26	34 24	16 36,4	0,3406
	27	34 37	16 47,0	
	28	34 51	16 57,4	
	29	35 6	17 7,6	
	30	35 21	17 17,5	0,3597
Mai	1	35 36	17 27,3	
	2	35 52	17 36,8	
	3	36 8	17 46,1	
	4	36 24	17 55,3	0,3770
	5	36 41	18 4,3	
	6	36 58	18 13,1	
	7	37 15	18 21,8	
	8	37 32	18 30,3	0,3926
	9	37 50	18 38,7	
	10	38 8	18 46,9	
	11	38 26	18 55,0	
	12	4 38 44	+19 2,9	0,4068

Die den Elementen zu Grunde liegenden Beobachtungen Rom März 7 und Berlin März 13 und 19 sind:

1853	M. Zt. Berlin.	AR. ☄	Decl. ☄
März 7	8ʰ 2ᵐ50ˢ3	72°36′ 55″9	−13°35′ 42″9
13	8 8 38,6	70 12 57,0	− 3 23 29,1
19	8 58 2,5	68 59 29,3	+ 2 46 32,2

Berlin 1853, März 22. *C. Bruhns.*

Elemente des ersten Cometen von 1853.

Der in Europa zuerst von Herrn Prof. *Secchi* entdeckte Comet ist auf seinem Weggange von Sonne und Erde begriffen, und muss, nach der Helligkeit die er hier noch bei der Auffindung am 10ᵗᵉⁿ März zeigte, während des ganzen Februar am südlichen Himmel eine ziemlich glänzende Erscheinung dargeboten haben. Er ist dort ohne Zweifel mehrere Wochen hindurch dem blossen Auge sichtbar gewesen und da er zugleich einen grossen Theil der jenseitigen Halbkugel durchlaufen hat, so wird man vom Cap und von andern Oertern weitere Nachrichten über den Lauf des Cometen vor den Europäischen Entdeckungen erwarten dürfen. Die Elemente sind, nach der Römischen Beobachtung März 6, einer hiesigen von März 11 und der Wiener Beobachtung von März 16, welche Herr *v. Littrow* die Güte hatte hierher mitzutheilen, diese:

T	1853 Febr. 24,279702 m. Zt. Paris.	
π	153°21′ 11″7	mittl. Aequin. 1853,0
☊	69 49 47,9	
i	20 19 47,0	
log. q	0,038920	

retrograd.

Sie zeigen eine entfernte Aehnlichkeit mit der Bahn des Cometen von 1664. Wie ungünstig die Sichbarkeitsverhältnisse für Europa gewesen sind, übersieht man in folgender Tafel:

Berliner Mitternacht.

	α. ☄	δ. ☄	☄ a ♁	Lichtstärke.	
Feb. 10			0,632	2,01	
15			0,488	3,45	
20			0,395	5,35	
24,31	92°17′	−56°32′	0,383	5,68	im Perihel.
25	87 11	−50 14	0,392	5,43	
März 2	78 0	−27 23	0,482	3,56	
6	73 9	−15 33	0,594	2,32	aufgef. zu Rom.
10	71 9	− 7 33	0,722	1,54	aufgef. zu Leipzig
14	69 54	− 1 59	0,857	1,06	
18	69 6	+ 2 2	0,996	0,76	
22	68 34	+ 5 5	1,065	0,64	
26	68 14	+ 7 27	1,271	0,43	
30	67 58	+ 9 22	1,406	0,34	

Die Opposition des Cometen fällt auf Febr. 22. 22ʰ Berlin.

Herr Dr. *Hartwig* hat aus den Beobb. von März 11, 13, 16 gleichfalls eine Bahn hergeleitet, die trotz der kurzen Zwischenzeit mit meinem Entwurf nahe übereinstimmt. Er findet:

T	Febr. 24,2403 m. Zt. Paris.	
π	154° 9′ 21″	mittl. Aeq. 1853,0.
☊	66 34 34	
i	19 24 27	
log. q	1,08399	

retrograd.

Leipzig 1853, März 21. *H. d'Arrest.*

Altona 1853. März 25.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
№. 854.

Ueber das Cometenproblem.

Von Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

Einleitung.

Das Problem, in welchem wie in einem gemeinschaftlichen Brennpunkte alle Untersuchungen desjenigen Theils der gesammten astronomischen Wissenschaft, den man zum Unterschiede von der sphärischen und physischen Astronomie, die theorische Astronomie zu nennen pflegt, zusammenlaufen, ist bekanntlich die Aufgabe: „Aus drei geocentrischen Beobachtungen eines nach den *Kepler*'schen Gesetzen um die Sonne sich bewegenden Weltkörpers dessen Bahn zu bestimmen." Wegen der hohen Wichtigkeit dieses Problems haben auch, nachdem der vorher genannte grosse deutsche Astronom und Mathematiker die nach ihm benannten Gesetze gefunden hatte, demselben, die grössten Mathematiker und Astronomen, von je her ihre Kräfte gewidmet; seine vorzüglichste und allgemeinste Erledigung hat aber dieses Problem erst in einem Werke gefunden, auf welches Deutschland eben so stolz ist, wie England auf die „*Principia mathematica Philosophiae naturalis*" und Frankreich auf die „*Mécanique céleste*", nämlich in der „*Theoria motus*" von *Gauss*. Da nach der Theorie der allgemeinen Schwere die Bahnen aller deren Gesetzen folgenden Weltkörper Ellipsen sein müssen, so wird man im Allgemeinen auch diese Curve der Bahnbestimmung aus drei geocentrischen Beobachtungen zu Grunde legen müssen. Indess bietet unter dieser Form das Problem besondere Schwierigkeiten dar, und ein deutscher Sternkundiger, der Geistliche *Georg Daniel Dörfel*, zuweilen auch *Dörfell* oder *Dörfl* geschrieben, hatte daher schon im Jahre 1681, bei Gelegenheit des grossen Cometen von 1680, den glücklichen Gedanken, bei dem Cometen statt der elliptischen Bahn, der grösseren Leichtigkeit der Berechnung wegen, als eine erste Näherung die Parabel zu substituiren, was insofern zulässig ist, weil die Bahnen der Cometen Ellipsen von sehr grosser Excentricität sind, und nach bekannten geometrischen Sätzen solche Ellipsen, wenigstens in der Nähe ihrer Brennpunkte, wo die Cometen, wenn sie nämlich sich in der Nähe der Sonne befinden, uns überhaupt nur sichtbar werden, der parabolischen Gestalt sehr nahe kommen. Allerdings hat *v. Zach* in einem sehr interessanten Aufsatze, den man in der „*Zeitschrift für Astronomie Thl. III. S. 379*" findet, überzeugend nachgewiesen, dass der am 28sten Januar 1608 zu Neapel geborene italienische Mathematiker *Giovanni Alfonso Borelli*, der hauptsächlich durch sein für die Anatomie und Physiologie immer noch wichtiges Werk: „*De motu animalium*" berühmt ist, den Gedanken von der parabolischen Berechnung der Cometen schon funfzehn bis sechszehn Jahre früher als *Dörfel* gefasst hat, indem er in einem an den Prinzen *Leopold von Toscana* aus *Pisa* unter dem 4ten Mai 1665 gerichteten Briefe schreibt: „dass die wahre und wirkliche Bahn des Cometen" von 1664 „auf keinen Fall in einer geraden, sondern in einer krummen Linie vorgegangen sei, welche bis zum Erstaunen einer Parabel ganz ähnlich sei; dies beweise nicht allein die Berechnung, sondern auch ein mechanisches Experiment, das er dem Prinzen bei seiner Ankunft in Florenz zu zeigen verspricht"; aber eigentlich fruchtbringend für die Wissenschaft scheint jedenfalls dieser glückliche Gedanke doch nur erst dann geworden zu sein, als er durch die von *Dörfel* herausgegebene Schrift: „*Astronomische Betrachtung des grossen Cometen. Dessen zu Plauen tägliche Observationes, nebenst Fragen und Denkwürdigkeiten, sonderlich von Verbesserung der Hevelischen Theoriae Cometarum, von M. G. S. D. Plauen 1681.*" bei den Astronomen Eingang und Anerkennung gefunden hatte, ein Verdienst, welches man dieser Schrift nie wird streitig machen können, wenn auch *Pingré* in seiner „*Cométographie T. I. Paris 1783. p. 143.*" die übrigens immer noch ein Hauptwerk für die Geschichte der Cometentheorie ist, *Dörfel*'s Verdienste im Allgemeinen zwar anerkennt, aber doch auf der andern Seite auch möglichst herabzusetzen bestrebt ist.

Nach dem Bisherigen zerfällt nun das Problem: „Aus drei geocentrischen Beobachtungen eines Weltkörpers dessen Bahn zu bestimmen" in zwei Theile, oder eigentlich in zwei von einander gesonderte Probleme, je nachdem man nämlich die Bahn des Weltkörpers als eine Ellipse oder als eine Parabel betrachtet, natürlich in beiden Fällen mit Zugrundelegung der aus der allgemeinen Gravitationstheorie folgenden Bewegungsgesetze. Zweckmässig und der Deutlichkeit und Kürze förderlich scheint es mir, diese beiden Probleme ein

für allemal von einander zu trennen und mit besonderen Namen zu belegen, in welcher Beziehung es wohl am Geeignetsten sein möchte, das Problem, welches die Bahn als elliptisch betrachtet, das *Planetenproblem*, das andere, welches die parabolische Bahn zu Grunde legt, das *Cometenproblem* zu nennen, ein Sprachgebrauch, der auch eigentlich schon stillschweigend eingeführt ist, wenigstens von dem, was jetzt in der Astronomie gebräuchlich ist, sich nicht weit entfernt. Mit dem Cometenproblem nach dem vorhergehenden Begriffe soll nun die vorliegende Abhandlung sich allein beschäftigen, und ich will jetzt zuvörderst in der Kürze aus einander setzen, welche Eigenthümlichkeiten der Behandlung des genannten Problems dieselbe beansprucht, wozu ich mich in diesem Falle um so mehr für verpflichtet halte, weil die in Rede stehende Aufgabe schon so vielfach und von so ausgezeichneten Gelehrten behandelt worden ist.

Das grösste Verdienst um die Auflösung des Cometenproblems hat sich bekanntlich zunächst *Olbers* erworben, in seiner von *Encke* neu herausgegebenen, und mit wesentlichen Zusätzen bereicherten, in jeder Beziehung klassischen „*Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode die Bahn eines Cometen aus einigen Beobachtungen zu berechnen. Weimar 1797. (Neue Ausgabe von Encke. Weimar 1847.)*, nächstdem aber auch *Gauss*, der die von *Olbers* gegebene Auflösung mehrfach verbessert und vereinfacht hat. Weil das Problem, wenn es auch nur auf algebraische Gleichungen führt und das Transcendente gar nicht involvirt, doch der in seiner Natur begründeten und durch kein Mittel zu beseitigenden Schwierigkeit unterliegt, dass es in seiner ganz allgemeinen Gestalt die Auflösung einer Endgleichung von sehr hohem Grade erfordert, so haben schon *Euler* und *Lambert* darauf gedacht, durch zweckmässige Näherungen die Rechnung zu vereinfachen. Beide nahmen daher an, — Jener in der „*Theoria motuum Planetarum et Cometarum. Berolini 1744. p. 50.*“, dieser in der zwar nur kleinen, aber höchst inhaltreichen und wichtigen Schrift: „*Insigniores orbitae cometarum proprietates. Augustae Vindelicorum 1761. § 151. Scholion. p. 77.*“ und in seinen „*Beiträgen zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung. Thl. III. Berlin 1772. Nr. VII. Von Beobachtung und Berechnung der Cometen. und besonders des Cometen von 1769. § 70. — § 80. S. 261—268.* — dass die drei beobachteten geocentrischen Oerter des Cometen nicht zu weit von einander entfernt, d. h. eigentlich, dass die drei geocentrischen Beobachtungen nur durch geringe Zwischenzeiten von einander getrennt seien, so dass man mit hinreichender Annäherung die zwischen der Sonne und dem ersten und zweiten Cometenorte und zwischen der Sonne und dem zweiten und dritten Cometenorte liegenden geradlinigen Dreiecke statt der entsprechenden von dem Vector des Cometen beschriebenen parabolischen Sectoren, also nach den *Kepler*'schen Gesetzen das Verhältniss jener Dreiecke dem Verhältnisse der Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung gleich setzen, oder auch, was offenbar ganz dasselbe ist, annehmen kann, dass die Chorde zwischen dem ersten und dritten Cometenorte von dem nach dem zweiten oder mittlern Cometenorte gezogenen Radius Vector des Cometen im Verhältnisse jener Zwischenzeiten geschnitten werde. Ganz dieselbe nur näherungsweise richtige Voraussetzung legt auch *Olbers* seiner Auflösung zu Grunde, vereinfacht aber dieselbe noch dadurch, dass er in seiner oben genannten Schrift § 33 jener ersten näherungsweisen Voraussetzung noch die zweite, gleichfalls nur näherungsweise richtige Voraussetzung hinzufügt, dass auch die Chorde zwischen dem der ersten und dritten Beobachtung entsprechenden Erdorte von dem nach dem zweiten oder mittleren Erdorte gezogenen Radius Vector der Erde in dem genannten Verhältnisse der Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten und zwischen der zweiten u. dritten Beobachtung geschnitten werde.

Es ist nicht zu läugnen, dass die Auflösung von *Olbers* im Verhältniss zu der Schwierigkeit des Problems sehr leicht ist, und eben deshalb der Astronomie unendlichen Gewinn gebracht hat, weil ohne diese Auflösung unser Besitzthum an vollständig berechneten Cometenbahnen schwerlich so reich sein würde, wie es gegenwärtig wirklich ist. Aber diese Auflösung lässt, insbesondere in theoretischer, rein mathematischer Beziehung, nach meiner Meinung doch noch Etwas zu wünschen übrig. Sie macht nämlich die sogenannte curtirte Entfernung des Cometen von der Erde in der ersten Beobachtung zur eigentlichen unbekannten Grösse der Aufgabe, und diese unbekannte Grösse, auf deren Bestimmung zunächst Alles ankommt, muss lediglich durch Versuche ermittelt werden. Einen ersten Näherungswerth dieser Grösse kennt man aber *aus theoretischen Gründen* gar nicht, auch, ausser den praktisch ganz unbrauchbaren Gränzen 0 und ∞, gar keine engeren Gränzen, zwischen denen dieselbe in allen Fällen nothwendig liegen muss. Dies hat auch *Olbers* selbst gefühlt, und deshalb, als Ergänzung zu seiner älteren Abhandlung vom Jahre 1797 unter dem Titel: „*Ueber die zweckmässigste Art bei der Berechnung einer Cometenbahn die Versuche anzustellen*“, im „*Astronomischen Jahrbuche 1833. S 251.*“ einen auch von *Encke* in seiner neuen Ausgabe der älteren Abhandlung zweckmässig wieder mitgetheilten Aufsatz veröffentlicht, welcher die erwähnte Lücke auszufüllen bestimmt ist. In diesem Aufsatze führt er das Problem eigentlich auf die Summe $r' + r''$ der Vectoren des Cometen

in der ersten und dritten Beobachtung als unbekannte Grösse zurück, und sagt über dieselbe Folgendes: „Man kennt freilich weder r' noch r''' oder die beiden Abstände des Cometen von der Sonne. Aber einmal kann $r'+r'''$ nicht kleiner als 1 sein, so bald die scheinbaren Entfernungen des Cometen von der Sonne nur grösser als 30° sind; und von der andern Seite ist $r'+r'''$ aber auch fast immer kleiner als 3, weil die uns sichtbaren Cometen, sehr wenige Ausnahmen abgerechnet, gewöhnlich innerhalb der Marsbahn sind. Aus diesem Grunde ist 2 immer ein genäherter Werth von $r'+r'''$." Nun wird man aber doch wohl zuzugeben geneigt sein, dass eine solche durchaus bloss der Erfahrung entnommene, aus einer grösseren oder geringeren Anzahl von Beobachtungen abstrahirte Ermittelung eines ersten Näherungswerths von $r'+r'''$ einem seiner Natur nach ganz rein mathematischen Probleme nur sehr wenig entspricht: und wer will denn, auch wenn man selbst nur die praktische Seite der Aufgabe in's Auge fasst, dafür stehen, dass nicht die Möglichkeit vorhanden ist, dass jene annähernde Bestimmung von $r'+r'''$ in tausend und mehreren Fällen gar nicht zutrifft! Ausserdem mag es wohl manchem Lehrer der Astronomie schon ebenso gegangen sein wie öfters mir selbst, dass seine von früher her an völlige Strenge bei allen mathematischen Betrachtungen gewöhnten Schüler, bei jener durchaus nur aposteriorischen Ermittelung eines ersten Näherungswerthes von $r'+r'''$, ihn doch mit einiger Verwunderung anblickten, was einen eifrigen Lehrer immer in eine gewisse peinliche Stimmung versetzen muss, die dem Unterrichte niemals förderlich sein kann; wobei ich aber ausdrücklich bemerke, dass ich den *bis jetzt* bewährten *praktischen* Werth jener oder einer ähnlichen vorläufigen Bestimmung von $r'+r'''$ nicht im Mindesten in Abrede zu stellen die Absicht, und hier zunächst nur die theoretische Seite des Problems im Auge habe.

Jedenfalls wird man sich, wenn man mathematisch völlig streng verfahren will, da eine ganz allgemeine Auflösung in diesem Falle auf eine den vierten Grad weit übersteigende Endgleichung führen würde, von der Verpflichtung nicht entbinden dürfen, bei der Auflösung eine Grösse zur unbekannten Grösse zu wählen, von der man *aus theoretischen Gründen* weiss, dass sie in allen Fällen zwischen zwei bestimmten endlichen Gränzen enthalten ist, die zugleich für die praktische Anwendung desto geeigneter und brauchbarer sein wird, je näher diese Gränzen bei einander liegen, oder je kleiner das Intervall zwischen denselben ist. Für die fernere genaue Bestimmung dieser unbekannten Grösse wird es aber, bei dem gegenwärtigen Zustande der Algebra, kaum ein anderes und zweckmässigeres Verfahren geben, als dass man das in Rede stehende Intervall in eine gewisse Anzahl gleicher Theile theilt, für die den Endpunkten dieser Theile entsprechenden Werthe der zu Grunde gelegten unbekannten Grösse die Werthe einer gewissen, die Auflösung der Aufgabe dadurch bedingenden Function, dass ihr Werth durch die demgemässe Bestimmung der unbekannten Grösse zum Verschwinden gebracht werden muss, berechnet, und in, aus der Algebra ganz bekannter Weise aus den Zeichenänderungen oder Zeichenwechseln dieser Function die engeren Gränzwerthe der gesuchten unbekannten Grösse ermittelt, worauf man dann dieses engere Intervall von Neuem theilt, in ganz ähnlicher Weise wie vorher zu noch engeren Gränzen der unbekannten Grösse fortschreitet, und durch immer weitere Fortsetzung dieses Verfahrens auf einem ganz sichern Wege, das erstrebte Ziel stets unverrückt im Auge behaltend, sich endlich zu dem völlig genauen Werthe der unbekannten Grösse erhebt.

Kann man das Problem auf diesem Wege in völliger Strenge lösen, so hat man, insofern wie hier die eigentliche Endgleichung den vierten Grad beträchtlich übersteigen würde, den Ansprüchen, welche die Algebra bei ihrem gegenwärtigen Zustande zu machen berechtigt ist, nach meiner Meinung vollkommen genug gethan, und das Problem kann als in völliger Strenge und Allgemeinheit gelöst betrachtet werden. Bei einer solchen Auflösung wird sich, was ich für wesentlich halte, auch immer ganz von selbst sicher ergeben, ob in jedem vorliegenden besondern Falle die Aufgabe nur e i n e oder mehrere Auflösungen zulässt, was andere Verfahrungsarten nicht in demselben Maasse zu leisten im Stande sein dürften. Eine diesen Ansprüchen vollständig genügende Auflösung des Cometenproblems zu geben, ist der erste und nächste Zweck der vorliegenden Abhandlung. Zugleich lege ich dieser Auflösung nur die Voraussetzung zu Grunde, dass die Sehne der Cometenbahn zwischen dem ersten und dritten Cometenorte von dem mittleren Radius Vector des Cometen im Verhältniss der Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung geschnitten werde, beseitige also die von *Olbers* eingeführte Annahme wieder, dass dasselbe auch bei der Erdbahn der Fall sei, weil ich der Meinung bin, dass diese zweite näherungsweise Annahme bei der Gestalt, welche ich der Auflösung in dieser Abhandlung gegeben habe, unnöthig und unnütz ist, indem sie mir die Rechnung zwar einigermaassen, aber nicht so wesentlich zu erleichtern scheint, dass man nicht lieber bloss bei der obigen ersten approximativen Voraussetzung stehen bleiben sollte, werde aber dessenungeachtet zeigen, wie diese zweite näherungsweise Annahme in den der ersten entsprechen-Formeln und Gleichungen als ein besonderer Fall enthalten ist, so dass Jeder, wer will, sich ohne Weiteres auch dieser zweiten näherungsweisen Annahme bedienen kann. Ausserdem

zeige ich aber auch noch, wie sich die Aufgabe ohne jede näherungsweise Annahme, natürlich jedoch immer unter Voraussetzung der parabolischen Gestalt der Bahn, lösen lässt, und glaube zugleich die eigentlichen Gleichungen, auf welche das Problem in seiner völligen Allgemeinheit und Strenge führt, in so vollständig entwickelter Gestalt dargestellt zu haben, wie dies bis jetzt noch nicht geschehen sein dürfte. Es ist in der Astronomie gewöhnlich geworden, neuen Rechnungsmethoden immer wenigstens ein nach denselben vollständig ausgerechnetes Beispiel anzuschliessen: man wird es mir daher verzeihen, wenn ich im Folgenden meine Methode an ein Paar Cometen erproben werde, wozu ich indess absichtlich ältere Cometen gewählt habe, und zwar solche, deren Bahnen sich in den älteren klassischen, schon oben erwähnten Werken über das Cometenproblem berechnet finden, und die als schon sehr genau bekannt angenommen werden dürfen. Zugleich hoffe ich, dass sich dabei auch die *praktische* Brauchbarkeit der Methode deutlich herausstellen wird. Als einen Vorzug einer solchen Methode, wie ich im Folgenden entwickeln werde, sehe ich es nach an, dass dieselbe gar keine besondere Kunstfertigkeit des astronomischen Rechners, keinen sogenannten sichern Takt in der willkührlichen Annahme geeigneter Näherungswerthe, in der Bildung zweckmässiger Hypothesen, die allerdings öfters mit bewunderungswürdiger Leichtigkeit zum Zweck führen, u. dergl. in Anspruch nimmt. Denn nach meinen Ansichten ist es Pflicht des Mathematikers, die Auflösung jedes Problems in solcher Weise zu geben und so weit zu entwickeln, dass der Rechner, welcher von derselben praktische Anwendung zu machen unternimmt, indem bei ihm nichts weiter als Sicherheit und Fertigkeit im logarithmischen und trigonometrischen Calcul vorausgesetzt wird, so zu sagen, in ganz mechanischer Weise zu verfahren, oder fast blindlings den ihm vorgezeichneten Weg zu verfolgen braucht, ohne von demselben nach rechts oder nach links willkührlich abweichen zu dürfen.

Nach diesen vorläufigen Bemerkungen werde ich mir nun erlauben, zu der Auflösung des Problems in ihren einzelnen Theilen selbst überzugehen.

Erster Abschnitt.

Allgemeine völlig strenge Auflösung des Cometenproblems.

§ 1.

Grösserer Deutlichkeit wegen, wollen wir mit einigen allgemeinen analytisch-geometrischen Betrachtungen, ohne unmittelbare Beziehung auf das Cometenproblem, beginnen, und zu dem Ende uns zuerst eine beliebige gerade Linie im Raume denken, deren Gleichungen in Bezug auf ein gewisses rechtwinkliges Coordinatensystem der xyz

$$\frac{x-a}{\cos\varkappa}=\frac{y-b}{\cos\lambda}=\frac{z-c}{\cos\mu}$$

sein mögen. Beschreiben wir nun aus dem Anfang der Coordinaten als Mittelpunkt mit dem Halbmesser r eine Kugelfläche, und bezeichnen die Coordinaten der Durchschnittspunkte dieser Kugelfläche mit der durch die obigen Gleichungen charakterisirten geraden Linie im Raume der Kürze wegen mit x, y, z selbst, so haben wir zur Bestimmung dieser Coordinaten die drei folgenden Gleichungen:

$$x^2+y^2+z^2=r^2,$$

$$\frac{x-a}{\cos\varkappa}=\frac{y-b}{\cos\lambda}=\frac{z-c}{\cos\mu};$$

oder, wie man diese Gleichungen auch schreiben kann:

$$\{(x-a)+a\}^2+\{(y-b)+b\}^2+\{(z-c)+c\}^2=r^2,$$

$$\frac{x-a}{\cos\varkappa}=\frac{y-b}{\cos\lambda}=\frac{z-c}{\cos\mu}.$$

Aus den zwei letzten Gleichungen ergiebt sich:

$$y-b=\frac{\cos\lambda}{\cos\varkappa}(x-a),\quad z-c=\frac{\cos\mu}{\cos\varkappa}(x-a);$$

also durch Substitution in die erste Gleichung:

$$\{a+(x-a)\}^2+\{b+\frac{\cos\lambda}{\cos\varkappa}(x-a)\}^2+\{c+\frac{\cos\mu}{\cos\varkappa}(x-a)\}^2=r^2,$$

und folglich mit Rücksicht auf die bekannte Gleichung

$$\cos\varkappa^2+\cos\lambda^2+\cos\mu^2=1,$$

nach gehöriger Entwickelung:

$$a^2+b^2+c^2+2(a\cos\varkappa+b\cos\lambda+c\cos\mu)\frac{x-a}{\cos\varkappa}+\left(\frac{x-a}{\cos\varkappa}\right)^2=r^2$$

oder

$$\left(\frac{x-a}{\cos\varkappa}\right)^2+2(a\cos\varkappa+b\cos\lambda+c\cos\mu)\frac{x-a}{\cos\varkappa}=r^2-(a^2+b^2+c^2).$$

Löst man diese quadratische Gleichung auf gewöhnliche Weise auf, und setzt der Kürze wegen:

$$A = a\cos\varkappa + b\cos\lambda + c\cos\mu,$$
$$B^2 = a^2 + b^2 + c^2 - (a\cos\varkappa + b\cos\lambda + c\cos\mu)^2;$$

so erhält man:

$$\frac{x-a}{\cos\varkappa} = -A \pm \sqrt{(r^2-B^2)}.$$

Also ist nach dem Obigen überhaupt:

$$\frac{x-a}{\cos\varkappa} = \frac{y-b}{\cos\lambda} = \frac{z-c}{\cos\mu} = -A \pm \sqrt{(r^2-B^2)},$$

oder, mit Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander:

$$x = a - (A \mp \sqrt{(r^2-B^2)})\cos\varkappa,$$
$$y = b - (A \mp \sqrt{(r^2-B^2)})\cos\lambda.$$
$$z = c - (A \mp \sqrt{(r^2-B^2)})\cos\mu.$$

Die Grösse

$$B^2 = a^2 + b^2 + c^2 - (a\cos\varkappa + b\cos\lambda + c\cos\mu)^2$$

kann auch auf folgende Art ausgedrückt werden:

$$B^2 = a^2\sin\varkappa^2 + b^2\sin\lambda^2 + c^2\sin\mu^2$$
$$-2(ab\cos\varkappa\cos\lambda + bc\cos\lambda\cos\mu + ca\cos\mu\cos\varkappa);$$

oder auch auf folgende Art:

$$B^2 = a^2(\cos\lambda^2 + \cos\mu^2) + b^2(\cos\mu^2 + \cos\varkappa^2) + c^2(\cos\varkappa^2 + \cos\lambda^2)$$
$$-2(ab\cos\varkappa\cos\lambda + bc\cos\lambda\cos\mu + ca\cos\mu\cos\varkappa),$$

wobei man wieder die Gleichung

$$\cos\varkappa^2 + \cos\lambda^2 + \cos\mu^2 = 1$$

zu berücksichtigen hat; oder endlich, wie hieraus auf der Stelle folgt, auch auf folgende Art:

$$B^2 = (a\cos\lambda - b\cos\varkappa)^2 + (b\cos\mu - c\cos\lambda)^2 + (c\cos\varkappa - a\cos\mu)^2,$$

woraus zugleich erhellet, dass B^2 immer eine positive Grösse, also B stets reell ist.

Möglich ist unsere Aufgabe nur dann, wenn $r^2 \overline{\gtrless} B^2$, d. h, wie leicht aus den Principien der analytischen Geometrie geschlossen wird, wenn der Halbmesser der zu beschreibenden Kugelfläche nicht kleiner als die Entfernung des Anfangs der Coordinaten von der gegebenen geraden Linie im Raume ist, was sich auch von selbst versteht. B^2 ist nämlich nach den Lehren der analytischen Geometrie das Quadrat des von dem Anfange der Coordinaten auf die gegebene gerade Linie im Raume gefällten Perpendikels.

Ferner wollen wir uns drei gerade Linien im Raume denken, deren Gleichungen, in Bezug auf dasselbe vorher zu Grunde gelegte Coordinatensystem,

$$\frac{x-a_1}{\cos\varkappa_1} = \frac{y-b_1}{\cos\lambda_1} = \frac{z-c_1}{\cos\mu_1},$$
$$\frac{x-a_2}{\cos\varkappa_2} = \frac{y-b_2}{\cos\lambda_2} = \frac{z-c_2}{\cos\mu_2},$$
$$\frac{x-a_3}{\cos\varkappa_3} = \frac{y-b_3}{\cos\lambda_3} = \frac{z-c_3}{\cos\mu_3},$$

sein mögen. Denken wir uns dann aus dem Anfange der Coordinaten als Mittelpunkt mit den Halbmessern r_1, r_2, r_3 drei Kugelflächen beschrieben, welche die drei vorhergehenden geraden Linien respective in den Punkten $(x_1y_1z_1)$, $(x_2y_2z_2)$, $(x_3y_3z_3)$ schneiden; so haben wir, wenn

$$A_1 = a_1\cos\varkappa_1 + b_1\cos\lambda_1 + c_1\cos\mu_1,$$
$$A_2 = a_2\cos\varkappa_2 + b_2\cos\lambda_2 + c_2\cos\mu_2,$$
$$A_3 = a_3\cos\varkappa_3 + b_3\cos\lambda_3 + c_3\cos\mu_3,$$

und

$$B_1^2 = a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 - (a_1\cos\varkappa_1 + b_1\cos\lambda_1 + c_1\cos\mu_1)^2$$
$$= (a_1\cos\lambda_1 - b_1\cos\varkappa_1)^2 + (b_1\cos\mu_1 - c_1\cos\lambda_1)^2 + (c_1\cos\varkappa_1 - a_1\cos\mu_1)^2,$$
$$B_2^2 = a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 - (a_2\cos\varkappa_2 + b_2\cos\lambda_2 + c_2\cos\mu_2)^2$$
$$= (a_2\cos\lambda_2 - b_2\cos\varkappa_2)^2 + (b_2\cos\mu_2 - c_2\cos\lambda_2)^2 + (c_2\cos\varkappa_2 - a_2\cos\mu_2)^2,$$
$$B_3^2 = a_3^2 + b_3^2 + c_3^2 - (a_3\cos\varkappa_3 + b_3\cos\lambda_3 + c_3\cos\mu_3)^2$$
$$= (a_3\cos\lambda_3 - b_3\cos\varkappa_3)^2 + (b_3\cos\mu_3 - c_3\cos\lambda_3)^2 + (c_3\cos\varkappa_3 - a_3\cos\mu_3)^2$$

gesetzt wird, nach dem Obigen die folgenden Gleichungen, in denen, was wohl zu beachten ist, eine Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander nicht stattfinden soll:

$$\frac{x_1-a_1}{\cos\varkappa_1} = \frac{y_1-b_1}{\cos\lambda_1} = \frac{z_1-c_1}{\cos\mu_1} = -A_1 \pm \sqrt{(r_1^2-B_1^2)},$$
$$\frac{x_2-a_2}{\cos\varkappa_2} = \frac{y_2-b_2}{\cos\lambda_2} = \frac{z_2-c_2}{\cos\mu_2} = -A_2 \pm \sqrt{(r_2^2-B_2^2)},$$
$$\frac{x_3-a_3}{\cos\varkappa_3} = \frac{y_3-b_3}{\cos\lambda_3} = \frac{z_3-c_3}{\cos\mu_3} = -A_3 \pm \sqrt{(r_3^2-B_3^2)}.$$

Um in der Folge nicht verleitet zu werden, auch in diesen Gleichungen, wie sonst in ähnlichen Fällen durchgängig gewöhnlich ist, eine Beziehung zwischen den oberen und unteren Zeichen vorauszusetzen, wollen wir dieselben von jetzt an auf folgende Art schreiben:

$$\frac{x_1-a_1}{\cos\varkappa_1} = \frac{y_1-b_1}{\cos\lambda_1} = \frac{z_1-c_1}{\cos\mu_1} = -A_1 + \sqrt{(r_1^2-B_1^2)},$$
$$\frac{x_2-a_2}{\cos\varkappa_2} = \frac{y_2-b_2}{\cos\lambda_2} = \frac{z_2-c_2}{\cos\mu_2} = -A_2 + \sqrt{(r_2^2-B_2^2)},$$
$$\frac{x_3-a_3}{\cos\varkappa_3} = \frac{y_3-b_3}{\cos\lambda_3} = \frac{z_3-c_3}{\cos\mu_3} = -A_3 + \sqrt{(r_3^2-B_3^2)},$$

dabei aber, was man wohl zu beachten hat, stets festhalten, dass die Quadratwurzeln in diesen Formeln, auf ganz beliebige Weise, sowohl positiv, als auch negativ, genommen werden können. Setzen wir, dies vorausgesetzt:

$$u_1 = -A_1 + \sqrt{(r_1{}^2 - B_1{}^2)},$$
$$u_2 = -A_2 + \sqrt{(r_2{}^2 - B_2{}^2)},$$
$$u_3 = -A_3 + \sqrt{(r_3{}^2 - B_3{}^2)},$$

so werden die obigen Gleichungen:

$$\frac{x_1 - a_1}{\cos\varkappa_1} = \frac{y_1 - b_1}{\cos\lambda_1} = \frac{z_1 - c_1}{\cos\mu_1} = u_1,$$
$$\frac{x_2 - a_2}{\cos\varkappa_2} = \frac{y_2 - b_2}{\cos\lambda_2} = \frac{z_2 - c_2}{\cos\mu_2} = u_2,$$
$$\frac{x_3 - a_3}{\cos\varkappa_3} = \frac{y_3 - b_3}{\cos\lambda_3} = \frac{z_3 - c_3}{\cos\mu_3} = u_3;$$

und aus diesen Gleichungen ergeben sich für die Coordinaten x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 die folgenden Ausdrücke:

$$x_1 = a_1 + u_1\cos\varkappa_1,\quad y_1 = b_1 + u_1\cos\lambda_1,\quad z_1 = c_1 + u_1\cos\mu_1;$$
$$x_2 = a_2 + u_2\cos\varkappa_2,\quad y_2 = b_2 + u_2\cos\lambda_2,\quad z_2 = c_2 + u_2\cos\mu_2;$$
$$x_3 = a_3 + u_3\cos\varkappa_3,\quad y_3 = b_3 + u_3\cos\lambda_3,\quad z_3 = c_3 + u_3\cos\mu_3.$$

Sollen nun die Punkte $(x_1 y_1 z_1)$, $(x_2 y_2 z_2)$, $(x_3 y_3 z_3)$ mit dem Anfange der Coordinaten in einer und derselben Ebene liegen, so erfordert dies nach den Lehren der analytischen Geometrie bekanntlich die Erfüllung der folgenden Bedingungsgleichung:

$$(x_2 y_3 - x_3 y_2) z_1 + (x_3 y_1 - x_1 y_3) z_2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1) z_3 = 0.$$

Setzen wir aber, was offenbar verstattet ist, $c_1 = 0$, $c_2 = 0$, $c_3 = 0$, wo nun $(a_1 b_1)$, $(a_2 b_2)$, $(a_3 b_3)$ die Durchschnittspunkte der drei gegebenen geraden Linie mit der Ebene der xy sind; so erhält nach leichter Rechnung die obige Bedingungsgleichung folgende Gestalt:

$$\begin{aligned}0 = {} & (a_2 b_3 - a_3 b_2)\cos\mu_1 . u_1 \\ & + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\cos\mu_2 . u_2 \\ & + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\cos\mu_3 . u_3 \\ & + \left\{\begin{array}{l} a_3(\cos\lambda_1\cos\mu_2 - \cos\lambda_2\cos\mu_1) \\ -b_3(\cos\varkappa_1\cos\mu_2 - \cos\varkappa_2\cos\mu_1)\end{array}\right\} u_1 u_2 \\ & + \left\{\begin{array}{l} a_1(\cos\lambda_2\cos\mu_3 - \cos\lambda_3\cos\mu_2) \\ -b_1(\cos\varkappa_2\cos\mu_3 - \cos\varkappa_3\cos\mu_2)\end{array}\right\} u_2 u_3 \\ & + \left\{\begin{array}{l} a_2(\cos\lambda_3\cos\mu_1 - \cos\lambda_1\cos\mu_3) \\ -b_2(\cos\varkappa_3\cos\mu_1 - \cos\varkappa_1\cos\mu_3)\end{array}\right\} u_3 u_1 \\ & + \left\{\begin{array}{l} (\cos\varkappa_2\cos\lambda_3 - \cos\varkappa_3\cos\lambda_2)\cos\mu_1 \\ +(\cos\varkappa_3\cos\lambda_1 - \cos\varkappa_1\cos\lambda_3)\cos\mu_2 \\ +(\cos\varkappa_1\cos\lambda_2 - \cos\varkappa_2\cos\lambda_1)\cos\mu_3\end{array}\right\} u_1 u_2 u_3.\end{aligned}$$

Der Kürze wegen wollen wir im Folgenden

$$\mathfrak{A}_1 = (a_2 b_3 - a_3 b_2)\cos\mu_1,$$
$$\mathfrak{B}_1 = (a_3 b_1 - a_1 b_3)\cos\mu_2,$$
$$\mathfrak{C}_1 = (a_1 b_2 - a_2 b_1)\cos\mu_3;$$
$$\mathfrak{D}_1 = \left\{\begin{array}{l} a_3(\cos\lambda_1\cos\mu_2 - \cos\lambda_2\cos\mu_1) \\ -b_3(\cos\varkappa_1\cos\mu_2 - \cos\varkappa_2\cos\mu_1),\end{array}\right.$$
$$\mathfrak{E}_1 = \left\{\begin{array}{l} a_1(\cos\lambda_2\cos\mu_3 - \cos\lambda_3\cos\mu_2) \\ -b_1(\cos\varkappa_2\cos\mu_3 - \cos\varkappa_3\cos\mu_2),\end{array}\right.$$
$$\mathfrak{F}_1 = \left\{\begin{array}{l} a_2(\cos\lambda_3\cos\mu_1 - \cos\lambda_1\cos\mu_3) \\ -b_2(\cos\varkappa_3\cos\mu_1 - \cos\varkappa_1\cos\mu_3);\end{array}\right.$$
$$\mathfrak{G}_1 = \left\{\begin{array}{l} (\cos\varkappa_2\cos\lambda_3 - \cos\varkappa_3\cos\lambda_2)\cos\mu_1 \\ +(\cos\varkappa_3\cos\lambda_1 - \cos\varkappa_1\cos\lambda_3)\cos\mu_2 \\ +(\cos\varkappa_1\cos\lambda_2 - \cos\varkappa_2\cos\lambda_1)\cos\mu_3\end{array}\right.$$

setzen; dann wird die obige zwischen den Grössen u_1, u_2, u_3 Statt findende Bedingungsgleichung:

$$\mathfrak{A}_1 u_1 + \mathfrak{B}_1 u_2 + \mathfrak{C}_1 u_3 + \mathfrak{D}_1 u_1 u_2 + \mathfrak{E}_1 u_2 u_3 + \mathfrak{F}_1 u_3 u_1 + \mathfrak{G}_1 u_1 u_2 u_3 = 0.$$

§ 2.

Den Anfang der xyz wollen wir jetzt in den Mittelpunkt der Sonne legen, und wollen die Ebene der Ekliptik als Ebene der xy annehmen. Durch den Mittelpunkt der Erde legen wir ferner ein zweites rechtwinkliges, dem Systeme der xyz paralleles Coordinatensystem der $\mathfrak{x}\mathfrak{y}\mathfrak{z}$, wo also die Ebene der $\mathfrak{x}\mathfrak{y}$ ebenfalls mit der Ebene der Ekliptik zusammenfällt. Der positive Theil der Axe der $\mathfrak{x}$ sei von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Frühlingspunkte als dem Nullpunkte der geocentrischen Längen, und der positive Theil der Axe der $\mathfrak{y}$ sei von dem Mittelpunkte der Erde nach dem neunzigsten Grade der geocentrischen Längen hin gerichtet; der positive Theil der Axe der $\mathfrak{z}$ gehe von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Nordpole der Ekliptik. Wie in dem Systeme der xyz, welches dem Systeme der $\mathfrak{x}\mathfrak{y}\mathfrak{z}$ parallel ist, die positiven Theile der drei Axen der x, y, z zu nehmen sind, ist hieraus von selbst klar, weil es bei analytisch-geometrischen Betrachtungen, wenn nicht ausdrücklich etwas Anderes bemerkt wird, allgemein gebräuchlich ist, in parallelen Coordinatensystemen die positiven und negativen Theile der einander parallelen gleichnamigen Axen von den entsprechenden Anfangspunkten an immer nach denselben Seiten hin zu nehmen.

Die im Vorhergehenden (§ 1.) durch die Gleichungen

$$\frac{x - a}{\cos\varkappa} = \frac{y - b}{\cos\lambda} = \frac{z}{\cos\mu}$$

charakterisirte gerade Linie sei eine von dem Mittelpunkte der Erde in dem Punkte (ab) ihrer Bahn in dem Zeitmomente t nach einem Cometen gezogene Gesichtslinie. Die beobachtete, oder wenigstens aus Beobachtungen abgeleitete, geocentrische Länge und Breite des Cometen in dem Zeitmomente t seien α, β, und in demselben Zeitmomente sei L die geocentrische Länge der Sonne, und R der Radius Vector derselben, welche zwei letzteren Elemente aus den astronomischen Tafeln oder Ephemeriden zu entnehmen sind. Ist dann noch ρ die sogenannte curtirte, d. h. die auf die Ebene der Ekliptik projicirte

Entfernung des Cometen von dem Mittelpunkte der Erde, so sind

$$\rho \cos\alpha,\quad \rho \sin\alpha,\quad \rho \tan\beta$$

dessen Coordinaten im Systeme der $\mathfrak{x}\mathfrak{y}\mathfrak{z}$ zur Zeit t. In diesem Systeme der $\mathfrak{x}\mathfrak{y}\mathfrak{z}$ haben die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde in dem Zeitmomente t nach dem Cometen gezogenen Gesichtslinie die nachstehende Form:

$$\mathfrak{x} = M\mathfrak{z},\quad \mathfrak{y} = N\mathfrak{z};$$

und es ist daher nach dem Vorhergehenden:

$$\rho\cos\alpha = M\rho\tan\beta,\quad \rho\sin\alpha = N\rho\tan\beta;$$

woraus sich

$$M = \cos\alpha\cot\beta,\quad N = \sin\alpha\cot\beta$$

ergiebt, so dass also

$$\mathfrak{x} = \mathfrak{z}\cos\alpha\cot\beta,\quad \mathfrak{y} = \mathfrak{z}\sin\alpha\cot\beta$$

die Gleichungen der zur Zeit t von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen Gesichtslinie im Systeme der $\mathfrak{x}\mathfrak{y}\mathfrak{z}$ sind.

Die Coordinaten der Sonne im Systeme der $\mathfrak{x}\mathfrak{y}\mathfrak{z}$ zur Zeit t sind:

$$R\cos L,\quad R\sin L,\quad 0;$$

und zwischen den Coordinaten eines und desselben Punktes in den Systemen der xyz und $\mathfrak{x}\mathfrak{y}\mathfrak{z}$ finden daher nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten die folgenden Beziehungen Statt:

$$\mathfrak{x} = R\cos L + x,\quad \mathfrak{y} = R\sin L + y,\quad \mathfrak{z} = z;$$

also sind nach dem Obigen

$$R\cos L + x = z\cos\alpha\cot\beta,$$
$$R\sin L + y = z\sin\alpha\cot\beta$$

die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde in dem Zeitmomente t nach dem Cometen gezogenen Gesichtslinie in dem Systeme der xyz.

Bringt man, um diese Gleichungen mit den Gleichungen

$$\frac{x-a}{\cos\varkappa} = \frac{y-b}{\cos\lambda} = \frac{z}{\cos\mu}$$

der nämlichen geraden Linie in demselben Systeme zu vergleichen, dieselben auf die Form:

$$x = z\cos\alpha\cot\beta - R\cos L,$$
$$y = z\sin\alpha\cot\beta - R\sin L;$$

und die vorhergehenden Gleichungen auf die Form:

$$x = \frac{\cos\varkappa}{\cos\mu}z + a,$$
$$y = \frac{\cos\lambda}{\cos\mu}z + b;$$

so ergiebt sich auf der Stelle:

$$a = -R\cos L,\quad b = -R\sin L;$$

und

$$\frac{\cos\varkappa}{\cos\mu} = \cos\alpha\cot\beta,\quad \frac{\cos\lambda}{\cos\mu} = \sin\alpha\cot\beta.$$

Verbindet man aber mit diesen zwei letzten Gleichungen noch die bekannte Gleichung

$$\cos\varkappa^2 + \cos\lambda^2 + \cos\mu^2 = 1,$$

so erhält man

$$(1 + \cos\alpha^2\cot\beta^2 + \sin\alpha^2\cot\beta^2)\cos\mu^2 = 1,$$

also

$$(1 + \cot\beta^2)\cos\mu^2 = \operatorname{cosec}\beta^2\cos\mu^2 = 1,$$

woraus

$$\cos\mu^2 = \sin\beta^2,\quad \cos\mu = \pm\sin\beta;$$

und daher nach dem Obigen mit Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander überhaupt

$$\cos\varkappa = \pm\cos\alpha\cos\beta,$$
$$\cos\lambda = \pm\sin\alpha\cos\beta,$$
$$\cos\mu = \pm\sin\beta$$

folgt. Mittelst einer einfachen Betrachtung überzeugt man sich aber auf der Stelle, dass, wenn man nur, wie sich von selbst versteht, nördliche Breiten positiv, südliche Breiten negativ nimmt, wobei bekanntlich absolut die Breiten nicht grösser als 90° genommen werden, in völliger Allgemeinheit

$$\cos\mu = \sin\beta$$

ist, woraus sich ergiebt, dass in den drei obigen Gleichungen überhaupt die oberen Zeichen zu nehmen sind, und daher allgemein

$$\cos\varkappa = \cos\alpha\cos\beta,$$
$$\cos\lambda = \sin\alpha\cos\beta,$$
$$\cos\mu = \sin\beta$$

gesetzt werden muss, was sich auch auf andere Weise leicht übersehen lässt.

§ 3.

Wir wollen nun annehmen, dass der Comet zu den Zeiten

$$t_1,\ t_2,\ t_3$$

die wir nach ihrer Grösse aufsteigend geordnet annehmen, aus den diesen Zeiten entsprechenden Erdörtern

$$(a_1 b_1),\ (a_2 b_2),\ (a_3 b_3)$$

dreimal beobachtet worden sei, und dass seine geocentrischen Längen und Breiten zu denselben Zeiten respective

$$\alpha_1,\ \beta_1;\quad \alpha_2,\ \beta_2;\quad \alpha_3,\ \beta_3$$

seien. Die den nämlichen Zeiten entsprechenden geocentrischen Längen und die Vectoren der Sonne, welche aus den astronomischen Tafeln oder Ephemeriden zu entnehmen sind, seien respective

$$L_1,\ L_2,\ L_3 \text{ und } R_1,\ R_2,\ R_3.$$

Dies vorausgesetzt, ist nach § 2.:

$$a_1 = -R_1\cos L_1,\quad b_1 = -R_1\sin L_1;$$
$$a_2 = -R_2\cos L_2,\quad b_2 = -R_2\sin L_2;$$
$$a_3 = -R_3\cos L_3,\quad b_3 = -R_3\sin L_3;$$

also, wie man leicht findet:

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = -R_1 R_2 \sin(L_1 - L_2),$$
$$a_2 b_3 - a_3 b_2 = -R_2 R_3 \sin(L_2 - L_3),$$
$$a_3 b_1 - a_1 b_3 = -R_3 R_1 \sin(L_3 - L_1).$$

Ferner ist nach § 2.:

$$\cos\varkappa_1 = \cos\alpha_1 \cos\beta_1,\quad \cos\varkappa_2 = \cos\alpha_2 \cos\beta_2,\quad \cos\varkappa_3 = \cos\alpha_3 \cos\beta_3;$$
$$\cos\lambda_1 = \sin\alpha_1 \cos\beta_1,\quad \cos\lambda_2 = \sin\alpha_2 \cos\beta_2,\quad \cos\lambda_3 = \sin\alpha_3 \cos\beta_3;$$
$$\cos\mu_1 = \sin\beta_1,\quad \cos\mu_2 = \sin\beta_2,\quad \cos\mu_3 = \sin\beta_3;$$

also nach § 1., wie man, mit Berücksichtigung, dass $c_1 = 0$, $c_2 = 0$, $c_3 = 0$ ist, leicht findet:

$$A_1 = -R_1 \cos(\alpha_1 - L_1) \cos\beta_1,$$
$$A_2 = -R_2 \cos(\alpha_2 - L_2) \cos\beta_2,$$
$$A_3 = -R_3 \cos(\alpha_3 - L_3) \cos\beta_3;$$

und

$$B_1^2 = R_1^2 \{1 - \cos(\alpha_1 - L_1)^2 \cos\beta_1^2\},$$
$$B_2^2 = R_2^2 \{1 - \cos(\alpha_2 - L_2)^2 \cos\beta_2^2\},$$
$$B_3^2 = R_3^2 \{1 - \cos(\alpha_3 - L_3)^2 \cos\beta_3^2\};$$

woraus sich auf der Stelle die Relationen:

$$A_1^2 + B_1^2 = R_1^2,$$
$$A_2^2 + B_2^2 = R_2^2,$$
$$A_3^2 + B_3^2 = R_3^2$$

ergeben.

Wieder ist nach § 1. und dem Obigen:

$$x_1 = -R_1 \cos L_1 + u_1 \cos\alpha_1 \cos\beta_1,$$
$$y_1 = -R_1 \sin L_1 + u_1 \sin\alpha_1 \cos\beta_1,$$
$$z_1 = u_1 \sin\beta_1;$$

$$x_2 = -R_2 \cos L_2 + u_2 \cos\alpha_2 \cos\beta_2,$$
$$y_2 = -R_2 \sin L_2 + u_2 \sin\alpha_2 \cos\beta_2,$$
$$z_2 = u_2 \sin\beta_2;$$

$$x_3 = -R_3 \cos L_3 + u_3 \cos\alpha_3 \cos\beta_3,$$
$$y_3 = -R_3 \sin L_3 + u_3 \sin\alpha_3 \cos\beta_3,$$
$$z_3 = u_3 \sin\beta_3.$$

Aus den drei Gleichungen

$$z_1 = u_1 \sin\beta_1,\quad z_2 = u_2 \sin\beta_2,\quad z_3 = u_3 \sin\beta_3$$

ergiebt sich auf der Stelle, dass die drei durch u_1, u_2, u_3 bezeichneten Grössen die Entfernungen des Cometen von dem Mittelpunkte der Erde zu den Zeiten t_1, t_2, t_3 sind.

Mittelst der drei aus § 1. bekannten Gleichungen

$$u_1 = -A_1 + \sqrt{(r_1^2 - B_1^2)},$$
$$u_2 = -A_2 + \sqrt{(r_2^2 - B_2^2)},$$
$$u_3 = -A_3 + \sqrt{(r_3^2 - B_3^2)};$$

in denen nach § 1. bekanntlich alle Quadratwurzeln beliebig positiv und negativ genommen werden können, erhält man auf der Stelle für die den Zeiten t_1, t_2, t_3 entsprechenden Entfernungen r_1, r_2, r_3 des Cometen von der Sonne die folgenden Ausdrücke:

$$r_1 = \sqrt{((A_1 + u_1)^2 + B_1^2)},$$
$$r_2 = \sqrt{((A_2 + u_2)^2 + B_2^2)},$$
$$r_3 = \sqrt{((A_3 + u_3)^2 + B_3^2)};$$

wo natürlich alle Quadratwurzeln bloss positiv zu nehmen sind.

Bezeichnen wir die Sehnen oder Chorden, welche, der Zeitfolge nach, den ersten und zweiten, den zweiten u. dritten, den dritten und ersten Cometenort mit einander verbinden, respective durch

$$C_{1\cdot 2},\quad C_{2\cdot 3},\quad C_{3\cdot 1};$$

so ist nach den Lehren der analytischen Geometrie:

$$C_{1\cdot 2} = \sqrt{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2)},$$
$$C_{2\cdot 3} = \sqrt{((x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2)},$$
$$C_{3\cdot 1} = \sqrt{((x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2)};$$

also, wenn man die obigen Ausdrücke der Coordinaten einführt:

$$\begin{aligned}
C^2_{1\cdot 2} = {} & R_1^2 + R_2^2 - 2 R_1 R_2 \cos(L_1 - L_2) \\
& - 2\{R_1 \cos(\alpha_1 - L_1) - R_2 \cos(\alpha_1 - L_2)\} \cos\beta_1 \cdot u_1 \\
& - 2\{R_2 \cos(\alpha_2 - L_2) - R_1 \cos(\alpha_2 - L_1)\} \cos\beta_2 \cdot u_2 \\
& - 2\{\sin\beta_1 \sin\beta_2 + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos\beta_1 \cos\beta_2\} u_1 u_2 + u_1^2 + u_2^2, \\
C^2_{2\cdot 3} = {} & R_2^2 + R_3^2 - 2 R_2 R_3 \cos(L_2 - L_3) \\
& - 2\{R_2 \cos(\alpha_2 - L_2) - R_3 \cos(\alpha_2 - L_3)\} \cos\beta_2 \cdot u_2 \\
& - 2\{R_3 \cos(\alpha_3 - L_3) - R_2 \cos(\alpha_3 - L_2)\} \cos\beta_3 \cdot u_3 \\
& - 2\{\sin\beta_2 \sin\beta_3 + \cos(\alpha_2 - \alpha_3) \cos\beta_2 \cos\beta_3\} u_2 u_3 + u_2^2 + u_3^2, \\
C^2_{3\cdot 1} = {} & R_3^2 + R_1^2 - 2 R_3 R_1 \cos(L_3 - L_1) \\
& - 2\{R_3 \cos(\alpha_3 - L_3) - R_1 \cos(\alpha_3 - L_1)\} \cos\beta_3 \cdot u_3 \\
& - 2\{R_1 \cos(\alpha_1 - L_1) - R_3 \cos(\alpha_1 - L_3)\} \cos\beta_1 \cdot u_1 \\
& - 2\{\sin\beta_3 \sin\beta_1 + \cos(\alpha_3 - \alpha_1) \cos\beta_3 \cos\beta_1\} u_3 u_1 + u_3^2 + u_1^2.
\end{aligned}$$

Dass in diesen Formeln die Grössen

$$R_1^2 + R_2^2 - 2 R_1 R_2 \cos(L_1 - L_2),$$
$$R_2^2 + R_3^2 - 2 R_2 R_3 \cos(L_2 - L_3),$$
$$R_3^2 + R_1^2 - 2 R_3 R_1 \cos(L_3 - L_1)$$

die Quadrate der Chorden der Erdbahn sind, erhellet auf der Stelle.

Endlich findet man leicht mittelst des Obigen:

$$\mathfrak{A}_1 = - R_2 R_3 \sin(L_2 - L_3) \sin\beta_1,$$
$$\mathfrak{B}_1 = - R_3 R_1 \sin(L_3 - L_1) \sin\beta_2,$$
$$\mathfrak{C}_1 = - R_1 R_2 \sin(L_1 - L_2) \sin\beta_3;$$
$$\mathfrak{D}_1 = R_3 \cos\beta_1 \cos\beta_2 \{\tang\beta_1 \sin(\alpha_2 - L_3) - \tang\beta_2 \sin(\alpha_1 - L_3)\},$$
$$\mathfrak{E}_1 = R_1 \cos\beta_2 \cos\beta_3 \{\tang\beta_2 \sin(\alpha_3 - L_1) - \tang\beta_3 \sin(\alpha_2 - L_1)\},$$
$$\mathfrak{F}_1 = R_2 \cos\beta_3 \cos\beta_1 \{\tang\beta_3 \sin(\alpha_1 - L_2) - \tang\beta_1 \sin(\alpha_3 - L_2)\},$$
$$\mathfrak{G}_1 = - \cos\beta_1 \cos\beta_2 \cos\beta_3 \{\tang\beta_1 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) + \tang\beta_2 \sin(\alpha_3 - \alpha_1) + \tang\beta_3 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)\}.$$

Setzen wir der Kürze wegen:

$$\mathfrak{A}_{1,2} = R_1^2 + R_2^2 - 2 R_1 R_2 \cos(L_1 - L_2),$$
$$\mathfrak{A}_{2,3} = R_2^2 + R_3^2 - 2 R_2 R_3 \cos(L_2 - L_3),$$
$$\mathfrak{A}_{3,1} = R_3^2 + R_1^2 - 2 R_3 R_1 \cos(L_3 - L_1);$$
$$\mathfrak{B}_{1,2} = \{R_1 \cos(\alpha_1 - L_1) - R_2 \cos(\alpha_1 - L_2)\} \cos\beta_1,$$
$$\mathfrak{B}_{2,3} = \{R_2 \cos(\alpha_2 - L_2) - R_3 \cos(\alpha_2 - L_3)\} \cos\beta_2,$$
$$\mathfrak{B}_{3,1} = \{R_3 \cos(\alpha_3 - L_3) - R_1 \cos(\alpha_3 - L_1)\} \cos\beta_3;$$
$$\mathfrak{C}_{1,2} = \{R_2 \cos(\alpha_2 - L_2) - R_1 \cos(\alpha_2 - L_1)\} \cos\beta_2,$$
$$\mathfrak{C}_{2,3} = \{R_3 \cos(\alpha_3 - L_3) - R_2 \cos(\alpha_3 - L_2)\} \cos\beta_3,$$
$$\mathfrak{C}_{3,1} = \{R_1 \cos(\alpha_1 - L_1) - R_3 \cos(\alpha_1 - L_3)\} \cos\beta_1;$$
$$\mathfrak{D}_{1,2} = \sin\beta_1 \sin\beta_2 + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos\beta_1 \cos\beta_2,$$
$$\mathfrak{D}_{2,3} = \sin\beta_2 \sin\beta_3 + \cos(\alpha_2 - \alpha_3) \cos\beta_2 \cos\beta_3,$$
$$\mathfrak{D}_{3,1} = \sin\beta_3 \sin\beta_1 + \cos(\alpha_3 - \alpha_1) \cos\beta_3 \cos\beta_1;$$

so ist nach dem Obigen

$$C^2_{1,2} = \mathfrak{A}_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2} u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2} u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2} u_1 u_2 + u_1^2 + u_2^2,$$
$$C^2_{2,3} = \mathfrak{A}_{2,3} - 2\mathfrak{B}_{2,3} u_2 - 2\mathfrak{C}_{2,3} u_3 - 2\mathfrak{D}_{2,3} u_2 u_3 + u_2^2 + u_3^2,$$
$$C^2_{3,1} = \mathfrak{A}_{3,1} - 2\mathfrak{B}_{3,1} u_3 - 2\mathfrak{C}_{3,1} u_1 - 2\mathfrak{D}_{3,1} u_3 u_1 + u_3^2 + u_1^2.$$

Der Kürze wegen werden wir im Folgenden auch noch

$$S_{1,2} = r_1 + r_2, \quad S_{2,3} = r_2 + r_3, \quad S_{3,1} = r_3 + r_1;$$
$$\tau_{1,2} = t_2 - t_1, \quad \tau_{2,3} = t_3 - t_2, \quad \tau_{3,1} = t_3 - t_1$$

setzen.

§ 4.

Wenden wir nun das Vorhergehende auf die Bestimmung der Cometenbahn an, so liefert zuvörderst die Bedingung, dass die drei Cometenörter in einer und derselben durch den Mittelpunkt der Sonne, welchen wir im Vorhergehenden als Anfang der Coordinaten angenommen haben, gehenden Ebene liegen müssen, uns nach § 1. die folgende Gleichung:

$$\mathfrak{A}_1 u_1 + \mathfrak{B}_1 u_2 + \mathfrak{C}_1 u_3 + \mathfrak{D}_1 u_1 u_2 + \mathfrak{E}_1 u_2 u_3 + \mathfrak{F}_1 u_3 u_1 + \mathfrak{G}_1 u_1 u_2 u_3 = 0.$$

Ferner geben uns die Gesetze der Bewegung der Weltkörper um die Sonne im vorliegenden Falle, wo wir die Cometenbahn als parabolisch annehmen, mit Rücksicht auf die *Lambert*sche Gleichung, wenn wir durch K die aus der Astronomie hinreichend bekannte Constante bezeichnen, deren Logarithmus den folgenden numerischen Werth hat:

$$\log K = 0{,}9862673;$$

und der Kürze wegen

$$G_{1,2} = \frac{\tau_{1,2}}{K}, \quad G_{2,3} = \frac{\tau_{2,3}}{K}, \quad G_{3,1} = \frac{\tau_{3,1}}{K}$$

setzen, die drei nachstehenden Gleichungen:

$$(S_{1,2} + C_{1,2})^{\frac{3}{2}} - (S_{1,2} - C_{1,2})^{\frac{3}{2}} = G_{1,2},$$
$$(S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{3}{2}} = G_{2,3},$$
$$(S_{3,1} + C_{3,1})^{\frac{3}{2}} - (S_{3,1} - C_{3,1})^{\frac{3}{2}} = G_{3,1}.$$

Endlich liefert uns die Bedingung, dass die drei Cometenörter in einer Parabel liegen, deren Brennpunkt der Mittelpunkt der Sonne ist, nach einem bekannten Satze von der Parabel noch eine Gleichung, die man in der einfachsten Weise auf folgende Art darstellen kann:

$$\sqrt{(C^2_{1,2} - (r_1 - r_2)^2)} + \sqrt{(C^2_{2,3} - (r_2 - r_3)^2)} = \sqrt{(C^2_{3,1} - (r_3 - r_1)^2)}.$$

Man sieht hieraus, dass wir zwischen den drei Entfernungen u_1, u_2, u_3 des Cometen von der Erde fünf Gleichungen haben, von denen wir zur Bestimmung dieser drei Entfernungen jedoch nur drei gebrauchen, und die beiden andern dann als Prüfungsgleichungen für die Richtigkeit der geführten Rechnung benutzen können.

Unserer folgenden Untersuchung wollen wir daher die drei folgenden Gleichungen:

$$\mathfrak{A}_1 u_1 + \mathfrak{B}_1 u_2 + \mathfrak{C}_1 u_3 + \mathfrak{D}_1 u_1 u_2 + \mathfrak{E}_1 u_2 u_3 + \mathfrak{F}_1 u_3 u_1 + \mathfrak{G}_1 u_1 u_2 u_3 = 0,$$
$$(S_{1,2} + C_{1,2})^{\frac{3}{2}} - (S_{1,2} - C_{1,2})^{\frac{3}{2}} = G_{1,2},$$
$$(S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{3}{2}} = G_{2,3}$$

bei der Bestimmung der Entfernungen u_1, u_2, u_3 zu Grunde legen, und die beiden Gleichungen

$$(S_{3,1}+C_{3,1})^{\frac{1}{2}}-(S_{3,1}-C_{3,1})^{\frac{1}{2}}=G_{3,1},$$
$$\sqrt{(C^2_{1,2}-(r_1-r_2)^2)}+\sqrt{(C^2_{2,3}-(r_2-r_3)^2)}$$
$$=\sqrt{(C^2_{3,1}-(r_3-r_1)^2)}$$

als Prüfungsgleichungen für die Richtigkeit der geführten Rechnung benutzen. Dass man aber auch für eine der beiden letzten Gleichungen im ersten Systeme dreier Gleichungen die erste Gleichung im zweiten Systeme der beiden Prüfungsgleichungen setzen, und die im ersten Systeme ausgefallene Gleichung in das System der beiden Prüfungsgleichungen überführen könnte, versteht sich von selbst. Dies hat man auch im Folgenden stets zu beachten.

In völlig entwickelter Gestalt kann man die drei vorhergehenden, zur Bestimmung der drei unbekannten Entfernungen u_1, u_2, u_3 des Cometen von der Erde in den Momenten der drei Beobachtungen erforderlichen Gleichungen auf folgende Art darstellen, und diese drei Gleichungen, die in so entwickelter Gestalt wie nachstehend noch nicht aufgestellt worden sein dürften, enthalten eigentlich die vollständige Auflösung des Cometenproblems, nach dem in der Einleitung entwickelten Begriffe desselben:

$$\mathfrak{A}_1 u_1+\mathfrak{B}_1 u_2+\mathfrak{C}_1 u_3+\mathfrak{D}_1 u_1 u_2+\mathfrak{E}_1 u_2 u_3+\mathfrak{F}_1 u_3 u_1+\mathfrak{G}_1 u_1 u_2 u_3=0,$$
$$G_{1,2}=\{\sqrt{((A_1+u_1)^2+B_1^2)}+\sqrt{((A_2+u_2)^2+B_2^2)}+\sqrt{(\mathfrak{A}_{1,2}-2\mathfrak{B}_{1,2}u_1-2\mathfrak{C}_{1,2}u_2-2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2+u_1^2+u_2^2)}\}^{\frac{1}{2}}$$
$$-\{\sqrt{((A_1+u_1)^2+B_1^2)}+\sqrt{((A_2+u_2)^2+B_2^2)}-\sqrt{(\mathfrak{A}_{1,2}-2\mathfrak{B}_{1,2}u_1-2\mathfrak{C}_{1,2}u_2-2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2+u_1^2+u_2^2)}\}^{\frac{1}{2}},$$
$$G_{2,3}=\{\sqrt{((A_2+u_2)^2+B_2^2)}+\sqrt{((A_3+u_3)^2+B_3^2)}+\sqrt{(\mathfrak{A}_{2,3}-2\mathfrak{B}_{2,3}u_2-2\mathfrak{C}_{2,3}u_3-2\mathfrak{D}_{2,3}u_2u_3+u_2^2+u_3^2)}\}^{\frac{1}{2}}$$
$$-\{\sqrt{((A_2+u_2)^2+B_2^2)}+\sqrt{((A_3+u_3)^2+B_3^2)}-\sqrt{(\mathfrak{A}_{2,3}-2\mathfrak{B}_{2,3}u_2-2\mathfrak{C}_{2,3}u_3-2\mathfrak{D}_{2,3}u_2u_3+u_2^2+u_3^2)}\}^{\frac{1}{2}}.$$

§ 5.

Eine vollständige analytische Auflösung der drei vorhergehenden, wenn auch bloss algebraischen, das Transcendente gar nicht involvirenden Gleichungen, d. h. die Zurückführung derselben auf eine vollständig entwickelte Endgleichung mit nur einer unbekannten Grösse, ist bei dem gegenwärtigen Zustande der Analysis, wenn auch nicht unmöglich, aber doch jedenfalls so weitläufig, dass die Auflösung einen praktischen Werth gar nicht haben würde; man kann diese Gleichungen nur durch Näherung auflösen, weshalb wir dieselben jetzt noch unter einer andern Form darstellen wollen.

Setzen wir zu dem Ende

$$r_1=\sqrt{((A_1+u_1)^2+B_1^2)}=A_1+u_1+v_1,$$
$$r_2=\sqrt{((A_2+u_2)^2+B_2^2)}=A_2+u_2+v_2,$$
$$r_3=\sqrt{((A_3+u_3)^2+B_3^2)}=A_3+u_3+v_3;$$

so erhalten wir, wenn wir auf beiden Seiten quadriren und aufheben, was sich aufheben lässt:

$$B_1^2=2(A_1+u_1)\,v_1+v_1^2;$$
$$B_2^2=2(A_2+u_2)\,v_2+v_2^2,$$
$$B_3^2=2(A_3+u_3)\,v_3+v_3^2;$$

also:

$$u_1=\frac{B_1^2-v_1^2}{2v_1}-A_1,$$
$$u_2=\frac{B_2^2-v_2^2}{2v_2}-A_2,$$
$$u_3=\frac{B_3^2-v_3^2}{2v_3}-A_3;$$

und folglich nach dem Obigen:

$$r_1=A_1+u_1+v_1=\frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1},$$
$$r_2=A_2+u_2+v_2=\frac{B_2^2+v_2^2}{2v_2},$$
$$r_3=A_3+u_3+v_3=\frac{B_3^2+v_3^2}{2v_3}.$$

Setzen wir nun noch

$$w_1=A_1+u_1,\quad w_2=A_2+u_2,\quad w_3=A_3+u_3,$$

so ist

$$w_1=\frac{B_1^2-v_1^2}{2v_1},\quad w_2=\frac{B_2^2-v_2^2}{2v_2},\quad w_3=\frac{B_3^2-v_3^2}{2v_3};$$

woraus

$$v_1^2+2w_1v_1-B_1^2=0,$$
$$v_2^2+2w_2v_2-B_2^2=0,$$
$$v_3^2+2w_3v_3-B_3^2=0$$

folgt.

Ueberlegt man nun, dass die drei Gleichungen

$$(S_{1,2}+C_{1,2})^{\frac{1}{2}}-(S_{1,2}-C_{1,2})^{\frac{1}{2}}=G_{1,2},$$
$$(S_{2,3}+C_{2,3})^{\frac{1}{2}}-(S_{2,3}-C_{2,3})^{\frac{1}{2}}=G_{2,3},$$
$$(S_{3,1}+C_{3,1})^{\frac{1}{2}}-(S_{3,1}-C_{3,1})^{\frac{1}{2}}=G_{3,1}$$

sich sehr leicht auf die rationale Form

$$G^2_{1,2}\,(G^2_{1,2}-4S^3_{1,2})+12\,S_{1,2}(3\,S^3_{1,2}-G^2_{1,2})\,C^2_{1,2}+24\,S^2_{1,2}\,C^4_{1,2}+4\,C^6_{1,2}=0,$$
$$G^2_{2,3}\,(G^2_{2,3}-4S^3_{2,3})+12\,S_{2,3}(3\,S^3_{2,3}-G^2_{2,3})\,C^2_{2,3}+24\,S^2_{2,3}\,C^4_{2,3}+4\,C^6_{2,3}=0,$$
$$G^2_{3,1}\,(G^2_{3,1}-4S^3_{3,1})+12\,S_{3,1}(3\,S^3_{3,1}-G^2_{3,1})\,C^2_{3,1}+24\,S^2_{3,1}\,C^4_{3,1}+4\,C^6_{3,1}=0$$

bringen lassen; so erhellet aus dem Obigen leicht, dass sich die unser Problem auflösenden Gleichungen auf die folgende Form von dreizehn rationalen Gleichungen zwischen den dreizehn unbekannten Grössen

$$u_1,\ u_2,\ u_3;\quad v_1,\ v_2,\ v_3;\quad w_1,\ w_2,\ w_3;$$
$$S_{1,2},\ S_{2,3};\quad C_{1,2},\ C_{2,3}$$

bringen lassen;

$$w_1 = A_1 + u_1,$$
$$w_2 = A_2 + u_2,$$
$$w_3 = A_3 + u_3;$$

$$v_1^2 + 2 w_1 v_1 - B_1^2 = 0,$$
$$v_2^2 + 2 w_2 v_2 - B_2^2 = 0,$$
$$v_3^2 + 2 w_3 v_3 - B_3^2 = 0;$$

$$S_{1,2} = v_1 + v_2 + w_1 + w_2,$$
$$S_{2,3} = v_2 + v_3 + w_2 + w_3;$$

$$\mathfrak{A}_{1,2} - C^2_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2} u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2} u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2} u_1 u_2 + u_1^2 + u_2^2 = 0,$$
$$\mathfrak{A}_{2,3} - C^2_{2,3} - 2\mathfrak{B}_{2,3} u_2 - 2\mathfrak{C}_{2,3} u_3 - 2\mathfrak{D}_{2,3} u_2 u_3 + u_2^2 + u_3^2 = 0;$$
$$\mathfrak{A}_1 u_1 + \mathfrak{B}_1 u_2 + \mathfrak{C}_1 u_3 + \mathfrak{D}_1 u_1 u_2 + \mathfrak{E}_1 u_2 u_3 + \mathfrak{F}_1 u_3 u_1 + \mathfrak{G}_1 u_1 u_2 u_3 = 0;$$

$$(S_{1,2} + C_{1,2})^{\frac{3}{2}} - (S_{1,2} - C_{1,2})^{\frac{3}{2}} = G_{1,2},$$
$$(S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{3}{2}} = G_{2,3};$$

wo man sich für die beiden letzten Gleichungen noch ihre aus dem Obigen bekannten rationalen Ausdrücke gesetzt denken muss.

Eliminirt man die Grössen w_1, w_2, w_3, so erhält man zwischen den zehn unbekannten Grössen

$$u_1,\ u_2,\ u_3;\quad v_1,\ v_2,\ v_3;\quad S_{1,2},\ S_{2,3};\quad C_{1,2},\ C_{2,3}$$

die zehn folgenden Gleichungen:

$$u_1 = \frac{B_1^2 - v_1^2}{2 v_1} - A_1,\quad u_2 = \frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2,\quad u_3 = \frac{B_3^2 - v_3^2}{2 v_3} - A_3;$$
$$S_{1,2} = A_1 + A_2 + u_1 + u_2 + v_1 + v_2,$$
$$S_{2,3} = A_2 + A_3 + u_2 + u_3 + v_2 + v_3;$$
$$C^2_{1,2} = \mathfrak{A}_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2} u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2} u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2} u_1 u_2 + u_1^2 + u_2^2,$$
$$C^2_{2,3} = \mathfrak{A}_{2,3} - 2\mathfrak{B}_{2,3} u_2 - 2\mathfrak{C}_{2,3} u_3 - 2\mathfrak{D}_{2,3} u_2 u_3 + u_2^2 + u_3^2,$$
$$\mathfrak{A}_1 u_1 + \mathfrak{B}_1 u_2 + \mathfrak{C}_1 u_3 + \mathfrak{D}_1 u_1 u_2 + \mathfrak{E}_1 u_2 u_3 + \mathfrak{F}_1 u_3 u_1 + \mathfrak{G}_1 u_1 u_2 u_3 = 0;$$

$$(S_{1,2} + C_{1,2})^{\frac{3}{2}} - (S_{1,2} - C_{1,2})^{\frac{3}{2}} = G_{1,2},$$
$$(S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{3}{2}} = G_{2,3}.$$

Eliminirt man noch u_1, u_2, u_3, so behält man zwischen den sieben unbekannten Grössen

$$v_1,\ v_2,\ v_3;\quad S_{1,2},\ S_{2,3};\quad C_{1,2},\ C_{2,3}$$

bloss noch die sieben folgenden Gleichungen:

$$S_{1,2} = \frac{B_1^2 + v_1^2}{2 v_1} + \frac{B_2^2 + v_2^2}{2 v_2},$$
$$S_{2,3} = \frac{B_2^2 + v_2^2}{2 v_2} + \frac{B_3^2 + v_3^2}{2 v_3};$$

$$\begin{aligned}C^2_{1,2} = \mathfrak{A}_{1,2} &- 2\mathfrak{B}_{1,2}\left(\frac{B_1^2 - v_1^2}{2 v_1} - A_1\right)\\ &- 2\mathfrak{C}_{1,2}\left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)\\ &- 2\mathfrak{D}_{1,2}\left(\frac{B_1^2 - v_1^2}{2 v_1} - A_1\right)\left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)\\ &+ \left(\frac{B_1^2 - v_1^2}{2 v_1} - A_1\right)^2 + \left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)^2,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C^2_{2,3} = \mathfrak{A}_{2,3} &- 2\mathfrak{B}_{2,3}\left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)\\ &- 2\mathfrak{C}_{2,3}\left(\frac{B_3^2 - v_3^2}{2 v_3} - A_3\right)\\ &- 2\mathfrak{D}_{2,3}\left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)\left(\frac{B_3^2 - v_3^2}{2 v_3} - A_3\right)\\ &+ \left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)^2 + \left(\frac{B_3^2 - v_3^2}{2 v_3} - A_3\right)^2;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0 = &\ \mathfrak{A}_1\left(\frac{B_1^2 - v_1^2}{2 v_1} - A_1\right)\\ &+ \mathfrak{B}_1\left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)\\ &+ \mathfrak{C}_1\left(\frac{B_3^2 - v_3^2}{2 v_3} - A_3\right)\\ &+ \mathfrak{D}_1\left(\frac{B_1^2 - v_1^2}{2 v_1} - A_1\right)\left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)\\ &+ \mathfrak{E}_1\left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)\left(\frac{B_3^2 - v_3^2}{2 v_3} - A_3\right)\\ &+ \mathfrak{F}_1\left(\frac{B_3^2 - v_3^2}{2 v_3} - A_3\right)\left(\frac{B_1^2 - v_1^2}{2 v_1} - A_1\right)\\ &+ \mathfrak{G}_1\left(\frac{B_1^2 - v_1^2}{2 v_1} - A_1\right)\left(\frac{B_2^2 - v_2^2}{2 v_2} - A_2\right)\left(\frac{B_3^2 - v_3^2}{2 v_3} - A_3\right);\end{aligned}$$

$$(S_{1,2} + C_{1,2})^{\frac{3}{2}} - (S_{1,2} - C_{1,2})^{\frac{3}{2}} = G_{1,2},$$
$$(S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{3}{2}} = G_{2,3}.$$

Sind auch diese sieben Gleichungen rational, indem sich für die beiden letzten Gleichungen immer sogleich ihre rationalen Formen aus dem Obigen setzen lassen, so führt doch die strenge Auflösung derselben in so grosse Weitläufigkeit, dass dieselbe für die praktische Anwendung ganz unbrauchbar wird, weshalb man den Weg der successiven Näherungen zu betreten gezwungen ist, wie wir jetzt zeigen wollen.

§ 6.

Weil $S_{1,2} = r_1 + r_2$ die Summe zweier Seiten eines ebenen geradlinigen Dreiecks ist, dessen dritte Seite die Chorde $C_{1,2}$ ist, so ist immer

$$S_{1,2} > C_{1,2}, \text{ oder } \frac{C_{1,2}}{S_{1,2}} < 1.$$

Also sind, wenn wir der Kürze wegen

$$x = \frac{C_{1,2}}{S_{1,2}}$$

setzen, Null und die Einheit stets zwei Gränzwerthe der Grösse x. Die Gleichung

$$(S_{1,2} + C_{1,2})^{\frac{3}{2}} - (S_{1,2} - C_{1,2})^{\frac{3}{2}} = G_{1,2}$$

lässt sich auf folgende Art ausdrücken:

$$S^{\frac{3}{2}}_{1,2}\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\} = G_{1,2};$$

und es ergiebt sich aus dieser Gleichung und aus dem obigen Ausdrucke von x auf der Stelle:

$$S_{1,2} = \{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{2}{3}} . G^{\frac{2}{3}}_{1,2},$$
$$C_{1,2} = x\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{2}{3}} . G^{\frac{2}{3}}_{1,2};$$

oder nach § 4. auch:

$$S_{1,2} = K^{-\frac{2}{3}}\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{2}{3}} . \tau^{\frac{2}{3}}_{1,2},$$
$$C_{1,2} = x K^{-\frac{2}{3}}\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{2}{3}} . \tau^{\frac{2}{3}}_{1,2};$$

oder

$$S_{1,2} = K^{-\frac{2}{3}}\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{2}{3}} . \tau^{\frac{2}{3}}_{1,2},$$
$$C^2_{1,2} = x^2 K^{-\frac{4}{3}}\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{4}{3}} . \tau^{\frac{4}{3}}_{1,2}.$$

Die immer zwischen den Gränzen 0 und 1 liegende Grösse x mache man nun zu der eigentlichen unbekannten Grösse des Problems, theile das zwischen 0 und 1 liegende Intervall in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, nehme die den Endpunkten dieser Theile entsprechenden numerischen Werthe als Werthe von x an, und berechne mittelst der beiden vorhergehenden Formeln die entsprechenden Werthe von $S_{1,2}$ und $C^2_{1,2}$, eine Berechnung, die ausserordentlich erleichtert wird, wenn man sich zwei Tafeln der Functionen

$$\varphi_x = K^{-\frac{2}{3}}\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{2}{3}},$$
$$\psi_x = x^2 K^{-\frac{4}{3}}\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{4}{3}},$$

oder ihrer Logarithmen, mit dem Argumente x entwirft, indem man dann die den einzelnen in dem Intervalle zwischen 0 und 1 liegenden Werthen von x entsprechenden Werthe der Functionen φ_x und ψ_x aus diesen Tafeln entnehmen, und $S_{1,2}$ und $C^2_{1,2}$ mittelst der Formeln

$$S_{1,2} = \varphi_x \tau^{\frac{2}{3}}_{1,2} = \varphi_x \sqrt[3]{\tau^2_{1,2}},$$
$$C^2_{1,2} = \psi_x \tau^{\frac{4}{3}}_{1,2} = \psi_x \tau_{1,2} \sqrt[3]{\tau_{1,2}}$$

mit der grössten Leichtigkeit berechnen kann.

Für jeden der angenommenen Werthe von x bestimme man jetzt mittelst der beiden aus dem Obigen sich leicht ergebenden Gleichungen:

$$S_{1,2} = \sqrt{(A_1+u_1)^2 + B_1^2} + \sqrt{(A_2+u_2)^2 + B_2^2},$$
$$C^2_{1,2} = \mathfrak{A}_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2}u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2}u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2 + u_1^2 + u_2^2$$

die Grössen u_1, u_2, und hierauf u_3 mittelst der Formel

$$u_3 = -\frac{\mathfrak{A}_1 u_1 + \mathfrak{B}_1 u_2 + \mathfrak{D}_1 u_1 u_2}{\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{F}_1 u_1 + \mathfrak{E}_1 u_2 + \mathfrak{G}_1 u_1 u_2}.$$

Dann berechne man $S_{2,3}$ und $C_{2,3}$ mittelst der Formeln:

$$S_{2,3} = \sqrt{(A_2+u_2)^2 + B_2^2} + \sqrt{(A_3+u_3)^2 + B_3^2},$$
$$C_{2,3} = \sqrt{\mathfrak{A}_{2,3} - 2\mathfrak{B}_{2,3}u_2 - 2\mathfrak{C}_{2,3}u_3 - 2\mathfrak{D}_{2,3}u_2u_3 + u_2^2 + u_3^2};$$

und hierauf den Werth der Function

$$(S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - G_{2,3}.$$

Auf diese Weise bildet man sich eine Tafel der in dem Intervall zwischen 0 und 1 angenommenen Werthe von x und der diesen Werthen von x entsprechenden Werthe der Function

$$(S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - G_{2,3},$$

und wird nun in allgemein bekannter Weise aus den Zeichenänderungen der Werthe dieser Function, welche, um das Problem zu lösen, durch die Bestimmung von x zum Verschwinden gebracht werden muss, leicht die engeren Gränzen ermitteln können, zwischen denen der wahre Werth von x liegt. Wie man aber durch weitere Theilung des auf diese Weise gefundenen engeren Intervalls die Näherung noch weiter treiben, und durch hinreichend weite Fortsetzung dieser Operation endlich den gesuchten wahren Werth von x mit jeder beliebigen Genauigkeit bestimmen kann, bedarf einer weiteren Erläuterung hier nicht; es ist genug, dass man mit theoretischer Strenge übersieht, dass man auf diesem Wege seinen Zweck immer sicher erreichen wird, indem man, wenn man erst x mit der verlangten Genauigkeit gefunden hat, nach dem Obigen natürlich auch immer die Entfernungen u_1, u_2, u_3 des Cometen von der Erde, auf deren Bestimmung zunächst Alles ankommt, mit jedem beliebigen Grade der Genauigkeit finden kann.

Die Gleichung

$$(S_{3,1} + C_{3,1})^{\frac{3}{2}} - (S_{3,1} - C_{3,1})^{\frac{3}{2}} = G_{3,1}$$

dient als Prüfungsgleichung für die Richtigkeit der Rechnung.

Eine Schwierigkeit bei dieser Methode macht freilich noch die Bestimmung der Grössen u_1, u_2 mittelst der beiden Gleichungen:

$$S_{1,2} = \sqrt{(A_1+u_1)^2 + B_1^2} + \sqrt{(A_2+u_2)^2 + B_2^2},$$
$$C^2_{1,2} = \mathfrak{A}_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2}u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2}u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2 + u_1^2 + u_2^2$$

für jeden einzelnen Werth von x, weshalb ich über diese Bestimmung jetzt noch Einiges sagen muss.

Bekanntlich ist

$$r_1 = \sqrt{(A_1+u_1)^2 + B_1^2}, \quad r_2 = \sqrt{(A_2+u_2)^2 + B_2^2};$$

also

$$S_{1,2} = r_1 + r_2,$$

und folglich immer

$$0 < r_1 < S_{1,2},$$

so dass also 0 und $S_{1,2}$, welche letztere Grösse man nach dem Vorhergehenden für jeden einzelnen Werth von x kennt, immer zwei Gränzen sind, zwischen denen r_1 liegt. Man wird also auf ganz ähnliche Art wie vorher für jeden einzelnen Werth von x das Intervall zwischen 0 und $S_{1,2}$ in eine gewisse Anzahl gleicher Theile theilen, und die den Endpunkten dieser Theile entsprechenden numerischen Werthe nach und nach für r_1 setzen. Dann findet man auch leicht r_2 mittelst der Formel

$$r_2 = S_{1,2} - r_1,$$

und aus den Gleichungen

$$r_1 = \sqrt{((A_1+u_1)^2+B_1^2)}, \quad r_2 = \sqrt{((A_2+u_2)^2+B_2^2)}$$

ergiebt sich ferner ohne Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander:

$$u_1 = -A_1 \pm \sqrt{(r_1^2-B_1^2)}, \quad u_2 = -A_2 \pm \sqrt{(r_2^2-B_2^2)};$$

so dass wir also die vier folgenden Systeme von Werthen der Grössen u_1 und u_2 erhalten:

$$u_1 = -A_1 + \sqrt{(r_1^2-B_1^2)}, \quad u_2 = -A_2 + \sqrt{(r_2^2-B_2^2)};$$
$$u_1 = -A_1 + \sqrt{(r_1^2-B_1^2)}, \quad u_2 = -A_2 - \sqrt{(r_2^2-B_2^2)};$$
$$u_1 = -A_1 - \sqrt{(r_1^2-B_1^2)}, \quad u_2 = -A_2 + \sqrt{(r_2^2-B_2^2)};$$
$$u_1 = -A_1 - \sqrt{(r_1^2-B_1^2)}, \quad u_2 = -A_2 - \sqrt{(r_2^2-B_2^2)};$$

wobei jedoch natürlich nicht unbeachtet gelassen werden darf, dass nach der Natur der Aufgabe nur die Systeme zulässig sind, welche für u_1 und u_2 reelle positive Werthe liefern. Diese Werthe von u_1 und u_2 wird man nun in die Gleichung

$$C^2_{1,2} = \mathfrak{A}_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2}u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2}u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2 + u_1^2 + u_2^2$$

einsetzen und untersuchen, in wie weit dieselbe dadurch erfüllt wird; oder man wird vielmehr für jeden Werth von r_1 den Betrag der Function

$$\mathfrak{A}_{1,2} - C^2_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2}u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2}u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2 + u_1^2 + u_2^2$$

berechnen, und ganz in der bekannten Weise durch successive Annäherung die genauen Werthe von r_1, und dadurch nach dem Obigen dann auch die den beiden obigen Gleichungen vollständig genügenden Werthe von u_1 und u_2 ermitteln, was freilich etwas weitläufig sein kann, aber in der obigen Weise, ohne ganz willkührliche Annahmen machen zu müssen, immer sicher zum Zweck führen wird.

Aus dem Vorhergehenden erhellet aber zugleich, dass sich für r_1 noch engere Gränzen als 0 und $S_{1,2}$ angeben lassen. Weil nämlich

$$u_1 = -A_1 \pm \sqrt{(r_1^2-B_1^2)}$$

ist, so muss, wenn u_1 reell sein soll,

$$r_1 > B_1$$

sein, wobei wir, was offenbar verstattet ist, B_1 als positiv annehmen. Weil ferner

$$u_2 = -A_2 \pm \sqrt{(r_2^2-B_2^2)}$$

ist, so muss, wenn u_2 reell sein soll,

$$r_2 > B_2$$

sein, wobei wir, was offenbar verstattet ist, auch B_2 als positiv annehmen. Nun ist aber

$$r_2 = S_{1,2} - r_1,$$

also

$$S_{1,2} - r_1 > B_2,$$

folglich

$$r_1 < S_{1,2} - B_2.$$

Daher ist

$$B_1 < r_1 < S_{1,2} - B_2,$$

so dass wir also die Gränzen B_1 und $S_{1,2} - B_2$ von r_1 haben, welche durch ein kleineres Intervall wie die Gränzen 0 und $S_{1,2}$ von einander getrennt sind.

Ein anderes Verfahren, für jeden Werth von x, die den beiden obigen Gleichungen genügenden Werthe von u_1 und u_2 zu bestimmen, wäre folgendes. Weil nämlich

$$r_1 = \frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1}, \quad r_2 = \frac{B_2^2+v_2^2}{2v_2}$$

ist, so sind

$$\frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1} \text{ und } \frac{B_2^2+v_2^2}{2v_2},$$

also auch v_1 und v_2, positive Grössen. Weil nun

$$S_{1,2} = \frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1} + \frac{B_2^2+v_2^2}{2v_2}$$

ist, so ist

$$\frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1} < S_{1,2},$$

also

$$B_1^2 + v_1^2 < 2S_{1,2}v_1,$$

folglich

$$v_1^2 - 2S_{1,2}v_1 < -B_1^2,$$

also

$$v_1^2 - 2S_{1,2}v_1 + S^2_{1,2} < S^2_{1,2} - B_1^2$$

d. i.

$$(v_1 - S_{1,2})^2 < S^2_{1,2} - B_1^2 \text{ oder } (S_{1,2} - v_1)^2 < S^2_{1,2} - B_1^2,$$

woraus sich zugleich ergiebt, dass

$$S^2_{1,2} > B_1^2$$

sein muss. Für

$$v_1 > S_{1,2}$$

ist nun nach dem Vorhergehenden:

$$v_1 - S_{1,2} < \sqrt{(S^2_{1,2} - B_1^2)},$$

also

$$v_1 < S_{1,2} + \sqrt{(S^2_{1,2} - B_1^2)};$$

für

$$v_1 < S_{1,2}$$

ist dagegen nach dem Vorhergehenden:

$$S_{1,2} - v_1 < \sqrt{(S^2_{1,2} - B_1^2)},$$

also

$$v_1 > S_{1,2} - \sqrt{(S^2_{1,2} - B_1^2}.$$

Daher ist immer

$$S_{1,2}-\sqrt{(S^2_{1,2}-B_1^2}<v_1<S_{1,2}+\sqrt{(S^2_{1,2}-B_1^2)},$$

und

$$S_{1,2}-\sqrt{(S^2_{1,2}-B_1^2)} \text{ und } S_{1,2}+\sqrt{(S^2_{1,2}-B_1^2)}$$

sind also immer zwei durch das Intervall $2\sqrt{(S^2_{1,2}-B_1^2)}$ von einander getrennte Gränzen, zwischen denen v_1 liegen muss. Theilt man nun dieses Intervall in gleiche Theile, und setzt die den Endpunkten der einzelnen Theile entsprechenden numerischen Werthe nach und nach für v_1, so kann man die entsprechenden Werthe von v_2 mittelst der Gleichung

$$S_{1,2} = \frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1} + \frac{B_2^2+v_2^2}{2v_2},$$

aus welcher sich

$$v_2=S_{1,2}-\frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1} \pm \sqrt{\left(\left(S_{1,2}-\frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1}\right)^2-B_2^2\right)}$$

ergiebt, berechnen. Hat man auf diese Weise zusammengehörende Werthe von v_1 und v_2 gefunden, so findet man die entsprechenden Werthe von u_1 und u_2 mittelst der aus dem Obigen bekannten Formeln:

$$u_1 = \frac{B_1^2-v_1^2}{2v_1}-A_1,$$

$$u_2 = \frac{B_2^2-v_2^2}{2v_2}-A_2;$$

und kann nun auch leicht die den in dem obigen Intervall angenommenen Werthen von v_1 entsprechenden Werthe der Function

$$\mathfrak{A}_{1,2}-C^2_{1,2}-2\mathfrak{B}_{1,2}u_1-2\mathfrak{C}_{1,2}u_2-2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2+u_1^2+u_2^2$$

berechnen, und auf gewöhnliche Weise durch successive Annäherung die den beiden Gleichungen

$$S_{1,2}=\sqrt{((A_1+u_1)^2+B_1^2)}+\sqrt{((A_2+u_2)^2+B_2^2)},$$
$$C^2_{1,2}=\mathfrak{A}_{1,2}-2\mathfrak{B}_{1,2}u_1-2\mathfrak{C}_{1,2}u_2-2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2+u_1^2+u_2^2$$

genau genügenden Werthe von u_1 und u_2 finden.

Ueber die beiden Werthe, welche die Formel

$$v_2=S_{1,2}-\frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1} \pm \sqrt{\left(\left(S_{1,2}-\frac{B_1^2+v_1^2}{2v_1}\right)^2-B_2^2\right)}$$

für v_2 liefert, ist zu bemerken, dass dieselben, insofern sie reell sind, jederzeit dasselbe Vorzeichen haben, weil das Product dieser beiden Werthe, wie man leicht findet, der Grösse B_2^2 gleich, also stets positiv ist.

Wenn man aus den beiden Gleichungen

$$S_{1,2}=\sqrt{((A_1+u_1)^2+B_1^2)}+\sqrt{((A_2+u_2)^2+B_2^2)},$$
$$C^2_{1,2}=\mathfrak{A}_{1,2}-2\mathfrak{B}_{1,2}u_1-2\mathfrak{C}_{1,2}u_2-2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2+u_1^2+u_2^2$$

nach den bekannten Eliminationsmethoden eine der unbekannten Grössen u_1, u_2 eliminirt, so erhält man zur Bestimmung der anderen unbekannten Grösse eine Gleichung des achten Grades, die ich zwar entwickelt habe, aber, weil ihr Ausdruck weitläufig ist, der Kürze wegen hier nicht mittheilen will, da durch sie die Auflösung des Problems doch nicht gefördert wird.

Jedenfalls macht bei der vorhergehenden ganz allgemeinen Auflösung unserer Aufgabe die Bestimmung der Grössen u_1, u_2 aus den beiden vorstehenden Gleichungen die meiste Schwierigkeit, hauptsächlich deshalb, weil sie für jeden der angenommenen Werthe von x besonders ausgeführt werden muss, eine Schwierigkeit, die sich niemals vollständig umgehen lassen wird, weil die vollständige algebraische Auflösung dieser beiden Gleichungen, wie vorher bemerkt worden ist, auf eine Gleichung des achten Grades führt. Deshalb wird man, um diese Schwierigkeit so viel als irgend möglich zu umgehen, immer zu gewissen, nur näherungsweise richtigen, Voraussetzungen seine Zuflucht zu nehmen genöthigt sein, mit denen wir uns daher jetzt beschäftigen wollen.

Zweiter Abschnitt.

Näherungsweise Auflösung des Cometenproblems.

§ 7.

Wenn wir die Flächenräume der beiden ebenen geradlinigen Dreiecke, welche durch die Sonne und den ersten und zweiten Cometenort, und durch die Sonne und den zweiten und dritten Cometenort bestimmt werden, durch $\Delta_{1,2}$ und $\Delta_{2,3}$ bezeichnen, so werden diese Flächenräume $\Delta_{1,2}$ und $\Delta_{2,3}$, unter der Voraussetzung, dass die Zwischenzeiten $\tau_{1,2}$ und $\tau_{2,3}$ zwischen der ersten und zweiten, und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung nur klein sind, von den Flächenräumen der von dem Radius Vector des Cometen in den Zeiten $\tau_{1,2}$ und $\tau_{2,3}$ beschriebenen parabolischen Sectoren nur wenig verschieden sein, und man wird daher näherungsweise nach den *Kepler*'schen Gesetzen

$$\Delta_{1,2} : \Delta_{2,3} = \tau_{1,2} : \tau_{2,3}$$

setzen können. Nun sind aber nach den Lehren der analytischen Geometrie die Flächenräume der Projectionen der Dreiecke $\Delta_{1,2}$ und $\Delta_{2,3}$ auf der Ebene der xy mit Beziehung der oberen und unteren Zeichen auf einander bekanntlich respective

$$\pm\tfrac{1}{2}(x_1y_2-x_2y_1) \text{ und } \pm\tfrac{1}{2}(x_2y_3-x_3y_2);$$

also ist nach einem bekannten geometrischen Satze von den Projectionen ebener Figuren

$$\Delta_{1,2} : \Delta_{2,3} = x_1y_2-x_2y_1 : x_2y_3-x_3y_2,$$

folglich nach dem Obigen:

$$x_1 y_2 - x_2 y_1 : x_2 y_3 - x_3 y_2 = \tau_{1,2} : \tau_{2,3},$$

was die Gleichung

$$\tau_{1,2}(x_2 y_3 - x_3 y_2) - \tau_{2,3}(x_1 y_2 - x_2 y_1) = 0$$

giebt. Setzen wir jetzt für die Coordinaten die folgenden aus § 1. bekannten Ausdrücke derselben:

$$x_1 = a_1 + u_1 \cos\varkappa_1,\quad x_2 = a_2 + u_2 \cos\varkappa_2,\quad x_3 = a_3 + u_3 \cos\varkappa_3;$$
$$y_1 = b_1 + u_1 \cos\lambda_1,\quad y_2 = b_2 + u_2 \cos\lambda_2,\quad y_3 = b_3 + u_3 \cos\lambda_3;$$

und der Kürze wegen:

$$\mathfrak{A} = \tau_{1,2}(a_2 b_3 - a_3 b_2) - \tau_{2,3}(a_1 b_2 - a_2 b_1),$$
$$\mathfrak{B} = \tau_{2,3}(a_2 \cos\lambda_1 - b_2 \cos\varkappa_1),$$
$$\mathfrak{C} = -\tau_{1,2}(a_3 \cos\lambda_2 - b_3 \cos\varkappa_2) - \tau_{2,3}(a_1 \cos\lambda_2 - b_1 \cos\varkappa_2),$$
$$\mathfrak{D} = \tau_{1,2}(a_2 \cos\lambda_3 - b_2 \cos\varkappa_3),$$
$$\mathfrak{E} = -\tau_{2,3}(\cos\varkappa_1 \cos\lambda_2 - \cos\varkappa_2 \cos\lambda_1),$$
$$\mathfrak{F} = \tau_{1,2}(\cos\varkappa_2 \cos\lambda_3 - \cos\varkappa_3 \cos\lambda_2);$$

so wird die obige Gleichung:

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B}u_1 + \mathfrak{C}u_2 + \mathfrak{D}u_3 + \mathfrak{E}u_1 u_2 + \mathfrak{F}u_2 u_3 = 0.$$

Aus dieser Gleichung folgt:

$$u_2 = -\frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}u_1 + \mathfrak{D}u_3}{\mathfrak{C} + \mathfrak{E}u_1 + \mathfrak{F}u_3};$$

und wenn man dies in die bekannte Gleichung

$$\mathfrak{A}_1 u_1 + \mathfrak{B}_1 u_2 + \mathfrak{C}_1 u_3 + \mathfrak{D}_1 u_1 u_2 + \mathfrak{E}_1 u_2 u_3 + \mathfrak{F}_1 u_3 u_1$$
$$+ \mathfrak{G}_1 u_1 u_2 u_3 = 0$$

einführt, so erhält man die Gleichung:

$$\begin{aligned}0 = -\mathfrak{A}\mathfrak{B}_1 &+ (\mathfrak{C}\mathfrak{A}_1 - \mathfrak{B}\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{A}\mathfrak{D}_1)u_1\\ &- (\mathfrak{D}\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{C}\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{A}\mathfrak{E}_1)u_3\\ &+ (\mathfrak{E}\mathfrak{A}_1 - \mathfrak{B}\mathfrak{D}_1)u_1 u_1\\ &+ (\mathfrak{F}\mathfrak{C}_1 - \mathfrak{D}\mathfrak{E}_1)u_3 u_3\\ &+ (\mathfrak{F}\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{E}\mathfrak{C}_1 - \mathfrak{D}\mathfrak{D}_1 - \mathfrak{B}\mathfrak{E}_1 + \mathfrak{C}\mathfrak{F}_1 - \mathfrak{A}\mathfrak{G}_1)u_1 u_3\\ &+ (\mathfrak{E}\mathfrak{F}_1 - \mathfrak{B}\mathfrak{G}_1)u_1 u_1 u_3\\ &+ (\mathfrak{F}\mathfrak{F}_1 - \mathfrak{D}\mathfrak{G}_1)u_1 u_3 u_3.\end{aligned}$$

Führt man aber diese Gleichung für die Grössen

$$\mathfrak{A},\ \mathfrak{B},\ \mathfrak{C},\ \mathfrak{D},\ \mathfrak{E},\ \mathfrak{F};$$
$$\mathfrak{A}_1,\ \mathfrak{B}_1,\ \mathfrak{C}_1,\ \mathfrak{D}_1,\ \mathfrak{E}_1,\ \mathfrak{F}_1,\ \mathfrak{G}_1$$

ihre aus dem Obigen bekannten Ausdrücke ein, und setzt der Kürze wegen:

$$\begin{aligned}F &= a_1 b_3 - a_3 b_1,\\ G &= \{\tau_{1,2}(a_2 b_3 - a_3 b_2) - \tau_{2,3}(a_1 b_2 - a_2 b_1)\}\cos\mu_2,\\ H &= a_1 \cos\lambda_3 - b_1 \cos\varkappa_3,\\ H_1 &= a_3 \cos\lambda_1 - b_3 \cos\varkappa_1,\\ J &= a_2(\cos\lambda_1 \cos\mu_2 - \cos\lambda_2 \cos\mu_1) - b_2(\cos\varkappa_1 \cos\mu_2\\ &\qquad - \cos\varkappa_2 \cos\mu_1),\\ J_1 &= a_2(\cos\lambda_2 \cos\mu_3 - \cos\lambda_3 \cos\mu_2) - b_2(\cos\varkappa_2 \cos\mu_3\\ &\qquad - \cos\varkappa_3 \cos\mu_2),\\ L_1 &= \cos\varkappa_1 \cos\lambda_3 - \cos\varkappa_3 \cos\lambda_1;\end{aligned}$$

so erhält man nach einer zwar weitläufigen, sonst aber durchaus keiner besonderen Schwierigkeit unterliegenden Rechnung die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}0 = \ & FG\\ &- (GH_1 - \tau_{2,3}FJ)u_1\\ &+ (GH - \tau_{1,2}FJ_1)u_3\\ &- \tau_{2,3}H_1 J u_1 u_1\\ &- \tau_{1,2}HJ_1 u_3 u_3\\ &+ (GL + \tau_{1,2}H_1 J_1 + \tau_{2,3}HJ)u_1 u_3\\ &+ \tau_{2,3}LJu_1 u_1 u_3\\ &- \tau_{1,2}LJ_1 u_1 u_3 u_3,\end{aligned}$$

welche sich sogleich auf die Form

$$\begin{aligned}0 = \ & G(F - H_1 u_1 + Hu_3 + Lu_1 u_3)\\ &+ \tau_{2,3}Ju_1(F - H_1 u_1 + Hu_3 + Lu_1 u_3)\\ &- \tau_{1,2}J_1 u_3(F - H_1 u_1 + Hu_3 + Lu_1 u_3),\end{aligned}$$

also auf die Form

$$0 = (G + \tau_{2,3}Ju_1 - \tau_{1,2}J_1 u_3)(F - H_1 u_1 + Hu_3 + Lu_1 u_3)$$

bringen lässt, und daher von selbst in die beiden Gleichungen

$$F - H_1 u_1 + Hu_3 + Lu_1 u_3 = 0$$

und

$$G + \tau_{2,3}Ju_1 - \tau_{1,2}J_1 u_3 = 0$$

zerfällt.

Aus der ersten dieser beiden Gleichungen, nämlich aus der Gleichung

$$F - H_1 u_1 + Hu_3 + Lu_1 u_3 = 0$$

folgt

$$u_3 = -\frac{F - H_1 u_1}{H + Lu_1},$$

also, wenn man für F, H, H_1, L ihre aus dem Obigen bekannten Werthe einführt:

$$u_3 = -\frac{a_1 b_3 - a_3 b_1 - (a_3 \cos\lambda_1 - b_3 \cos\varkappa_1)u_1}{a_1 \cos\lambda_3 - b_1 \cos\varkappa_3 + (\cos\varkappa_1 \cos\lambda_3 - \cos\varkappa_3 \cos\lambda_1)u_1}$$

oder

$$u_3 = -\frac{b_3(a_1 + u_1 \cos\varkappa_1) - a_3(b_1 + u_1 \cos\lambda_1)}{\cos\lambda_3(a_1 + u_1 \cos\varkappa_1) - \cos\varkappa_3(b_1 + u_1 \cos\lambda_1)},$$

d. i.

$$u_3 = -\frac{b_3 x_1 - a_3 y_1}{x_1 \cos\lambda_3 - y_1 \cos\varkappa_3};$$

folglich

$$x_3 = a_3 + u_3 \cos\varkappa_3 = \frac{(a_3 \cos\lambda_3 - b_3 \cos\varkappa_3)x_1}{x_1 \cos\lambda_3 - y_1 \cos\varkappa_3},$$
$$y_3 = b_3 + u_3 \cos\lambda_3 = \frac{(a_3 \cos\lambda_3 - b_3 \cos\varkappa_3)y_1}{x_1 \cos\lambda_3 - y_1 \cos\varkappa_3}.$$

Also ist, wie man hieraus leicht schliesst:

$$x_1 y_3 - x_3 y_1 = 0,$$

woraus sich unmittelbar ergiebt, dass die Projection des zwischen den Punkten (000), $(x_1 y_1 z_1)$, $(x_3 y_3 z_3)$ liegenden ebenen Dreiecks auf der Ebene der xy verschwindet, und dass also, wenn die Gleichung

$$F - H_1 u_1 + Hu_3 + Lu_1 u_3 = 0$$

erfüllt ist, die Ebene der Cometenbahn auf der Ebene der xy, d. h. auf der Ebene der Ekliptik senkrecht stehen muss, ein besonderer Fall, der gewissermaassen als ein Ausnahmefall

zu betrachten ist, wie denn solche Ausnahmefälle bei allgemeinen geometrischen Untersuchungen bekanntlich öfters hervorzutreten pflegen. Ich beabsichtige aber, um dieser Abhandlung nicht eine zu grosse Ausdehnung zu geben, für jetzt nicht eine weitere Betrachtung dieses besonderen Falls, sondern werde die fernere Untersuchung bloss an die zweite der beiden obigen Gleichungen, nämlich an die Gleichung

$$G + \tau_{2,3} \Delta u_1 - \tau_{1,2} \Delta_1 u_3 = 0$$

anschliessen.

(Fortsetzung folgt).

Entdeckung eines neuen Nebelflecks.

Herr Professor *Secchi* in Rom schreibt mir, dass er am Abend des 6ten März, $3^m 34^s$ östlich und 3′ nördlich von γ Leonis, einen sehr schwachen doppelten Nebelfleck aufgefunden habe, welcher nicht in *Herschel's* „Observations of nebulae and clusters of stars“ vorkömmt. Die Entfernung zwischen den Mittelpuncten der beiden getrennten Nebel beträgt 3^s in AR. und ungefähr 3′ in Declination. Der mittlere Ort dieses neuen Nebelflecks für 1830,0 ist also nach obiger Angabe: AR. = $10^h 14^m 9^s$, N. P. D. = 69° 15′.

P.

Beobachtungen und fernere Nachrichten über den Cometen I. 1853.

Nach einem Schreiben des Herrn Dr. *Gould* ist dieser Comet am 8ten März auch auf der Cambridger Sternwarte von Herrn *Tuttle* entdeckt worden, so dass derselbe, soweit bis jetzt bekannt, innerhalb 4 Tage von 4 verschiedenen Astronomen aufgefunden ist; hoffentlich wird er aber auf der südlichen Halbkugel viel früher gesehen und beobachtet worden sein, was besonders von Wichtigkeit sein würde, wenn sich die Identität dieses Cometen mit dem von 1664 als wahrscheinlich herausstellen sollte.

Beobachtungen auf der Sternwarte in Cambridge Mass.

	M. Zt. Cambr.	AR. ☄	Decl. ☄
1853 März 8	$8^h 28^m 4^s5$	a +15ˢ18	a − 0″76
	9 23 53,5	b − 5,42	b −1′ 43″9
	a = $4^h 46^m 37^s$	−10°59′	
	b = Weisse IV. 1031.		

Beobachtungen auf der Königsberger Sternwarte, von Herrn Prof. *Peters*.

1853	M. Zt. Königsb.	AR. ☄	Decl. ☄	Vgl.-Sterne.
März 19	$9^h 33^m 6^s$	69° 0′ 1″	+2° 46′ 48″	Weis. IV. 754
26	8 39 0	68 16 46	+7 22 11	——— 675
28	8 17 44	68 9 47	+8 22 31	——— 725

hiernach ist die in Nr. 853 p. 207 abgedruckte Beobachtung vom 19ten März zu verbessern.

Beobachtungen auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn *G. Rümker*.

1853	M. Zt. Hamb.	AR. ☄	Decl. ☄	Vergl.
März 27	$8^h 10^m 23^s9$	68° 13′ 4″6	+7° 53′ 47″2	10
28	8 11 56,2	68 9 59,2	+8 23 24,5	7

P.

Inhalt.

Altona 1853. April 5.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 856.

Refractorbeobachtungen auf der Berliner Sternwarte.

Melpomene.

1852		M. Berl. Zt.	α	δ	Beob.	
Oct.	16	$7^h26^m47^s8$	$281^\circ\ 2'\ 37''0$	$-19^\circ23'\ 54''3$	10	α
	19	6 44 1,4	282 21 18,3	19 32 1,9	4	β
	28	6 44 40,4	286 32 24,3	19 49 51,2	5	γ
Nov.	7	6 6 14,7	291 29 54,9	−19 55 43,8	7	δ

Die Beobachtungen sind wegen der Refraction corrigirt.

Mittl. Oerter der Vergleichsterne für 1852,0

α	$280^\circ26'\ 29''1$	$-19^\circ27'\ 45''9$	Arg. Z. 310
β	283 5 32,6	19 32 59,3	—— 227
γ	285 59 1,1	19 55 4,5	—— 310
δ	290 20 31,7	−19 51 17,5	Lal. 36777

Fortuna.

1852		M. Berl. Zt.	α	δ	Beob.	
Oct.	16	$8^h39^m26^s0$	$329^\circ\ 8'\ 1''1$	$-10^\circ55'\ 14''8$	12	i
	19	9 17 31,0	329 23 24,1	10 53 43,2	12	i
	27	9 48 9,9	330 24 11,0	10 42 5,3	12	i
	28	8 31 17,1	330 33 10,2	10 39 56,5	5	i
Nov.	3	7 44 21,1	331 37 51,6	10 23 18,3	12	f
	6	9 38 45,7	332 16 28,0	10 12 30,2	5	k
	7	7 16 0,9	332 28 32,3	10 9 1,3	2	k
	12	7 45 18,8	333 40 24,6	9 47 43,3	10	l
	18	6 16 24,8	335 16 7,5	9 17 41,9	12	m
	28	8 4 22,3	338 21 14,5	8 15 39,2	10	n
Dec.	11	6 22 58,1	342 53 17,8	6 37 44,4	14	o
	12	6 25 29,6	343 15 51,3	6 29 15,0	10	p
	14	6 20 49,3	344 1 5,2	6 12 18,9	8	q
1853						
Janr.	1	6 4 53,5	351 17 16,1	− 3 22 17,6	8	r

Mittl. Oerter der Vergl.-Sterne für 1852,0 u. 1853,0

i	$329^\circ58'\ 30''0$	$-10^\circ47'\ 56''2$	B. Z. 184 u. 186
f	330 49 39,6	10 27 3,2	—— 125 u. 186
k	334 13 28,8	10 10 28,4	Lal. Nr. 43724
l	334 31 19,5	9 42 39,7	B. Z. 184 u. 186
m	334 44 55,3	9 15 44,5	—— 184 u. 186
n	337 56 24,2	8 22 23,0	—— 123
o	343 1 20,7	6 35 19,3	—— 123
p	342 43 52,3	6 27 49,1	—— 122
q	345 20 29,8	6 8 22,5	—— 122
r	350 7 49,6	− 3 16 10,0	—— 20

Massalia.

1852		M. Berl. Zt.	α	δ	Beob.	
Nov.	16	$11^h10^m\ 7^s9$	$355^\circ17'\ 44''1$	$-\ 1^\circ51'\ 14''9$	5	c
	18	7 28 53,9	355 24 2,4	− 1 49 10,2	10	c
	19	7 34 12,7	355 27 53,5	− 1 47 53,1	7	c
	25	11 4 43,4	356 1 14,3	− 1 35 37,5	7	d
	28	9 0 37,0	356 22 19,1	− 1 27 35,0	8	d
Dec.	11	8 26 28,6	358 33 24,3	− 0 34 41,8	10	e
	12	7 14 5,1	358 45 19,7	− 0 29 55,2	10	e
1853						
Janr.	10	6 41 1,8	6 44 57,7	+ 2 50 32,6	6	f
	20	7 4 10,6	10 14 32,3	+ 4 18 3,0	12	g
Febr.	24	8 14 23,1	24 34 7,4	+10 1 20,8	10	h

Mittl. Oerter der Vergl.-Sterne für 1852,0 u. 1853,0

c	$354^\circ25'\ 20''7$	$-\ 1^\circ47'\ 52''1$	Bess. Zon. 112
d	355 9 11,4	− 1 35 45,4	B. Z. 112 u. Lal. 4662
e	358 28 20,6	− 0 31 19,2	Bes. Zon. 34
f	6 2 16,9	+ 2 56 39,0	—— 116
g	9 22 30,0	+ 4 22 35,0	—— 116
h	24 50 26,3	+10 6 27,3	—— 31

Calliope.

1852		M. Berl. Zt.	α	δ	Beob.	
Nov.	28	$10^h55^m\ 6^s9$	$75^\circ38'\ 20''8$	$+25^\circ23'\ 18''7$	5	a
Dec.	6	9 57 47,0	73 32 0,3	25 56 16,7	2	b
	8	10 28 36,1	72 59 29,3	26 3 56,2	6	b
	11	9 39 15,7	72 12 1,2	26 14 39,8	10	c
	12	10 31 25,1	71 55 39,5	26 18 13,3	10	c
	14	9 37 51,1	71 24 56,2	26 24 55,2	8	d
	18	8 43 18,3	70 24 51,6	26 37 29,9	11	d
	22	10 22 57,4	69 26 59,9	26 49 33,0	4	e
	23	8 49 15,1	69 14 21,9	26 52 14,7	10	e
	24	11 26 38,7	68 59 36,5	26 55 18,0	5	e
1853						
Janr.	1	10 59 13,3	67 27 31,7	27 15 24,2	8	f
	3	11 57 8,3	67 8 3,2	27 20 9,1	9	f
	4	14 57 26,1	66 58 1,4	27 22 40,3	10	f
	7	10 16 4,3	66 35 34,5	27 29 8,4	10	g
Febr.	2	13 59 58,7	66 4 25,8	28 27 39,9	10	h
	17	9 45 45,5	68 1 41,5	29 4 19,2	7	i
März	12	11 6 58,1	73 37 9,3	30 4 40,6	10	k
	13	9 39 15,9	73 53 55,7	30 6 56,5	7	k

Mittl. Oerter der Vergleichsterne für 1852,0 u. 1853,0

a	76°43′14″6	+25°11′ 5″0	Bes. Zon 521
b	72 37 40,8	26 1 20,3	—— 396
c	73 2 28,1	26 18 31,2	—— 396
d	70 57 17,2	26 31 31,3	—— 396
e	69 59 1,1	26 44 51,8	B. Z. 396, Lal. 9003
f	66 24 13,9	27 13 9,6	— 396 u. 397
g	67 0 25,8	27 37 13,2	— 397
h	67 19 33,6	28 25 1,1	— 397
i	67 18 1,1	29 5 9,3	— 397 u. 398
k	73 48 13,7	+30 11 2,1	— 398

Anmerk. Für folgende Sterne ist in Bes. Zon. 397 die AR. um 1 Minute zu vergrössern:

h	(9)	4h27m15s40	+28°22′17″3
	(9)	4 28 23,89	28 26 26,8
	(7)	4 30 4,96	28 16 52,9
	(9)	4 30 32,70	28 19 34,5

Der Stern (7) ist identisch mit Rümker 1244 u. Lal. 8771 u. 8772, Der letzte Stern (9) mit Lal. 8790 und 8791.

Lutetia.

1852	M. Berl. Zt.	α.	δ.	Beob.	
Dec. 11	10h51m48s6	36°44′ 9″1	+12°20′57″8	11	*a*
12	8 11 1,8	36 40 19,6	12 21 38,4	10	*a*
14	7 25 45,2	36 33 26,7	12 23 27,9	12	*a*
18	7 6 41,2	36 25 15,5	12 28 42,1	10	*b*
22	9 44 49,9	36 24 14,5	12 36 27,7	10	*b*
23	7 55 23,8	36 24 59,3	12 38 32,9	10	*b*
29	9 46 47,7	36 39 38,9	12 54 45,0	10	*c*
1853					
Janr. 1	8 59 40,5	36 52 21,2	13 4 11,1	10	*c*
4	12 53 40,7	37 9 54,2	13 15 19,2	8	*d*
6	9 21 10,0	37 21 54,2	13 22 23,8	6	*e*
7	10 36 5,2	37 29 31,3	13 26 34,2	8	*e*
9	11 45 41,1	37 45 6,4	13 34 47,3	10	*e*
20	6 57 3,3	39 31 50,2	14 24 50,6	8	*f*
Febr. 17	7 10 37,9	46 41 39,2	+17 3 16,4	10	*g*

Mittl. Oerter der Vergl.-Sterne für 1852,0 u. 1853,0

a	37°15′59″6	+12°15′31″5	B. Z. 126
b	36 49 45,6	12 29 34,3	— 126
c	36 18 12,2	12 56 26,4	— 32 u. 126
c	36 19 1,0	12 56 42,6	— ——
d	36 55 23,7	13 10 14,6	— 126 u. 141
e	37 27 1,2	13 30 40,3	— 32 u. 141
f	39 32 46,6	14 23 11,3	— 141
g	47 13 44,2	+17 1 45,1	— 337 u. 506
			Lal. 6050, 6051 u. Rümk. 832

Thalia.

1852	M. Berl. Zt.	α.	δ.	Beob.	
Dec. 21	9h48m 0s3	47° 7′35″5	+17°12′ 2″1	13	*a*
22	8 58 1,1	47 1 2,2	17 15 52,0	10	*b*
23	7 8 0,4	46 55 2,7	17 19 36,7	12	*b*
24	7 27 3,7	46 48 52,5	17 23 48,7	10	*b*
29	10 10 56,9	46 26 29,2	+17 46 39,0	10	*c*

1853	M. Berl. Zt.	α.	δ.	Beob.	
Janr. 1	9h59m 6s7	46°19′51″6	+18° 1′ 2″5	10	*d*
3	11 5 59,6	46 18 16,4	18 11 15,2	8	*e*
4	13 55 14,0	46 18 17,8	18 17 3,0	5	*e*
6	9 42 24,8	46 19 57,4	18 26 40,5	10	*f*
9	12 11 8,6	46 26 46,7	18 43 46,2	8	*g*
20	8 15 2,5	47 30 23,1	19 49 24,1	10	*h*
Febr. 2	12 1 39,2	50 3 13,3	21 18 19,1	10	*i*
März 12	10 0 38,2	63 32 32,7	+25 46 15,5	10	*k*

Mittl. Oerter der Vergl.-Sterne für 1852,0 u. 1853,0

a	47°12′50″9	+17° 1′29″2	B. Z. 397 u. 506
b	46 24 30,3	17 19 48,3	— 337
c	46 28 19,4	17 47 12,1	— 506
d	46 45 25,4	18 1 14,6	— 506
e	45 35 51,2	18 10 55,7	B. Z. 506, Lal. 5855 und Rümker 798.
f	46 23 32,1	18 25 5,1	B. Z. 506
g	46 59 22,8	18 47 23,3	— 506
h	46 58 7,7	19 57 24,0	— 391
i	49 31 47,4	21 25 51,7	— 27 u. Lal. 6317
k	62 36 42,9	25 52 31,1	— 396

Hygiea.

1852	M. Berl. Zt.	α.	δ.	Beob.	
Nov. 12	13h 8m24s3	69°18′47″0	+25°37′22″2	7	*a*
16	13 47 36,9	68 31 35,0	25 30 14,1	4	*b*
19	9 38 53,2	67 56 42,5	25 24 40,6	2	*b*
Dec. 11	11 56 12,4	63 14 40,2	24 27 27,6	12	*c*
12	9 21 1,2	63 4 15,3	24 24 48,6	11	*c*
14	8 45 58,1	62 41 10,7	24 18 57,7	11	*d*
18	9 20 47,6	61 56 30,3	+24 7 4,9	10	*d*

Mittl. Oerter der Vergl.-Sterne für 1852,0

a	69°16′46″5	+25°45′37″9	B. Z. 396
•*b*	67 5 23,7	25 25 17,8	—— 396
c	62 18 23,7	24 32 29,5	—— 395 u. 521
d	62 15 34,0	+24 12 31,1	—— 395

Eunomia.

1852	M. Berl. Zt.	α.	δ.	Beob.	
Nov. 6	13h23m37s7	80° 3′54″1	+37°30′52″6	7	*a*
19	10 19 33,3	77 34 25,6	37 6 2,2	10	*b*

Mittl. Oerter der Vergleichsterne für 1852,0

a	80° 0′32″5	+37°31′19″3	Lal. 10220
b	77 18 7,5	+37 7 38,5	B. Z. 515

Parthenope.

1853	M. Berl. Zt.	α.	δ.	Beob.	
Febr. 17	8h13m22s5	139°24′28″2	+17°51′23″9	10	*a*
24	9 17 56,9	137 51 50,8	+18 28 12,7	5	*b*

Mittl. Oerter der Vergl.-Sterne für 1853,0

a	139°37′46″2	+17°44′53″2	B. Z. 274.
b	137 29 12,0	+18 20 38,5	——

Comet II. (1852).

	M. Berl. Zt.	α.	δ.	Beob.	Vgl.-St.	
1852 Oct. 16	12ʰ22ᵐ 8ˢ0	203°26′ 12″1	+80°11′ 12″9	9	ϰ	
27	11 24 28,2	208 48 34,3	73 56 57,8	10	β	
Nov. 1	11 59 33,7	209 55 21,2	71 49 12,0	4	γ	
3	9 10 24,2	210 14 1,2	71 7 39,1	13	δ	
6	10 59 41,7	210 39 16,8	70 6 28,5	5	ε	
12	11 15 45,4	211 11 29,3	68 29 53,9	7	ζ	
15	13 15 58,9	211 19 28,0	67 51 30,2	5	η	
19	11 36 8,1	211 20 26,9	67 12 42,5	10	ϑ	
Dec. 29	6 44 35,2	196 44 55,5	68 36 24,2	8	ι	K. M.
1853 Janr. 3	8 13 36,2	*ϰ−29 10,6	*ϰ +11,9	10	ϰ	K. M.
4	6 58 49,3	190 29 49,9	69 18 42,2	6	λ	K. M.
6	10 55 48,5	187 53 52,8	69 30 46,0	8	μ	K. M.
9	14 27 50,9	183 49 26,9	+69 43 5,6	5	ν	K. M.

Der Stern ϰ wurde von Herrn Dr. *Brünnow* am Meridiankreise bestimmt, sein sch. Ort war Oct. 16, 204°8′ 42″4 +80°6′14″2

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1852,0 und 1853,0

1852,0	β	208°34′ 17″7	+73°59′ 16″0	Arg. Zon. 194 u. 200
	γ	209 31 15,9	71 41 32,1	—— 200
	δ	209 47 20,2	71 2 54,5	—— 200 u. 115
	ε	209 45 24,4	70 14 57,7	—— 200
	ζ	211 43 57,6	68 24 0,8	aus 3 Vergleichungen mit Nr. 87 in Arg. Zone 204.
	η	209 45 0,9	67 48 32,8	Arg. Zon. 204
	ϑ	210 24 26,1	67 8 31,3	—— 204
	ι	198 19 10,5	68 28 3,2	—— 204
1853,0	λ	188 43 58,0	69 19 25,4	—— 189
	μ	188 3 44,4	69 20 38,0	aus 5 Vergl. mit λ
	ν	185 32 45,7	+69 43 55,6	Arg. Zon. 189.

Der Stern ϰ konnte hier des ungünstigen Wetters halber noch nicht bestimmt werden, sein genäherter Ort ist:
12ʰ48ᵐ 18ˢ +69° 13′

Die mit K. M. bezeichneten Beobachtungen sind mit dem Kreismikrometer von Herrn Dr. *Brünnow* und mir angestellt, bei den übrigen Beobachtungen hat Herr *Lesser* aus Marburg seit Mitte December geholfen.

Berlin 1853, Febr. 10. *Carl Bruhns.*

Observations of Calliope, Lutetia, Thalia and Parthenope, made at the Cambridge Observatory with the Northumberland Equatoreal.

Calliope.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	No. of Comp.	Star.
1853 Janr. 31	9ʰ13ᵐ30ˢ3	4ʰ23ᵐ39ˢ16	+8,270	61°37′ 25″5	−9,6279	4	*a*
	10 10 5,4	4 23 39,94	+8,455	61 37 21,7	−9,6640	2	*a*
Febr. 14	7 24 10,5	4 29 59,93	+7,834	61 3 22,4	−9,5960	9	*b*
19	9 32 36,7	4 33 35,39	+8,517	60 50 15,1	−9,6756	6	*b*

Assumed mean places of the stars.

	Mean R. A. 1853,0	Mean N. P. D. 1853,0	Authority for the place.
a	4ʰ25ᵐ26ˢ56	61°21′ 4″0	B. A. C. 1408
b	4 29 10,61	60 54 46,2	H. C. 8684.

Lutetia.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	No. of Comp.	Star.
1853 Janr. 25	8ʰ 6ᵐ41ˢ6	2ʰ42ᵐ19ˢ25	+8,273	75° 8′ 45″8	−9,7918	5	*a*
31	7 43 54,0	2 47 53,13	+8,255	74 35 57,6	−9,7859	10	*b*
Febr. 16	7 34 14,8	3 5 36,78	+8,379	73 2 12,3	−9,7808	10	*c*
21	9 27 45,3	3 11 59,68	+8,392	72 31 39,4	−9,8291	10	*d*

Assumed mean places of the stars.

	Mean R. A. 1853,0	Mean N. P. D. 1853,0	Authority for the place.
a	2ʰ39ᵐ52ˢ70	75° 6′ 31″8	H. C. 5174
b	2 49 17,23	74 17 50,2	—— 5443
c	3 4 44,35	73 25 20,4	—— 5934
d	3 10 1,81	72 21 43,8	—— 6095

Thalia.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{q}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	No. of Comp.	Star.
1853 Janr. 18	7ʰ23ᵐ56ˢ5	3ʰ 8ᵐ57ˢ22	+7,172	70°23′ 20″9	−9,7283	1	*a*
	7 41 53,5	3 8 56,73	7,690	70 23 13,8	9,7294	4	*b*
	9 4 18,8	3 8 58,19	8,298	70 22 49,5	9,7461	5	*b*
20	7 38 42,3	3 10 1,93	7,747	70 10 42,2	9,7273	8	*c*
Febr. 28	7 33 30,3	3 53 39,11	+8,396	65 35 48,6	−9,7035	12	*d*

Assumed mean places of the stars.

	Mean R. A. 1853,0	Mean N. P. D. 1853,0	Authority for the place.
a	3ʰ 3ᵐ13ˢ80	70°49′ 58″0	B. A. C. 986 = δ Arietis
b	3 11 58,46	70 39 46.3	H. C. 6141 und 6142.
c	3 12 24,88	70 1 32.9	B. A. C. 1032
d	3 54 46,27	65 27 42,1	H. C. 7460

Parthenope.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	No. of Comp.	Star.
1853 March 18	10ʰ33ᵐ59ˢ6	8ʰ58ᵐ36ˢ48	+8,180	70° 3′ 52″6	−9,7374	12	*a*
21	11 26 9,3	8 57 50,22	+8,414	70 12 8,1	−9,7583	7	*a*

The star is H. C. 17850, of which the assumed mean R. A. 1853,0 is 8ʰ55ᵐ12ˢ01, and the assumed mean N. P. D. 1853,0, 70°3′ 52″6, as derived from the Catalogue. The observations were obtained by means of an approximate Ephemeris furnished by Mr. *Ellis* of the Durham Observatory.

J. Challis.

Beobachtungen der Calliope und Thalia auf der Hamburger Sternwarte.
(Fortsetzung von Nr. 845).

Calliope.

1853	Hamb. m. Zt.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne. AR.	Decl.
März 1	8h 52m 22s6	70° 35′ 16″7	9,6602	+29° 33′ 10″0	9,6834	2	4h 42m 8s991	+29° 34′ 28″5
10	8 19 46,0	72 59 49,7	9,6474	29 58 39,5	9,6726	13	4 52 56,784 4 53 6,470	29 46 38,6 29 49 4,5
12	8 2 27,4	73 34 52,0	9,6201	+30 3 23,5	9,6621	15	4 54 50,881	+30 16 55,3

Thalia.

1853	Hamb. m. Zt.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	AR.	Decl.
März 1	7 51 38,1	58 48 38,7	9,6100	+24 31 14,5	9,7318	18	3 54 46,802	+24 32 16,0
10	9 31 24,7	62 38 45,1	9,7894	25 33 8,4	9,7994	12	4 11 33,213	25 28 4,7
12	9 11 6,6	63 32 2,5	9,7770	+25 46 5,7	9,7866	8	4 11 33,176	+25 28 4,6

Die aus dem Lalande'schen Cataloge und den Bessel'schen Zonen abgeleiteten Rectascensionen der Vergleichsterne weichen über eine Zeitsecunde ab, welches eine constante Differenz ist. Da aber die Bessel'schen Oerter anderer in denselben Zonen enthaltenen Sterne besser mit neueren Beobachtungen übereinstimmen, so habe ich mich in den Rectascensionsbestimmungen auf Bessel's Zonen allein beschränkt, hingegen ein Mittel zwischen den Lal. und Bessel'schen Declinationen genommen.

Für den Stern 6.7 Grösse, mit welchem ich die Calliope am 12ten März verglichen habe, sind in der 398sten Bessel'schen Zone 2 Rectascensionen angegeben, von diesen habe ich die erste, als mit der Bewegung des Planeten am besten übereinstimmend, gewählt.

Hamburg 1853, März 15.

C. Rümker.

Elemente II. und Ephemeride der Thalia, von Herrn *C. Bruhns.*

Epoche 1853 Januar 9,0

$M = 328°21'21''8$
$\pi = 123\ 5\ 40,2$ } M. Aeq. 1853 Jan. 0,0
$\Omega = 67\ 54\ 10,5$
$i = 10\ 14\ 29,6$
$\varphi = 13\ 53\ 30,2$
$\log a = 0,421888$
$\log \mu = 2,917175.$

Diese Elemente sind berechnet aus den Beobachtungen: London Dec. 15, Berlin und Hamburg Januar 9. und Berlin Februar 2. Alle Correctionen sind angebracht.

Von der Ephemeride gebe ich hier nur den Anfang, bis Februar 24, wo die in Nr. 851 abgedruckte Ephemeride von Herrn *Oeltzen* beginnt, sowie einige spätere Oerter zur Vergleichung.

Ephemeride für 12h mittl. Zeit Berlin.

	α.	δ.	Log. Δ
1853 Febr. 9	3h 27m 41s	+22° 8′3	0,25273
10	28 51	15,5	
11	30 2	22,8	
12	31 15	+22 30,0	
1853 Febr. 13	3h 32m 30s	+22° 37′3	0,26229
14	33 46	44,5	
15	35 4	51,8	
16	36 23	+22 59,1	
17	37 43	+23 6,4	0,27163
18	39 5	13,6	
19	40 28	20,9	
20	41 53	28,1	
21	43 19	35,4	0,28076
22	44 46	42,6	
23	46 15	49,8	
24	47 44	+23 57,0	
März 1	3 55 30	+24 32,7	0,29837
9	4 8 59	+25 27,5	0,31498
17	23 37	+26 19,3	0,33057
25	39 15	+27 6,0	0,34529
29	4 47 24	+27 27,0	0,35229

P.

Beobachtungen auf Malta, von Herrn *Lassell.*

Observations of Hyperion.

	Greenw. M. T.								
1852 Nov. 1	10ʰ 50ᵐ	precedes	Saturn's	centre	225″0	South	of Saturn's	centre	52″9
2	10 54	,,	,,	,,	190,0	,,	,,	,,	67,8
3	11 18	,,	,,	,,	134,8	,,	,,	,,	85,3
4	12 52	,,	,,	,,	81,9	,,	,,	,,	92,0
5	10 31	,,	,,	,,	19,6	,,	,,	,,	97,7
6	11 17	follows	,,	,,	46,3	,,	,,	,,	92,2
10	11 32	,,	,,	,,	248,9	,,	,,	,,	32,7
11	11 9	,,	,,	,,	258,7	,,	,,	,,	8,5
12	10 54	,,	,,	,,	250,4	North	,,	,,	18,2
13	10 11	,,	,,	,,	224,4	,,	,,	,,	38,2
15	11 9	,,	,,	,,	101,8	,,	,,	,,	71,6
16	10 11	,,	,,	,,	23,9	,,	,,	,,	75,3
18	10 16	precedes	,,	,,	132,0	,,	,,	,,	55,4
19	10 17	,,	,,	,,	196,2	,,	,,	,,	37,0
20	10 21	,,	,,	,,	230,7	,,	,,	,,	13,4
27	10 18	follows	,,	,,	32,6	South	,,	,,	89,8
29	10 1	,,	,,	,,	154,6	,,	,,	,,	75,3
Dec. 2	8 49	,,	,,	,,	252,6	,,	,,	,,	18,0
3	9 51	,,	,,	,,	256,7	North	,,	,,	8,0
9	11 15	precedes	,,	,,	111,6	,,	,,	,,	58,0
13	10 12	,,	,,	,,	225,8	South	,,	,,	31,8
15	9 29	,,	,,	,,	165,7	,,	,,	,,	67,3
20	8 26	follows	,,	,,	127,5	,,	,,	,,	74,7
27	8 0	,,	,,	,,	150,5	North	,,	,,	59,5
1853 Janr. 7	8 22	precedes	,,	,,	75,2	South	,,	,,	80,5
8	8 18	,,	,,	,,	16,5	,,	,,	,,	87,2
12	7 11	follows	,,	,,	194,3	,,	,,	,,	53,8
14	6 39	,,	,,	,,	242,7	,,	,,	,,	15,4
15	5 43	,,	,,	,,	242,1	North	,,	,,	13,3
17	5 57	,,	,,	,,	169,2	,,	,,	,,	50,1

Period deduced from five observations in 1850 compared with the above, 21,297 days. A rather large ellipticity of orbit is shown by the above observations.

Observations of Japetus.

	G. M. T.								
1852 Oct. 30	11ʰ 18ᵐ	precedes	Saturns	centre	293″	South	of Saturns	centre	206″
Nov. 1	10 50	,,	,,	,,	195,0	,,	,,	,,	195,0
3	10 54	,,	,,	,,	119,0	,,	,,	,,	195,0
5	10 31	,,	,,	,,	19,6	,,	,,	,,	169,8
6	11 30	follows	,,	,,	46,3	,,	,,	,,	159,6
10	11 32	,,	,,	,,	217,6	,,	,,	,,	106,0
11	11 9	,,	,,	,,	261,5	,,	,,	,,	89,5
13	10 11	,,	,,	,,	343,9	,,	,,	,,	59,1
15	11 30	,,	,,	,,	409,6	,,	,,	,,	25,4
16	10 31	,,	,,	,,	447,4	,,	,,	,,	7,6
18	10 25	,,	,,	,,	507,6	North	,,	,,	26,7
19	10 27	,,	,,	,,	517,9	,,	,,	,,	46,4
20	10 36	,,	,,	,,	551,2	,,	,,	,,	68,3
27	10 33	,,	,,	,,	589,3	,,	,,	,,	163,2
29	10 39	,,	,,	,,	568,9	,,	,,	,,	186,5
Dec. 3	10 6	,,	,,	,,	485,8	,,	,,	,,	217,4
13	10 18	,,	,,	,,	113,8	,,	,,	,,	195,4
15	9 29	,,	,,	,,	28,8	,,	,,	,,	175,7
27	8 30	precedes	,,	,,	431,7	,,	,,	,,	6,5

Measures of the exterior diameter of the exterior ring of Saturn and of the polar and equatoreal diameter of his disk.

Diameter of ring.

1852		No.	Power.	Reduced to mean dist.
Nov. 18	47"4	6	614	40"694
19	47,14	4		40,490
29	47,59	7		41,152
Dec. 3	46,70	8		40,529
20	46,32	5	614	41,046
24	45,66	6	760	40,580
27	45,55	7	614	40,794
			Mean =	40"881

Equatoreal Diameter.

1852		No.	Power	Reduced to mean dist.
Nov. 19	20"96	3		17"990
29	20,94	8		18,107
Dec. 3	19,03	6		16,515
20	20,01	6		17,732
22	19,29	10	760	17,143
24	19,53	7	760	17,409
27	19,29	2	614	17,276
			Mean =	17"453

Polar Diameter.

1852		No.	Power
Nov. 29	19"14	10	
Dec. 3	17,86	5	
20	17,67	5	
22	18,45	9	760
24	17,90	6	760

The measures of the 3rd of December were taken under the especial determination not to be in excess, and probably I should otherwise have taken them somewhat larger. In several instances I have omitted to record the power but I presume it would be 760, which I most frequently use when the air is in an average state. Comparing the mean of the five measures of polar diameter with the mean of those taken of the equatoreal diameter on the same days, $e = 0{,}078764$ or $\frac{1}{12{,}697}$ i. e. the apparent ellipticity without applying the correction for the present inclination of the axis. The measures of the equatoreal diameter and major axis of ring differ considerably from those obtained by Professor *Struve* at Dorpat. With respect to the ellipticity I would remark that without a perfect driving motion it is impossible to measure both diameters of the disk under equal circumstances. The polar is perfectly easy while the equatoreal from being nearly in the direction of motion is difficult. The driving motion, being here somewhat temporarily fixed up, is less steady than at home.

Valletta 1853, Febr. 24.

W. Lassell.

Beobachtungen und Elemente des Cometen I. 1853.

Beobachtungen auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn *G. Rümker*.

	M. Zt. Hamb.	AR. ☄	Log. F. P.	δ. ☄	Log. F. P.	Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne	
1853 März 30	8h 9m35s	68° 4' 44"4	9,7399	+ 9°18' 45"4	9,8761	12	4h30m56s77	+ 9°20' 32"4
31	8 25 21	68 2 34,3	9,7376	+ 9 44 11,6	9,8764	7	4 30 36,57	+ 9 53 32,3
							4 31 38,85	+ 9 35 39,9
April 5	8 39 35	67 57 43,4	9,7714	+11 36 39,2	9,8792	16	4 31 51,38	+11 54 11,7

Der Comet hat an Helligkeit bedeutend abgenommen; am 5ten April war er schon ziemlich schwach.

Für die in Nr. 855 abgedruckten Beobachtungen sind die Logarithmen der Factoren für Parallaxe in AR. und Declination, und die scheinbaren Oerter der Vergleichsterne folgende:

März 27	Log. F. P. = 9,7151 und 9,8771	sch. Oerter der Vergl.-Sterne =	4h30m37s84	+7°52' 35"4
			4 31 7,61	+7 34 24,9
28	9,7219 „ 9,8719	„ „ „	4 30 15,31	+8 23 42,5

Beobachtungen auf der Wiener Sternwarte, von Herrn *Hornstein*.

1853	M. Zt. Wien.	AR. ☄	Log. F. P.	δ. ☄	L. F. P.	Vgl.	Vgl.-St.
März 29	9h 12m29s3	4h32m27s93	8,642	+ 8°52' 20"1	9,853	4	a, b
30	8 22 6,4	4 32 18,18	8,613	+ 9 18 21,5	9,839	4	b, c
31	8 3 36,5	4 32 10,44	8,599	+ 9 43 33,2	9,833	8	b, c, d
April 1	8 1 51,2	4 32 3,53	8,602	+10 7 56,0	9,832	6	e, f

Mittl. Oerter der Vergl.-Sterne für 1853,0

a	4h28m12s79	+ 8°54' 14"1	B. Z. 135
b	4 30 57,84	+ 9 20 35,9	— 53
c	4 34 12,10	+ 9 21 5,9	Lal. 8845, B. Z. 53
d	4 26 25,51	+ 9 42 30,5	B. Z. 53
e	4 29 1,79	+10 32 22,4	Lal. 8691
f	4 27 34,66	+ 9 51 22,8	(88 *d* Tauri)

Bradley 632, P. IV. 128, Taylor 1604.

Beobachtungen zu Regent's Park, London, von Herrn *Hind*.

1853	M. Zt. Greenw.	AR. ☌	δ. ☌
März 22	$7^h 39^m 4^s$	68°37′ 12″3	+4°59′ 3″4
23	8 13 13	68 31 4,4	+5 38 46,6
25	7 48 14	68 20 53,1	+6 49 44,7

These observations are made with our wire-micrometer during brief intervals of clear weather. The difficulty attending the observations in a hazy moonlight sky, will probably render the positions less accurate than they would have been under more favourable atmospheric conditions.

Beobachtungen auf der Sternwarte in Bilk, von Herrn *R. Luther*.

	M. Zt. Bilk.	Sch. AR ☌	Sch. Decl. ☌	Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne.		
1853 März 27	$8^h 48^m 26^s 7$	68°12′ 56″5	+7°54′ 43″0	9	67°39′ 27″1	+7°52′ 34″3	B. Z. 135
28	8 16 7,2	68 9 49,3	+8 23 37,8	10	67 33 52,1	+8 23 40,6	— 135

Beobachtung auf der Altonaer Sternwarte, von *A. C. Petersen*.

1853	M. Zt. Altona.	AR. ☌	Log. F. P.	Decl. ☌	Log. F. P.	Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne.		
März 30	$8^h 36^m 13^s 5$	$4^h 32^m 17^s 94$	8,5622	+9°18′ 49″8	9,8804	6	$4^h 30^m 56^s 60$	+9°20′ 32″4	R. 1240
							4 34 10,97	+9 20 59,3	R. 1257

Elemente, berechnet von Herrn *Marth* in Königsberg,
aus den Beobachtungen: Rom März 7, Wien März 16 und Königsberg März 28.

T = 1853 Febr. 23,99268 m. Zt. Greenw.
π = 153°44′ 51″2 } mittl. Aeq. der
Ω = 69 30 31,2 } Perihelzeit.
i = 20 13 43,8
Log. q = 0,038202
„ m = 9,902824
Rückläufig.

Eine nach diesen Elementen von Herrn *Marth* berechnete Ephemeride stimmt fast vollkommen mit der des Herrn *Bruhns* in Nr. 853 überein und ist deshalb hier nicht mit abgedruckt worden.

P.

I n h a l t.

Altona 1853. April 15.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
№. 857.

Ueber das Cometenproblem.

Von Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

(Fortsetzung von Nr. 855).

§ 8.

Aus der Gleichung

$$G + \tau_{2,3} J u_1 - \tau_{1,2} J_1 u_3 = 0$$

ergiebt sich

$$u_3 = \frac{G}{\tau_{1,2} J_1} + \frac{\tau_{2,3}}{\tau_{1,2}} \cdot \frac{J}{J_1} u_1.$$

Nun ist, wie man aus dem Obigen leicht findet:

$$G = -R_2 \{\tau_{1,2} R_3 \sin(L_2 - L_3) - \tau_{2,3} R_1 \sin(L_1 - L_2)\} \sin\beta_2$$

und

$$J = -R_2 \{\cos\beta_1 \sin\beta_2 \sin(\alpha_1 - L_2) - \sin\beta_1 \cos\beta_2 \sin(\alpha_2 - L_2)\},$$

$$J_1 = -R_2 \{\cos\beta_2 \sin\beta_3 \sin(\alpha_2 - L_2) - \sin\beta_2 \cos\beta_3 \sin(\alpha_3 - L_2)\};$$

also

$$\frac{J}{J_1} = \frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_3} \cdot \frac{\tang\beta_1 \sin(\alpha_2 - L_2) - \tang\beta_2 \sin(\alpha_1 - L_2)}{\tang\beta_2 \sin(\alpha_3 - L_2) - \tang\beta_3 \sin(\alpha_2 - L_2)}$$

und

$$\frac{G}{\tau_{1,2} J_1} = \frac{R_3 \sin(L_2 - L_3) - \frac{\tau_{2,3}}{\tau_{1,2}} R_1 \sin(L_1 - L_2)}{\cos\beta_2 \sin\beta_3 \sin(\alpha_2 - L_2) - \sin\beta_2 \cos\beta_3 \sin(\alpha_3 - L_2)} \sin\beta_2$$

oder

$$\frac{G}{\tau_{1,2} J_1} = -\frac{\tang\beta_2}{\cos\beta_3} \cdot \frac{R_3 \sin(L_2 - L_3) - \frac{\tau_{2,3}}{\tau_{1,2}} R_1 \sin(L_1 - L_2)}{\tang\beta_2 \sin(\alpha_3 - L_2) - \tang\beta_3 \sin(\alpha_2 - L_2)}.$$

Setzen wir also

$$M = -\frac{\tang\beta_2}{\cos\beta_3} \cdot \frac{R_3 \sin(L_2 - L_3) - \frac{\tau_{2,3}}{\tau_{1,2}} R_1 \sin(L_1 - L_2)}{\tang\beta_2 \sin(\alpha_3 - L_2) - \tang\beta_3 \sin(\alpha_2 - L_2)},$$

$$N = \frac{\tau_{2,3}}{\tau_{1,2}} \cdot \frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_3} \cdot \frac{\tang\beta_1 \sin(\alpha_2 - L_2) - \tang\beta_2 \sin(\alpha_1 - L_2)}{\tang\beta_2 \sin(\alpha_3 - L_2) - \tang\beta_3 \sin(\alpha_2 - L_2)};$$

so ist nach dem Obigen

$$u_3 = M + N u_1.$$

Bekanntlich haben wir aber die Gleichung:

$$C^2_{3,1} = \mathfrak{A}_{3,1} - 2\mathfrak{B}_{3,1} u_3 - 2\mathfrak{C}_{3,1} u_1 - 2\mathfrak{D}_{3,1} u_3 u_1 + u_3^2 + u_1^2,$$

folglich, wenn wir in diese Gleichung den vorhergehenden Ausdruck von u_3 einführen:

$$\begin{aligned} 0 = \; & \mathfrak{A}_{3,1} - C^2_{3,1} - 2\mathfrak{B}_{3,1} M + M^2 \\ & - 2(\mathfrak{C}_{3,1} + \mathfrak{D}_{3,1} M + \mathfrak{B}_{3,1} N - MN) u_1 \\ & + (1 - 2\mathfrak{D}_{3,1} N + N^2) u_1^2; \end{aligned}$$

oder, wenn wir

$$f = \mathfrak{A}_{3,1} - 2\mathfrak{B}_{3,1} M + M^2,$$

$$g = 2(\mathfrak{C}_{3,1} + \mathfrak{D}_{3,1} M + \mathfrak{B}_{3,1} N - MN),$$

$$h = 1 - 2\mathfrak{D}_{3,1} N + N^2$$

setzen:

$$f - C^2_{3,1} - g u_1 + h u_1^2 = 0,$$

woraus

$$u_1 = \frac{g}{2h} \pm \frac{\sqrt{(g^2 - 4fh + 4C^2_{3,1} h)}}{2h}$$

folgt.

Der vorhergehenden Formeln und Gleichungen bedienen wir uns nun zur Auflösung unsers Problems in folgender Weise.

Wir theilen das Intervall zwischen 0 und 1 in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, und berechnen, indem wir die den Endpunkten dieser Theile entsprechenden numerischen Werthe für x, welches jetzt aber den Bruch $\frac{C_{3,1}}{S_{3,1}}$ bedeutet, setzen, die Grössen

$$S_{3,1} = \varphi_x \tau^3_{3,1}, \quad C^2_{3,1} = \psi_x \tau^3_{3,1};$$

eine Berechnung, die wieder durch die oben erwähnten Tafeln der Werthe von φ_x und ψ_x mit dem Argument x ungemein erleichtert wird. Dann bestimmen wir u_1 und u_3 mittelst der Formeln:

$$u_1 = \frac{g}{2h} \pm \frac{\sqrt{(g^2 - 4fh + 4C^2_{3,1}h)}}{2h}; \quad u_3 = M + Nu_1;$$

und berechnen hierauf $S_{3,1}$ mittelst der Formel

$$S_{3,1} = \sqrt{((A_1 + u_1)^2 + B_1^2)} + \sqrt{((A_3 + u_3)^2 + B_3^2)}.$$

Die Werthe von x, welche für $S_{3,1}$ mittelst der Formeln

$$S_{3,1} = \varphi x\, \tau^{\frac{2}{3}}_{3,1},$$

$$S_{3,1} = \sqrt{((A_1 + u_1)^2 + B_1^2)} + \sqrt{((A_3 + u_3)^2 + B_3^2)}$$

übereinstimmende Werthe liefern, sind die richtigen. Bildet man sich ein Tableau mit drei Colonnen, wo in die erste Colonne die Werthe von x, in die zweite Colonne die entsprechenden Werthe von

$$S_{3,1} = \varphi x\, \tau^{\frac{2}{3}}_{3,1},$$

und in die dritte Colonne die entsprechenden Werthe von

$$S_{3,1} = \sqrt{((A_1 + u_1)^2 + B_1^2)} + \sqrt{((A_3 + u_3)^2 + B_3^2)}$$

kommen, so wird man die richtigen Werthe von x immer in den Intervallen zu suchen haben, wo, wenn für den Anfang des Intervalls die Zahl der zweiten Colonne grösser oder kleiner als die Zahl der dritten Colonne ist, für den Endpunkt des Intervalls die Zahl der zweiten Colonne respective kleiner oder grösser als die Zahl der dritten Colonne ist. Oder mit anderen Worten: Weil man nach dem Vorhergehenden offenbar die Gleichung

$$\varphi x\, \tau^{\frac{2}{3}}_{3,1} - \sqrt{((A_1 + u_1)^2 + B_1^2)} - \sqrt{((A_3 + u_3)^2 + B_3^2)} = 0$$

hat, so berechne man für die sämmtlichen obigen Werthe von x die entsprechenden Werthe der Function

$$\varphi x\, \tau^{\frac{2}{3}}_{3,1} - \sqrt{((A_1 + u_1)^2 + B_1^2)} - \sqrt{((A_3 + u_3)^2 + B_3^2)},$$

und ermittele in bekannter Weise aus den Zeichenänderungen oder Zeichenwechseln dieser Function die engeren Gränzen oder Intervalle, zwischen oder in denen die wahren Werthe der gesuchten Grösse x liegen müssen, worauf man sich dann durch fernere Theilung dieser Intervalle in ganz ähnlicher Weise wie vorher nach und nach bis zu den völlig genauen Werthen von x erhebt.

Durch Einführung von Hülfswinkeln und durch andere Umformungen würden mehrere der obigen Formeln zur numerischen Rechnung bequemer eingerichtet werden können, was ich aber theils der Kürze wegen, theils weil die Methode solcher Transformationen gegenwärtig so allgemein bekannt ist, dass sie kaum noch einer besonderen Erläuterung bedarf, weiter auszuführen, für jetzt unterlasse.

§ 9.

Noch einigermaassen, aber nach meiner Meinung nicht wesentlich, wird die obige Rechnungsmethode vereinfacht, wenn man ausser der im Vorhergehenden angewandten näherungsweisen Voraussetzung sich noch eine zweite nur näherungsweise richtige Voraussetzung gestattet.

Das Verhältniss der Flächenräume der beiden geradlinigen Dreiecke, welche in der Ebene der Ekliptik zwischen der Sonne und dem ersten und zweiten Erdorte, und zwischen der Sonne und dem zweiten und dritten Erdorte liegen, ist nämlich nach den Lehren der analytischen Geometrie:

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 : a_2 b_3 - a_3 b_2.$$

Setzen wir nun, weil für kleine Zwischenzeiten die Flächenräume dieser Dreiecke nur sehr wenig von den Flächenräumen der elliptischen Sectoren, welche der Radius Vector der Erde in diesen Zwischenzeiten beschreibt, verschieden sein können, das Verhältniss der erwähnten in der Ebene der Erdbahn liegenden Dreiecke näherungsweise dem Verhältnisse $\tau_{1,2} : \tau_{2,3}$ der Zwischenzeiten gleich, so ist

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 : a_2 b_3 - a_3 b_2 = \tau_{1,2} : \tau_{2,3},$$

also

$$\tau_{1,2}(a_2 b_3 - a_3 b_2) - \tau_{2,3}(a_1 b_2 - a_2 b_1) = 0.$$

Folglich ist nach dem Obigen unter der gemachten Voraussetzung $G = 0$, also auch $M = 0$, und die beiden Gleichungen, aus denen u_1, u_3 bestimmt werden müssen, nehmen daher jetzt die folgende einfachere Form an:

$$\mathfrak{A}_{3,1} - C^2_{3,1} - 2(\mathfrak{C}_{3,1} + \mathfrak{B}_{3,1} N)u_1 + (1 - 2\mathfrak{D}_{3,1} N + N^2)u_1^2 = 0,$$

$$u_3 = Nu_1;$$

wodurch die Rechnung allerdings einigermaassen erleichtert wird, nach meiner Meinung aber doch nicht so wesentlich, dass darin die Zuhülfenahme der obigen zweiten näherungsweisen Voraussetzung ihre vollständige Rechtfertigung finden könnte, wogegen die Anwendung der ersten bloss näherungsweise richtigen Voraussetzung durch die Natur des aufzulösenden Problems vollständig gerechtfertigt erscheint.

§ 10.

Nachdem durch das vorhergehende Verfahren u_1 und u_3 bestimmt worden sind, haben wir zur Bestimmung von u_2 nach dem Obigen die Formel

$$u_2 = -\frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}u_1 + \mathfrak{D}u_3}{\mathfrak{C} + \mathfrak{E}u_1 + \mathfrak{F}u_3}.$$

Es ist aber, wie man leicht findet:

$$\mathfrak{A} = -R_2\{\tau_{1,2} R_3 \sin(L_2 - L_3) - \tau_{2,3} R_1 \sin(L_1 - L_2)\},$$

$$\mathfrak{B} = -\tau_{2,3} R_2 \sin(\alpha_1 - L_2)\cos\beta_1,$$

$$\mathfrak{C} = \{\tau_{1,2} R_3 \sin(\alpha_2 - L_3) + \tau_{2,3} R_1 \sin(\alpha_2 - L_1)\}\cos\beta_2,$$

$$\mathfrak{D} = -\tau_{1,2} R_2 \sin(\alpha_3 - L_2)\cos\beta_3,$$

$$\mathfrak{E} = \tau_{2,3} \sin(\alpha_1 - \alpha_2)\cos\beta_1 \cos\beta_2,$$

$$\mathfrak{F} = -\tau_{1,2} \sin(\alpha_2 - \alpha_3)\cos\beta_2 \cos\beta_3.$$

Also ist nach dem Obigen:

$$G = \mathfrak{A}\sin\beta_2,$$

$$J = \frac{\mathfrak{B}\sin\beta_2}{\tau_{2,3}} + R_2 \sin\beta_1 \cos\beta_2 \sin(\alpha_2 - L_2),$$

$$J_1 = -\frac{\mathfrak{D}\sin\beta_2}{\tau_{1,2}} - R_2\cos\beta_2\sin\beta_3\sin(\alpha_2 - L_2);$$

folglich

$$G + \tau_{2,3}Ju_1 - \tau_{1,2}J_1u_3 = (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}u_1 + \mathfrak{D}u_3)\sin\beta_2 + R_2\cos\beta_2\sin(\alpha_2 - L_2)(\tau_{2,3}u_1\sin\beta_1 + \tau_{1,2}u_3\sin\beta_3),$$

also, weil bekanntlich

$$G + \tau_{2,3}Ju_1 - \tau_{1,2}J_1u_3 = 0$$

ist:

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B}u_1 + \mathfrak{D}u_3 = -R_2\cot\beta_2\sin(\alpha_2 - L_2)(\tau_{2,3}u_1\sin\beta_1 + \tau_{1,2}u_3\sin\beta_3).$$

Ferner ist:

$$\begin{aligned}&\mathfrak{C} + \mathfrak{E}u_1 + \mathfrak{F}u_3 \\ = {} & \cos\beta_2\{\tau_{2,3}R_1\sin(\alpha_2 - L_1) + \tau_{1,2}R_3\sin(\alpha_2 - L_3)\} \\ & + \cos\beta_2\{\tau_{2,3}u_1\cos\beta_1\sin(\alpha_1 - \alpha_2) - \tau_{1,2}u_3\cos\beta_3\sin(\alpha_2 - \alpha_3)\}\end{aligned}$$

oder

$$\mathfrak{C} + \mathfrak{E}u_1 + \mathfrak{F}u_3 = \cos\beta_2\left\{\begin{array}{l}\tau_{2,3}\{R_1\sin(\alpha_2 - L_1) + u_1\cos\beta_1\sin(\alpha_1 - \alpha_2)\} \\ + \tau_{1,2}\{R_3\sin(\alpha_2 - L_3) + u_3\cos\beta_3\sin(\alpha_3 - \alpha_2)\}\end{array}\right\},$$

und man erhält daher nach dem Obigen für u_2 den folgenden eleganten Ausdruck:

$$u_2 = \frac{1}{\sin\beta_2}\cdot\frac{R_2\sin(\alpha_2 - L_2)(\tau_{2,3}u_1\sin\beta_1 + \tau_{1,2}u_3\sin\beta_3)}{\left\{\begin{array}{l}\tau_{2,3}\{R_1\sin(\alpha_2 - L_1) + u_1\cos\beta_1\sin(\alpha_1 - \alpha_2)\} \\ + \tau_{1,2}\{R_3\sin(\alpha_2 - L_3) + u_3\cos\beta_3\sin(\alpha_3 - \alpha_2)\}\end{array}\right\}}$$

Wenn man u_1, u_2, u_3 auf die vorhergehende Weise bestimmt hat, so kann man prüfen, wie weit die beiden Gleichungen

$$(S_{1,2} + C_{1,2})^{\frac{1}{2}} - (S_{1,2} - C_{1,2})^{\frac{1}{2}} = G_{1,2},$$
$$(S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{1}{2}} - (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{1}{2}} = G_{2,3}$$

erfüllt sind. Natürlich aber darf diese Prüfung nicht als eine Probe für die Richtigkeit der geführten Rechnung betrachtet werden, indem man, dass die beiden vorstehenden Gleichungen vollständig erfüllt sind, niemals erwarten darf, weil die vorhergehenden Rechnungen auf gewissen nur näherungsweise richtigen Voraussetzungen beruhen, die vorstehenden Gleichungen aber strenge theoretische Richtigkeit besitzen. Man wird in dem genaueren oder weniger genauen Zutreffen der beiden in Rede stehenden Gleichungen eben nur ein Kriterium finden dürfen, wie weit die bloss näherungsweise richtigen Voraussetzungen, welche den obigen Entwickelungen zu Grunde gelegt wurden, der strengen Richtigkeit sich näherten.

§ 11.

Wenn man durch das Vorhergehende Näherungswerthe von u_1, u_2, u_3 gefunden hat, so wird es, um das Problem in aller Strenge aufzulösen, dann noch darauf ankommen, diese Näherungswerthe der Entfernungen des Cometen von der Erde in den Momenten der drei Beobachtungen so zu verbessern, dass den drei Gleichungen

$$\mathfrak{A}_1u_1 + \mathfrak{B}_1u_2 + \mathfrak{C}_1u_3 + \mathfrak{D}_1u_1u_2 + \mathfrak{E}_1u_2u_3 + \mathfrak{F}_1u_3u_1 + \mathfrak{G}_1u_1u_2u_3 = 0,$$
$$(S_{1,2} + C_{1,2})^{\frac{1}{2}} - (S_{1,2} - C_{1,2})^{\frac{1}{2}} = G_{1,2},$$
$$(S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{1}{2}} - (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{1}{2}} = G_{2,3};$$

welche die strenge Auflösung des Problems enthalten, vollständig genügt wird. Dabei kann man auf verschiedene Arten verfahren. Am besten aber dürfte man bei dieser Bestimmung der Entfernungen des Cometen von der Erde die Methode in Anwendung bringen, welche *Gauss* in der *Theoria motus* § 120. entwickelt hat, an welchem Orte man auch die bei der Anwendung dieser Methode nothwendigen Formeln vollständig angegeben findet. Man hat hierbei nur zu bemerken, dass wir es hier auch eigentlich, wie die Anwendung der in Rede stehenden Methode erfordert, nur mit der Bestimmung zweier unbekannten Grössen zu thun haben, indem, wenn etwa für u_1 und u_2 zwei Werthe angenommen worden sind, der entsprechende Werth von u_3 immer mittelst der aus dem Obigen sich ergebenden Formel

$$u_3 = -\frac{\mathfrak{A}_1u_1 + \mathfrak{B}_1u_2 + \mathfrak{D}_1u_1u_2}{\mathfrak{C}_1 + \mathfrak{E}_1u_2 + \mathfrak{F}_1u_1 + \mathfrak{G}_1u_1u_2}$$

leicht berechnet werden kann, und für die beiden von *Gauss* a. a. O. mit X, Y bezeichneten Functionen im vorliegenden Falle dann die Ausdrücke

$$X = G_{1,2} - (S_{1,2} + C_{1,2})^{\frac{1}{2}} + (S_{1,2} - C_{1,2})^{\frac{1}{2}},$$
$$Y = G_{2,3} - (S_{2,3} + C_{2,3})^{\frac{1}{2}} + (S_{2,3} - C_{2,3})^{\frac{1}{2}}$$

gesetzt werden müssen.

Wenn ich auch, wie gesagt, dieses von *Gauss* angegebene Verfahren für das zweckmässigste halte, so wird man sich doch auch der oben in § 6. entwickelten Methode in folgender Weise bedienen können. Weil man nämlich Näherungswerthe von u_1, u_2 kennt, so kennt man natürlich auch einen Näherungswerth von

$$x = \frac{C_{1,2}}{S_{1,2}},$$

oder kann denselben wenigstens mittelst der aus dem Obigen bekannten Formeln ohne Anstand berechnen. Man wird daher, um den genauen Werth von x zu ermitteln, den gefundenen Näherungswerth dieser Grösse nur noch sehr kleine Veränderungen, die wir im Allgemeinen durch dx bezeichnen wollen, erleiden zu lassen brauchen. Da man nun aber bei Anwendung des in § 6. entwickelten Rechnungsverfahrens für jeden Werth von x immer u_1 und u_2 mittelst der beiden Gleichungen

$$\tau^{\frac{2}{3}}_{1,2}\varphi_x = \sqrt{((A_1 + u_1)^2 + B_1^2)} + \sqrt{((A_2 + u_2)^2 + B_2^2)},$$
$$\tau^{\frac{4}{3}}_{1,2}\psi_x = \mathfrak{A}_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2}u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2}u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2 + u_1^2 + u_2^2;$$

wo

$$\varphi_x = K^{-\frac{2}{3}}\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{2}{3}},$$
$$\psi_x = x^2 K^{-\frac{4}{3}}\{(1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}\}^{-\frac{4}{3}}$$

ist, bestimmen muss; so wird man, um, indem von jetzt an x, u_1, u_2 die schon bekannten Näherungswerthe der im Allgemeinen ebenso bezeichneten Grössen bezeichnen sollen, die dem angenommenen Werthe $x+dx$ entsprechenden Werthe u_1+du_1 und u_2+du_2 der Entfernungen des Cometen von der Erde bei der ersten und zweiten Beobachtung zu finden, statt der beiden obigen Gleichungen näherungsweise die beiden Gleichungen setzen können, welche man erhält, wenn man in den beiden obigen Gleichungen für x, u_1, u_2 respective $x+dx$, u_1+du_1, u_2+du_2 setzt, diese Gleichungen nach den Potenzen und Producten von dx, du_1, du_2 entwickelt, und dabei alle Glieder vernachlässigt, welche dx, du_1, du_2 in die erste übersteigenden Dimensionen enthalten, wodurch man zu der Bestimmung von du_1 und du_2 aus dem angenommenen dx zwei, freilich nur näherungsweise richtige Gleichungen des ersten Grades erhält. Diese beiden Gleichungen will ich nun in der Kürze noch entwickeln.

Zunächst erhält man durch Differentiation der ersten der beiden obigen Gleichungen nach einigen leichten Verwandlungen die Gleichung:

$$\tau^{\frac{2}{3}}_{1,2}\varphi_x - \frac{K}{\tau_{1,2}}(r_1+r_2)^{\frac{5}{2}}\{(1+x)^{\frac{1}{2}}+(1-x)^{\frac{1}{2}}\}\,dx$$
$$= r_1+r_2+\frac{A_1+u_1}{r_1}du_1+\frac{A_2+u_2}{r_2}du_2;$$

und setzt man

$$tang\,\omega = \sqrt[4]{\left(\frac{1-x}{1+x}\right)},$$

so wird diese Gleichung:

$$\tau^{\frac{2}{3}}_{1,2}\varphi_x - \frac{K}{\tau_{1,2}}\sec\omega^2(1+x)^{\frac{1}{2}}(r_1+r_2)^{\frac{5}{2}}\,dx$$
$$= r_1+r_2+\frac{A_1+u_1}{r_1}du_1+\frac{A_2+u_2}{r_2}du_2.$$

Ferner erhält man durch Differentiation der zweiten der beiden obigen Gleichungen nach einigen leichten Verwandlungen die Gleichung:

$$\tau^{\frac{4}{3}}_{1,2}\psi_x + 2x(r_1+r_2)^2\left\{1-\frac{K}{\tau_{1,2}}\sec\omega^2\cdot x(1+x)^{\frac{1}{2}}(r_1+r_2)^{\frac{3}{2}}\right\}dx$$
$$= \mathfrak{A}_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2}u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2}u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2 + u_1^2 + u_2^2$$
$$-2(\mathfrak{B}_{1,2}-u_1+\mathfrak{D}_{1,2}u_2)\,du_1 - 2(\mathfrak{C}_{1,2}-u_2+\mathfrak{D}_{1,2}u_1)\,du_2.$$

Führen wir zur Abkürzung noch eine Hülfsgrösse U ein, so werden die vorstehenden Gleichungen:

$$tang\,\omega = \sqrt[4]{\left(\frac{1-x}{1+x}\right)},\quad U = \frac{K}{\tau_{1,2}}\sec\omega^2\cdot(1+x)^{\frac{1}{2}}(r_1+r_2)^{\frac{5}{2}};$$
$$\tau^{\frac{2}{3}}_{1,2}\varphi_x - U\,dx = r_1+r_2+\frac{A_1+u_1}{r_1}du_1+\frac{A_2+u_2}{r_2}du_2.$$
$$\tau^{\frac{4}{3}}_{1,2}\psi_x + 2x(r_1+r_2)^2\left(1-\frac{Ux}{r_1+r_2}\right)dx$$
$$= \mathfrak{A}_{1,2} - 2\mathfrak{B}_{1,2}u_1 - 2\mathfrak{C}_{1,2}u_2 - 2\mathfrak{D}_{1,2}u_1u_2 + u_1^2 + u_2^2$$
$$-2(\mathfrak{B}_{1,2}-u_1+\mathfrak{D}_{1,2}u_2)\,du_1 - 2(\mathfrak{C}_{1,2}-u_2+\mathfrak{D}_{1,2}u_1)\,du_2.$$

Wie man sich dieser Gleichungen zur genauen Bestimmung von u_1, u_2, u_3 zu bedienen hat, wird nach dem, was vorher und in § 6 hierüber gesagt worden ist, einer besonderen Erläuterung nicht mehr bedürfen.

Dritter Abschnitt.

Erläuterung des Vorhergehenden durch Beispiele.

§ 12.

Es ist schon erinnert worden, dass die Anwendung der in den beiden vorhergehenden Abschnitten entwickelten Auflösungen wesentlich erleichtert wird, wenn man sich im Besitz einer Tafel für die Functionen φ_x und ψ_x, oder auch für deren Logarithmen, mit dem Argument x befindet. Ich will daher hier eine solche Tafel für die einzelnen Zehntheile mittheilen, und zeigen, wie ich dieselbe berechnet habe, indem ich zugleich bemerke, dass ich eine weitere Ausdehnung dieser Tafel, etwa auf die einzelnen Hunderttheile, oder auch Tausendtheile, für sehr wünschenswerth halte, wobei man natürlich eine andere Art der Berechnung anwenden würde, was aber jetzt nicht hierher gehört.

Setzen wir der Kürze wegen

$$f(x) = (1+x)^{\frac{3}{2}} - (1-x)^{\frac{3}{2}}$$

und wie gewöhnlich

$$\log K = 0{,}9862673,$$

so ist nach § 6 bekanntlich:

$$\varphi_x = K^{-\frac{2}{3}}\{f(x)\}^{-\frac{2}{3}},\quad \psi_x = x^2K^{-\frac{4}{3}}\{f(x)\}^{-\frac{4}{3}}.$$

Weil

$$\varphi_x = \frac{K^{-\frac{2}{3}}}{\{f(x)\}^{\frac{2}{3}}}\ \text{ist, so ist}\ \varphi_0 = \frac{K^{-\frac{2}{3}}}{\{f(0)\}^{\frac{2}{3}}};$$

aber $f(0) = 0$, also $\varphi_0 = \infty$.

Ferner ist

$$\psi_x = K^{-\frac{4}{3}}\cdot\frac{x^2}{\{f(x)\}^{\frac{4}{3}}} = K^{-\frac{4}{3}}\cdot\left\{\frac{x^{\frac{3}{2}}}{f(x)}\right\}^{\frac{4}{3}},$$

wo Zähler und Nenner des eingeklammerten Bruchs für $x=0$ verschwinden, und wir daher für $x=0$ den Werth dieses Bruchs nach den bekannten Regeln der Differentialrechnung bestimmen müssen. Zu dem Ende haben wir:

$$\frac{d.x^{\frac{3}{2}}}{dx}=\tfrac{3}{2}x^{\frac{1}{2}},\quad \frac{df(x)}{dx}=\tfrac{3}{2}\{(1+x)^{\frac{1}{2}}+(1-x)^{\frac{1}{2}}\};$$

also ist für $x=0$:

$$\frac{d.x^{\frac{3}{2}}}{dx}=0,\quad \frac{df(x)}{dx}=3,\quad \frac{x^{\frac{3}{2}}}{f(x)}=\frac{0}{3}=0;$$

und folglich nach dem Obigen auch

$$\psi_0=0,\ \text{so dass also}$$

$$\varphi_0=\infty,\quad \psi_0=0;\quad \log\varphi_0=+\infty,\quad \log\psi_0=-\infty.$$

Um nun aber überhaupt φ_x und ψ_x zu berechnen, bestimmen wir den Hülfswinkel ω mittelst der Formel

$$\sin\omega=\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{\frac{3}{4}};$$

dann ist

$$f(x)=(1+x)^{\frac{3}{2}}\left\{1-\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{\frac{3}{2}}\right\}=(1+x)^{\frac{3}{2}}(1-\sin\omega^2),$$

also

$$f(x)=(1+x)^{\frac{3}{2}}\cos\omega^2,$$

mittelst welcher Formel $f(x)$ leicht berechnet werden kann. Hat man aber erst $f(x)$ gefunden, so ist es auch leicht, φ_x und ψ_x mittelst der Formeln

$$\varphi_x=K^{-\frac{3}{2}}\{f(x)\}^{-\frac{3}{2}},\quad \psi_x=x^2K^{-\frac{3}{2}}\{f(x)\}^{-\frac{3}{2}}$$

zu berechnen.

Auf diese Weise habe ich das folgende Täfelchen berechnet:

x	$\log\varphi_x$	$\log\psi_x$
0,0	$+\infty$	$-\infty$
0,1	0,6911952 —1	0,3823904 —3
0,2	0,4908742 —1	0,5838084 —3
0,3	0,3741003 —1	0,7024430 —3
0,4	0,2916998 —1	0,7875196 —3
0,5	0,2282842 —1	0,8545084 —3
0,6	0,1770298 —1	0,9103621 —3
0,7	0,1343404 —1	0,9588768 —3
0,8	0,0981429 —1	0,0024657 —2
0,9	0,0672521 —1	0,0429891 —2
1,0	0,0414585 —1	0,0829169 —2

Wollte man diese Tafel weiter ausdehnen, so müsste man bei deren Berechnung eine Methode anwenden, welche ein successives Fortschreiten von der einen Zahl der Tafel zu der folgenden gestattet, ein Verfahren, welches vor Rechnungsfehlern am besten sicher stellt, weil man die so nach und nach erhaltenen Zahlen mit einigen unmittelbar nach den obigen Formeln berechneten stets vergleichen kann. Ich halte, wie schon erinnert, eine möglichst weite Ausdehnung dieser Tafel, mit den nöthigen Proportionaltheilen, für sehr wünschenswerth, und komme vielleicht später einmal auf diesen Gegenstand zurück.

§ 13.

Als erstes Beispiel wähle ich absichtlich den Cometen von 1769, und dieselben durch gleiche Zwischenzeiten getrennten Beobachtungen desselben, die auch *Olbers* in seiner Abhandlung gebraucht hat. In meinen Zeichen ist:

$$\begin{array}{llll} \alpha_1 = & 80^\circ 56' 11'' & \beta_1 = & -17^\circ 51' 39'' \\ \alpha_2 = & 101\ \ 0\ 54 & \beta_2 = & -22\ \ 5\ \ 2 \\ \alpha_3 = & 124\ 19\ 22 & \beta_3 = & -23\ 43\ 55 \end{array}$$

$$\tau_{1,2}=4,\quad \tau_{2,3}=4,\quad \tau_{3,1}=8.$$

Ferner ist nach *Olbers*

$$\begin{array}{llll} L_1 = & 162^\circ 42' \ 5'' & \log R_1 = & 0{,}0031320 \\ L_2 = & 166\ 35\ 31 & \log R_2 = & 0{,}0026650 \\ L_3 = & 170\ 29\ 20 & \log R_3 = & 0{,}0021840 \end{array}$$

Ich werde bei der Berechnung dieses Beispiels zugleich die erforderlichen Formeln in der Folge, wie sie nach und nach in Anwendung kommen, wieder aus dem Obigen anführen, so dass man an diesem Beispiele ein Schema für andere Fälle hat, wobei ich für jetzt nur die im zweiten Abschnitte gegebene näherungsweise Auflösung im Auge habe.

Zuerst müssen wir die folgenden sechs Grössen

$$\mathfrak{A}_{3,1}=R_3^2+R_1^2-2R_3R_1\cos(L_3-L_1),$$

$$\mathfrak{B}_{3,1}=\{R_3\cos(\alpha_3-L_3)-R_1\cos(\alpha_3-L_1)\}\cos\beta_3,$$

$$\mathfrak{C}_{3,1}=\{R_1\cos(\alpha_1-L_1)-R_3\cos(\alpha_1-L_3)\}\cos\beta_1,$$

$$\mathfrak{D}_{3,1}=\sin\beta_3\sin\beta_1+\cos(\alpha_3-\alpha_1)\cos\beta_3\cos\beta_1;$$

$$M=-\frac{\tang\beta_2}{\cos\beta_3}\cdot\frac{R_3\sin(L_2-L_3)-\frac{\tau_{2,3}}{\tau_{1,2}}R_1\sin(L_1-L_2)}{\tang\beta_2\sin(\alpha_3-L_2)-\tang\beta_3\sin(\alpha_2-L_2)}$$

$$N=\frac{\tau_{2,3}}{\tau_{1,2}}\cdot\frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_3}\cdot\frac{\tang\beta_1\sin(\alpha_2-L_2)-\tang\beta_2\sin(\alpha_1-L_2)}{\tang\beta_2\sin(\alpha_3-L_2)-\tang\beta_3\sin(\alpha_2-L_2)}$$

berechnen. Ich finde für diese Grössen:

$$\begin{array}{llll} \mathfrak{A}_{3,1} = & +0{,}018677 & \log\mathfrak{A}_{3,1} = & 0{,}2713071-2 \\ \mathfrak{B}_{3,1} = & -0{,}085628 & \log\mathfrak{B}_{3,1} = & 0{,}9326158-2n \\ \mathfrak{C}_{3,1} = & +0{,}129846 & \log\mathfrak{C}_{3,1} = & 0{,}1134285-1 \\ \mathfrak{D}_{3,1} = & +0{,}756656 & \log\mathfrak{D}_{3,1} = & 0{,}8788985-1 \\ M = & -0{,}000120 & \log M = & 0{,}0793475-4n \\ N = & +0{,}907247 & \log N = & 0{,}9577258-1 \end{array}$$

Nun muss man die drei folgenden Grössen berechnen:

$$f=\mathfrak{A}_{3,1}-2\mathfrak{B}_{3,1}M+M^2,$$

$$g=2(\mathfrak{C}_{3,1}+\mathfrak{D}_{3,1}M+\mathfrak{B}_{3,1}N-MN),$$

$$h=1-2\mathfrak{D}_{3,1}N+N^2.$$

Für diese Grössen finde ich:

$f = 0{,}018656$	$\log f = 0{,}2708185-2$
$g = 0{,}104356$	$\log g = 0{,}0185175-1$
$h = 0{,}450149$	$\log h = 0{,}6533563-1$

also

$2h = 0{,}900298$	$\log 2h = 0{,}9543863-1$
$4h = 1{,}800596$	$\log 4h = 0{,}2554163$
$\frac{g}{2h} = 0{,}115913$	$\log \frac{g}{2h} = 0{,}0641312-1$

$g^2-4fh = -0{,}022702$

Jetzt haben wir Alles, was nöthig ist, um, wenn nämlich $C^2_{3,1}$ bekannt ist, u_1 und u_3 mittelst der Formeln

$$u_1 = \frac{g}{2h} \pm \frac{\sqrt{(g^2-4fh+4C^2_{3,1}h)}}{2h}, \quad u_3 = M+Nu_1$$

berechnen zu können.

Noch müssen die Grössen

$$A_1 = -R_1 \cos(\alpha_1 - L_1)\cos\beta_1,$$
$$A_3 = -R_3 \cos(\alpha_3 - L_3)\cos\beta_3,$$
$$B_1^2 = R_1^2 - A_1^2,$$
$$B_3^2 = R_3^2 - A_3^2;$$

die wir im Folgenden gebrauchen, berechnet werden. Ich finde:

$A_1 = -0{,}137317$	$\log A_1 = 0{,}1377242-1n$
$A_3 = -0{,}637201$	$\log A_3 = 0{,}8042767-1n$

$$B_1^2 = 0{,}995672$$
$$B_3^2 = 0{,}604082$$

Endlich bemerke man, dass

$$\log \tau^{\frac{1}{2}}_{3,1} = 0{,}6020600$$
$$\log 4h\tau^{\frac{1}{2}}_{3,1} = 1{,}4595363$$

ist.

Nachdem wir alle diese Grössen vorläufig berechnet haben, können wir nun zur Bestimmung der Grösse

$$x = \frac{C_{3,1}}{S_{3,1}}$$

durch successive Annäherung schreiten.

Zuerst setzen wir für x nach und nach die Werthe 0,0; 0,1; 0,2 u. s. w. bis 1,0. Ich will hier für einen dieser Werthe, etwa für $x = 0{,}1$, die Rechnung ausführen, woraus erhellen wird, wie man sich in jedem andern Falle zu verhalten hat.

Wir setzen also

$$x = 0{,}1$$

und berechnen zuerst $S_{3,1}$ und $C^2_{3,1}$ mittelst der Formeln

$$S_{3,1} = \varphi_x \tau^{\frac{1}{2}}_{3,1} \text{ und } C^2_{3,1} = \psi_x \tau^{\frac{1}{2}}_{3,1}$$

wobei wie $\log \varphi_x$ und $\log \psi_x$ aus der obigen Tabelle entnehmen. Ich finde

$\log S_{3,1} = 0{,}2932552$	$\log 4C^2_{3,1}h = 0{,}8419267-2$

also

$S_{3,1} = 1{,}964515$	$4C^2_{3,1}h = 0{,}069491$

Weil wir nun $4C^2_{3,1}h$ kennen, so können wir zuerst u_1 mittelst der Formel

$$u_1 = \frac{g}{2h} \pm \frac{\sqrt{(g^2-4fh+4C^2_{3,1}h)}}{2h},$$

und dann u_3 mittelst der Formel

$$u_3 = M + Nu_1$$

berechnen. Ich finde

$$u_1 = 0{,}115913 \pm 0{,}240262.$$

Weil aber u_1 seiner Natur nach positiv ist, so müssen wir das obere Zeichen nehmen, also

$$u_1 = 0{,}356175$$

setzen. Hieraus ergiebt sich mittelst des obigen Ausdrucks von u_3 ferner

$$u_3 = 0{,}323019.$$

Da wir nun u_1 und u_3 gefunden haben, so können wir $S_{3,1}$ mittelst der Formel

$$S_{3,1} = \sqrt{((A_1+u_1)^2+B_1^2)} + \sqrt{((A_3+u_3)^2+B_3^2)}$$

berechnen, wodurch ich finde:

$$S_{3,1} = 1{,}859880.$$

Wäre der Werth $x = 0{,}1$ richtig, so müssten die beiden vorher gefundenen Werthe von $S_{3,1}$ einander gleich sein, was nicht der Fall ist, da zwischen beiden der Unterschied

$$1{,}964515 - 1{,}859880 = +0{,}104635$$

Statt findet. Also ist der Werth $x = 0{,}1$ nicht richtig, und der richtige Werth kann nur auf dem Wege successiver Annäherung gefunden werden. Wenn die vorhergehende Rechnung auch auf den ersten Anblick etwas weitläufig scheint, so ist dies in der That doch nicht der Fall, indem man vielmehr bei einiger Uebung sehr schnell mit derselben fertig wird.

Auf diese Weise sind die Zahlen der folgenden Tabelle gefunden worden, die nun durch sich selbst vollständig verständlich sein wird:

x	u_1	u_3	$S_{3,1}$	$S_{3,1}$	Differenz.
0,000000	imaginär	imaginär	∞	imaginär	imaginär
0,100000	0,356175	0,323019	1,964515	1,859880	+0,104635
0,200000	0,445025	0,403628	1,238609	1,901916	−0,663307

Weil die beiden Differenzen in der zweiten und dritten Horizontalreihe dieser Tabelle entgegengesetzte Vorzeichen haben, so liegt x zwischen

$$0{,}100000 \text{ und } 0{,}200000.$$

Setzt man nun der Kürze wegen

$a = 0{,}100000$	$A = +0{,}104635$
$b = 0{,}200000$	$B = -0{,}663307$

so berechnet man einen neuen Näherungswerth von x mittelst der bekannten Formel:

$$x = a - \frac{a-b}{A-B}A = b - \frac{a-b}{A-B}B,$$

wodurch ich finde:

$$x = 0,113625;$$

und mittelst einer ganz ähnlichen Rechnung wie oben bildet man sich nun wieder die folgende Tabelle:

x	u_1	u_3	$S_{3,1}$	$S_{3,1}$	Differenz.
0,100000	0,356175	0,323019	1,964515	1,859880	+0,104635
0,113625	0,371572	0.336988	1,804297	1,858155	−0,053858
0,200000	0,445025	0,403628	1,238609	1,901916	−0,663307

Hieraus ergiebt sich, dass x zwischen

0,100000 und 0,113625

liegt.

Setzt man also

$$a = 0,100000 \qquad A = +0,104635$$
$$b = 0,113625 \qquad B = -0,053858$$

und berechnet mittelst der obigen Formel einen neuen Näherungswerth von x, so erhält man:

$$x = 0,108995$$

und ebenso wie vorher erhält man wieder die folgende Tabelle:

x	u_1	u_3	$S_{3,1}$	$S_{3,1}$	Differenz.
0,100000	0,356175	0,323019	1,964515	1,859880	+0,104635
0,108995	0,366518	0,332403	1,854986	1,858675	−0.003689
0,113625	0,371572	0,336988	1,804297	1,858155	−0,053858

Hieraus ergiebt sich, dass x zwischen

0,100000 und 0,108995

liegt.

Setzt man also

$$a = 0,100000 \qquad A = +0,104635$$
$$b = 0,108995 \qquad B = -0,003689$$

und berechnet mittelst der obigen Formel einen neuen Näherungswerth von x, so erhält man:

$$x = 0,108689$$

und ebenso wie vorher ergiebt sich wieder die folgende Tabelle:

x	u_1	u_3	$S_{3,1}$	$S_{3,1}$	Differenz.
0,100000	0.356175	0,323019	1,964515	1,859880	+0,104635
0,108689	0,366176	0.332092	1,858462	1,858711	−0,000249
0,108995	0,366518	0,332403	1,854986	1,858675	−0,003689

Wir wollen jetzt

$$a = 0,108689 \qquad A = -0,000249$$
$$b = 0,108995 \qquad B = -0,003689$$

setzen, und x nach der obigen Formel berechnen, so erhalten wir:

$$x = 0,108667$$

und ebenso wie vorher die folgende Tabelle:

x	u_1	u_3	$S_{3,1}$	$S_{3,1}$	Differenz.
0,100000	0,356175	0,323019	1,964515	1,859880	+0,104635
0,108667	0,366151	0,332069	1,858713	1,858715	−0,000002
0,108689	0,366176	0,332092	1,858462	1,858711	−0,000249

Hiernach liegt also x zwischen

0,100000 und 0,108667

aber sehr nahe bei der letzteren Zahl, was uns veranlasst, noch

$$x = 0,108666$$

zu setzen, wodurch wir erhalten:

x	u_1	u_3	$S_{3,1}$	$S_{3,1}$	Differenz.
0,108666	0,366151	0,332069	1,858723	1,858715	+0 000008
0,108667	0,366151	0,332069	1,858713	1,858715	−0,000002

Also liegt x zwischen

0,108666 und 0,108667

aber näher bei der letzteren Zahl. Daher ist bis auf die sechste Decimalstelle genau

$$x = 0,108667$$
$$u_1 = 0,366151$$
$$u_3 = 0,332069$$

Die vorige Rechnung hätte sich vielleicht noch etwas abkürzen lassen; es ist mir aber hier nicht darauf angekommen, dieselbe in der kürzesten, sondern in der strengsten Weise zu führen.

Man muss nun u_2 mittelst der Formel

$$u_2 = \frac{1}{\sin\beta_2} \cdot \frac{R_2 \sin(\alpha_2 - L_2)(\tau_{2,3} u_1 \sin\beta_1 + \tau_{1,2} u_3 \sin\beta_3)}{\left\{ \begin{array}{l} \tau_{2,3}\{R_1 \sin(\alpha_2 - L_1) + u_1 \cos\beta_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)\} \\ + \tau_{1,2}\{R_3 \sin(\alpha_2 - L_3) + u_3 \cos\beta_3 \sin(\alpha_3 - \alpha_2)\} \end{array} \right\}}$$

ferner A_2 und B_2^2 mittelst der Formeln

$$A_2 = -R_2 \cos(\alpha_2 - L_2) \cos\beta_2, \quad B_2^2 = R_2^2 - A_2^2;$$

und hierauf r_1, r_2, r_3 mittelst der Formeln

$$r_1 = \sqrt{((A_1 + u_1)^2 + B_1^2)},$$
$$r_2 = \sqrt{((A_2 + u_2)^2 + B_2^2)},$$
$$r_3 = \sqrt{((A_3 + u_3)^2 + B_3^2)}$$

berechnen. Dadurch erhält man:

$$A_2 = -0,385495 \qquad \log A_2 = 0,5860182 - 1n$$
$$B_2^2 = 0,863788$$

und, in Verbindung mit dem Obigen:

$$u_1 = 0,366151 \qquad r_1 = 1,023737$$
$$u_2 = 0,327964 \qquad r_2 = 0,931181$$
$$u_3 = 0,332069 \qquad r_3 = 0,834978\ ^{*)}$$

wo bekanntlich u_1, u_2, u_3 die Entfernungen des Cometen von der Erde, dagegen r_1, r_2, r_3, seine Entfernungen von der Sonne sind.

Auch merke man:

$$\log u_1 = 0,5636602 - 1 \qquad \log r_1 = 0,0101883$$
$$\log u_2 = 0,5158265 - 1 \qquad \log r_2 = 0,9690341 - 1$$
$$\log u_3 = 0,5212283 - 1 \qquad \log r_3 = 0,9216750 - 1$$

---

*) *Olbers* findet $r_1 = 1,02370$ und $r_3 = 0,83499$, natürlich wegen seiner näherungsweisen Voraussetzung bei der Erde, nicht ganz übereinstimmend mit dem Obigen.

Wir müssen nun noch prüfen, wie weit die beiden Gleichungen

$$(S_{1,2}+C_{1,2})^{\frac{3}{2}}-(S_{1,2}-C_{1,2})^{\frac{3}{2}}=G_{1,2},$$
$$(S_{2,3}+C_{2,3})^{\frac{3}{2}}-(S_{2,3}-C_{2,3})^{\frac{3}{2}}=G_{2,3}$$

durch die obigen Werthe erfüllt werden.

Zu dem Ende berechnen wir zuerst

$$S_{1,2}=r_1+r_2=1{,}954918$$
$$S_{2,3}=r_2+r_3=1{,}966159.$$

Dann bestimmen wir die Coordinaten x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 mittelst der Formeln:

$$x_1=-R_1\cos L_1+u_1\cos\alpha_1\cos\beta_1,$$
$$y_1=-R_1\sin L_1+u_1\sin\alpha_1\cos\beta_1,$$
$$z_1=u_1\sin\beta_1;$$

$$x_2=-R_2\cos L_2+u_2\cos\alpha_2\cos\beta_2,$$
$$y_2=-R_2\sin L_2+u_2\sin\alpha_2\cos\beta_2,$$
$$z_2=u_2\sin\beta_2;$$

$$x_3=-R_3\cos L_3+u_3\cos\alpha_3\cos\beta_3,$$
$$y_3=-R_3\sin L_3+u_3\sin\alpha_3\cos\beta_3,$$
$$z_3=u_3\sin\beta_3;$$

und finden:

$$x_1=+1{,}016578;\quad y_1=+0{,}044649;\quad z_1=-0{,}112301;$$
$$x_2=+0{,}920665;\quad y_2=+0{,}064992;\quad z_2=-0{,}123303;$$
$$x_3=+0{,}819821;\quad y_3=+0{,}084984;\quad z_3=-0{,}133646.$$

Aus diesen Coordinaten ergeben sich ferner $C_{1,2}$ und $C_{2,3}$ mittelst der Formeln:

$$C_{1,2}=\sqrt{((x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2)}$$
$$C_{2,3}=\sqrt{((x_2-x_3)^2+(y_2-y_3)^2+(z_2-z_3)^2)};$$

nämlich

$$C_{1,2}=0{,}098661;\quad C_{2,3}=0{,}103329.$$

Endlich ist

$$G_{1,2}=G_{2,3}=\frac{\tau_{1,2}}{K}=\frac{\tau_{2,3}}{K}=0{,}412850.$$

Hieraus erhält man leicht:

$$(S_{1,2}+C_{1,2})^{\frac{3}{2}}-(S_{1,2}-C_{1,2})^{\frac{3}{2}}=\ \ 0{,}413794$$
$$G_{1,2}=\ \ 0{,}412850$$
$$\text{Unterschied}=+0{,}000944$$

$$(S_{2,3}+C_{2,3})^{\frac{3}{2}}-(S_{2,3}-C_{2,3})^{\frac{3}{2}}=\ \ 0{,}411906$$
$$G_{2,3}=\ \ 0{,}412850$$
$$\text{Unterschied}=-0{,}000944$$

Man sieht also, dass die beiden obigen Gleichungen bis auf Einheiten der dritten Decimalstelle erfüllt sind.

§ 14.

Um noch einen Fall zu betrachten, wo die Beobachtungen durch grössere und ungleiche Zwischenzeiten von einander getrennt sind, wähle ich den Cometen von 1744, und lege aus *Euler's Theoria motuum planetarum et cometarum. Berolini 1744. p. 101.* der Rechnung die folgenden numerischen Data zu Grunde:

$$\alpha_1=28°26'13'' \qquad \beta_1=15°11'\ 0''$$
$$\alpha_2=14\ 11\ 10 \qquad \beta_2=17\ 32\ 50$$
$$\alpha_3=\ 6\ 57\ 15 \qquad \beta_3=18\ 37\ \ 5$$

$$\tau_{1,2}=20{,}9008;\quad \tau_{2,3}=15{,}0694;\quad \tau_{3,1}=35{,}9702$$

$$L_1=261°30'14'' \qquad \log R_1=0{,}9929030-1$$
$$L_2=282\ 48\ 18 \qquad \log R_2=0{,}9927210-1$$
$$L_3=298\ \ 9\ 37 \qquad \log R_3=0{,}9930320-1$$

Hieraus ergiebt sich:

$$\mathfrak{A}_{3,1}=+0{,}3829345 \qquad \log\mathfrak{A}_{3,1}=0{,}5831245-1$$
$$\mathfrak{B}_{3,1}=+0{,}5857068 \qquad \log\mathfrak{B}_{3,1}=0{,}7676802-1$$
$$\mathfrak{C}_{3,1}=-0{,}5659209 \qquad \log\mathfrak{C}_{3,1}=0{,}7527557-1n$$
$$\mathfrak{D}_{3,1}=+0{,}9346649 \qquad \log\mathfrak{D}_{3,1}=0{,}9706559-1$$
$$M=-0{,}0437948\ ^{*)} \qquad \log M=0{,}6414228-2n$$
$$N=+1{,}0967046 \qquad \log N=0{,}0400896$$

$$f=0{,}4361543 \qquad \log f=0{,}6396402-1$$
$$g=0{,}1670459 \qquad \log g=0{,}2228358-1$$
$$h=0{,}1526584 \qquad \log h=0{,}1837207-1$$

$$2h=0{,}3053168 \qquad \log 2h=0{,}4847507-1$$
$$4h=0{,}6106336 \qquad \log 4h=0{,}7857807-1$$
$$\frac{g}{2h}=0{,}5471231 \qquad \log\frac{g}{2h}=0{,}7380851-1$$
$$g^2-4fh=-0{,}2384262$$

$$A_1=+0{,}5705068 \qquad \log A_1=0{,}7562608-1$$
$$A_3=-0{,}3373382 \qquad \log A_3=0{,}5280654-1n$$

$$B_1^2=0{,}6423672$$
$$B_3^2=0{,}8546237$$

$$\log\tau^2_{3,1}=1{,}0372952 \qquad \log 4h\tau^2_{3,1}=1{,}8603711.$$

Mit Bezug auf den vorhergehenden Paragraphen wird nun das Folgende ohne weitere Erläuterung vollständig verständlich sein.

---

*) Diese Grösse wird bei der Auflösung von *Olbers* als verschwindend betrachtet.

x	u_1	u_3	$S_{3,1}$	$S_{3,1}$	Differenz.
0,0000000	imaginär	imaginär	∞	imaginär	imaginär
0,1000000	imaginär	imaginär	5,3516837	imaginär	imaginär
0,2000000	1,1993905	1,2715821	3,3741893	3,2572315	+0,1169578
0,3000000	1,7143944	1,8363896	2,5786684	4,1825787	−1,6039103
0,2000000	1,1993905	1,2715821	3,3741893	3,2572315	+0,1169578
0,2100000	1,2715518	1,3507219	3,2665822	3,3805701	−0,1139879
0,3000000	1,7143944	1,8363896	2,5786684	4,1825787	−1,6039103
0,2000000	1,1993905	1,2715821	3,3741893	3,2572315	+0,1169578
0,2050643	1,2370194	1,3128499	3,3186000	3,3212165	−0,0026165
0,2100000	1,2715518	1,3507219	3,2665822	3,3805701	−0,1139879
0,2000000	1,1993905	1,2715821	3,3741893	3,2572315	+0,1169578
0,2049535	1,2362197	1,3119727	3,3197884	3,3198494	−0,0000610
0,2050643	1,2370194	1,3128499	3,3186000	3,3212165	−0,0026165
0,2000000	1,1993905	1,2715821	3,3741893	3,2572315	+0,1169578
0,2049509	1,2362011	1,3119524	3,3198176	3,3198177	−0,0000001
0,2049535	1,2362197	1,3119727	3,3197884	3,3198494	−0,0000610
0,2049508	1,2361994	1,3119502	3,3198176	3,3198148	+0,0000028
0,2049509	1,2362011	1,3119524	3,3198176	3,3198177	−0,0000001

Also ist bis auf die siebente Decimalstelle genau:

$$x = 0{,}2049509$$
$$u_1 = 1{,}2362011$$
$$u_3 = 1{,}3119524$$

Berechnet man nun noch u_2 und r_1, r_2, r_3, so erhält man überhaupt:

$$u_1 = 1{,}2362011 \qquad r_1 = 1{,}9765018$$
$$u_2 = 1{,}2777268 \qquad r_2 = 1{,}6301449$$
$$u_3 = 1{,}3119524 \qquad r_3 = 1{,}3433159$$

$$\log u_1 = 0{,}0920891 \qquad \log r_1 = 0{,}2958972$$
$$\log u_2 = 0{,}1064380 \qquad \log r_2 = 0{,}2122262$$
$$\log u_3 = 0{,}1179181 \qquad \log r_3 = 0{,}1281781$$

Ferner ist:

$$x_1 = +1{,}1944447;\quad y_1 = +1{,}5411145;\quad z_1 = +0{,}3237715;$$
$$x_2 = +0{,}9631713;\quad y_2 = +1{,}2574874;\quad z_2 = +0{,}3852241;$$
$$x_3 = +0{,}7697202;\quad y_3 = +1{,}0181308;\quad z_3 = +0{,}4188513.$$

$$S_{1,2} = 3{,}6066467 \qquad S_{2,3} = 2{,}9734608$$
$$C_{1,2} = 0{,}3710905 \qquad C_{2,3} = 0{,}3095896$$
$$G_{1,2} = 2{,}1572259 \qquad G_{2,3} = 1{,}5553518$$

$$(S_{1,2}+C_{1,2})^{\frac{3}{2}} - (S_{1,2}-C_{1,2})^{\frac{3}{2}} = 2{,}1133000$$
$$G_{1,2} = 2{,}1572259$$
$$\text{Unterschied} = -0{,}0439259$$

$$(S_{2,3}+C_{2,3})^{\frac{3}{2}} - (S_{2,3}-C_{2,3})^{\frac{3}{2}} = 1{,}6008194$$
$$G_{2,3} = 1{,}5553518$$
$$\text{Unterschied} = +0{,}0454676$$

Diese Unterschiede sind, ungeachtet der grossen Zeitintervallen, doch noch ziemlich klein. Jedenfalls wäre es aber sowohl bei diesem als auch bei dem vorhergehenden Beispiele noch nöthig, die Aufgabe in der aus § 6. bekannten völlig strengen Weise zu lösen, was auch keiner Schwierigkeit unterliegt, nachdem man durch das vorhergehende Verfahren schon Näherungswerthe der unbekannten Grössen gefunden hat. Diese strenge Auflösung liegt aber eben so wenig wie die Bestimmung der Elemente der Cometenbahn selbst jetzt in meinem Zwecke, und ich müsste vieles Bekannte wiederholen, wenn ich mich darauf einlassen wollte, was an diesem Orte am wenigsten zulässig ist. Dagegen aber glaube ich durch das Vorhergehende meinen eigentlichen Zweck erreicht zu haben, indem ich eine Methode anzugeben beabsichtigte, das Cometenproblem unter der mit Recht vielfach empfohlenen näherungsweisen Voraussetzung, dass die den ersten und dritten Cometenort verbindende Sehne von dem mittleren Radius Vector im Verhältniss der Zwischenzeiten der Beobachtungen geschnitten werde, in einer solchen Weise aufzulösen, dass man dabei nicht wie bei der Methode von *Olbers*, die überdies jene nur näherungsweise Voraussetzung, ausser auf den Cometen, auch noch auf die Erde anwendet, von ganz willkührlichen Annahmen auszugehen braucht; und ich glaube in diesem Sinne das Problem so vollständig gelöst zu haben, wie es der jetzige Zustand der Algebra überhaupt erlaubt. Auf das Planetenproblem komme ich vielleicht späterhin noch in der Kürze zurück, indem sich für dasselbe eine ähnliche Auflösung wie die vorhergehende Auflösung des Cometen-

problems geben lässt; nur hat man bei diesem Problem, so wie oben bei dem Cometenproblem, eine Gleichung des zweiten Grades, eine Gleichung des vierten Grades aufzulösen, wenn man auch bei einer andern Ansicht der Sache mit einer wie eine Gleichung des zweiten Grades aufzulösenden Gleichung des vierten Grades auskommen kann. Wenn sich auch diese Betrachtungen leicht an das Vorhergehende anschliessen lassen, so hat doch diese Abhandlung schon eine zu grosse Ausdehnung erhalten, als dass ich mich jetzt darauf noch einlassen könnte und dürfte.

Sternbedeckungen, beobachtet auf der Sternwarte in Christiania.

1852 April 23	123 ζ Tauri.	Immersion	$10^h 18^m 8^s37$ (*H*)	$10^h 18^m 7^s47$ (*Thr.*)
		Emersion	——	11 12 26,75
—— 26	(42) Cancri.	Immersion	8 30 12,03 (*H*)	8 30 11,89 (*Thr.*)
	38 *q* Cancri	Immersion	9 47 5,32 (*H*)	9 47 5,40 (*Thr.*)
		Emersion	10 35 35,06	(vielleicht etwas zu spät).

Christiania 1853, März 20.

Hansteen.

Entdeckung eines neuen Cometen.

Abermals nehme ich mir die Freiheit, den Herren Astronomen die Entdeckung eines kleinen, rundlichen, schweiflosen telescopischen Cometen mitzutheilen, dessen Durchmesser etwa auf 3 Minuten anzusetzen ist, und bei welchem ein Kern bisweilen aufzuleuchten scheint. Gestern Morgen um 3 Uhr (astronomisch den 4ten April 15 Uhr) fand ich ihn etwa $1\frac{1}{4}°$ südlich von ρ Aquilae, konnte aber bis zur Morgendämmerung keine Bewegung wahrnehmen, welche sich jedoch heute Morgen unstreitig herausstellte. Da mir einstweilen noch keine andere Hülfsmittel zu Positionsbestimmungen zu Gebote stehen, so benutzte ich die vor wenigen Tagen erhaltenen Berliner akademischen Sternkarten, und fand durch Alignement, bezogen auf 1800:

	M. Zt. Mosk.	AR. ☄	Decl. ☄
1853 April 4	$15^h 0^m$	$20^h 3^m 20^s$	$+13° 4'$
5	14 0	20 4 25	+13 1

und hoffe, dass diese Positionen innerhalb 2 Bogen-Minuten richtig sind. Bei einer so langsamen Bewegung wird der Comet wohl längere Zeit sichtbar sein, ungeachtet die Richtung derselben der Sonne zugewandt ist.

Moskau, den $\frac{\text{6. April}}{\text{25. März}}$ 1853.

G. Schweizer, Dr

Herr *G. Rümker* hat den Cometen April 16 beobachtet, und findet denselben ziemlich hell, mit einem Kern und einem kleinen Schweif.

	M. Zt. Hamb.	AR. ☄	Decl. ☄	Vergl.	Sch. Ort des Vergl.-Sterns η Delphini.	
1853 April 16	$13^h 43^m 48^s$	$306° 55' 48''9$	$+12° 33' 10''9$	16	$20^h 26^m 59^s 48$	$+12° 31' 23''2$

P.

Entdeckung eines neuen Planeten.

J'ai la satisfaction de vous annoncer la découverte d'une nouvelle planète par Mr. *Chacornac* le 6 Avril à 15^h; elle est de la 9. grandeur, et paraît d'une teinte bleuâtre. J'ai proposé de la nommer Phocea qui rappelle l'origine de Marseille, et elle sera désignée par (24).

A $15^h 40^m$ T. M. elle suivait 27363 ou 27366 de Lalande, car c'est la même et non double, de $4^m 11^s 5$ en temps, et plus au nord de $11' 2''$; en une heure son mouvement rétrograde en AR. n'était que de 1^s, elle venait de passer par son noeud ascendant le même jour. La nuit suivante le ciel fut couvert. Le 8 avril à $11^h 58^m$ elle suivait No. 16 Zone 205 d'Argelander de $1^m 57^s$ de temps, et était plus au nord de $4' 22''$, ainsi ayant parcouru $30'$ environ en 44 heures sous une inclinaison de 55° à l'écliptique; à 13^h la nouvelle planète a occulté complètement une étoile de 11. grandeur, ce qui procurera une position des plus exactes.

Marseille, 9 avril 1853.

Benj. Valz.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 858.

Elemente und Ephemeride der Calliope und Vergleichung mit den Beobachtungen.

Um eine genaue Ephemeride der Calliope für die ganze Dauer ihrer gegenwärtigen Sichtbarkeit entwerfen zu können, habe ich die folgenden drei Gruppen von Beobachtungen mit meinem in Nr. 847 der Astron. Nachr. mitgetheilten II. Systeme von Elementen dieses Planeten verglichen:

I.		II.		III.	
London	Nov. 17	Hamburg	Jänner 4	Wien	Febr. 20
Liverpool	— 21	—	— 9	—	— 26
—	— 24	Wien	— 18		
—	— 27				

und drei Normalörter gebildet, nämlich:

	Geoc. Länge.	Geoc. Breite.
1852 Nov. 22,0	78°25′ 20″18	+1°57′ 38″33
1853 Jän. 10,0	69 1 9,86	+5 50 14,34
Febr. 24,0	71 57 3,70	+7 11 15,34

für Berliner Mittag; die Längen auf das mittlere Aequ. 1853 0 Jänner bezogen.

Mit diesen Oertern ergab sich dann das nachstehende neue System von Elementen:

Elemente III.

M	$= 19°27'54''2$	1853. 0 Jän., 0h m. Berl. Zeit.
ϖ	$= 57\ 21\ 57,2$	Mittl. Aequ.
Ω	$= 66\ 36\ 59,6$	1853 0 Jänner.
i	$= 13\ 45\ 12,1$	
$\log. a$	$= 0,4637878$	$(\log. \mu = 2,8543248)$
e	$= 0,1039817$	$(\varphi = 5°58'6''61)$

Diese Elemente, welche den Lauf des Planeten sehr genau wiedergeben, liegen der folgenden Ephemeride zu Grunde.

Ephemeride für 0h m. Berl. Zeit.

	Sch. AR.	Sch. Decl.	log. Δ
1852 Nov. 16	78°31′ 6″9	+24°25′ 53″2	0,22667
17	78 18 55,1	30 41,7	0,22535
18	78 6 22,4	35 28,9	0,22410
19	77 53 29,7	40 14,7	0,22291
20	77 40 17,8	44 58,8	0,22179
21	77 26 47,5	49 41,1	0,22073
22	77 12 59,7	54 21,5	0,21974
23	76 58 55,3	+24 58 59,7	0,21882
24	76 44 35,2	+25 3 35,6	0,21797
25	76 30 0,4	8 9,0	0,21719
26	76 15 11,9	12 39,6	0,21648
27	76 0 10,7	+25 17 7,4	0,21584
1852 Nov. 28	75°44′ 57″9	+25°21′ 32″2	0,21528
29	75 29 34,6	25 53,8	0,21479
30	75 14 1,7	30 12,1	0,21438
Dec. 1	74 58 20,3	34 27,0	0,21404
2	74 42 31,7	38 38,3	0,21378
3	74 26 37,2	42 45,9	0,21360
4	74 10 37,7	46 49,7	0,21349
5	73 54 34,5	50 49,6	0,21346
6	73 38 29,1	54 45,5	0,21351
7	73 22 22,8	+25 58 37,4	0,21364
8	73 6 16,5	+26 2 25,2	0,21384
9	72 50 11,4	6 8,9	0,21412
10	72 34 9,1	9 48,4	0,21448
11	72 18 10,7	13 23,8	0,21492
12	72 2 17,8	16 55,0	0,21543
13	71 46 31,5	20 22,0	0,21602
14	71 30 53,1	23 45,0	0,21668
15	71 15 23,8	27 4,0	0,21742
16	71 0 4,8	30 18,9	0,21824
17	70 44 57,2	33 29,9	0,21912
18	70 30 2,1	36 37,0	0,22008
19	70 15 20,6	39 40,4	0,22111
20	70 0 53,8	42 40,1	0,22221
21	69 46 42,7	45 36,3	0,22338
22	69 32 48,3	48 28,9	0,22461
23	69 19 11,4	51 18,2	0,22591
24	69 5 53,0	54 4,2	0,22727
25	68 52 53,8	56 47,2	0,22869
26	68 40 14,8	+26 59 27,1	0,23018
27	68 27 56,6	+27 2 4,1	0,23174
28	68 16 0,0	4 38,6	0,23335
29	68 4 25,5	7 10,4	0,23501
30	67 53 14,0	9 39,6	0,23671
31	67 42 26,1	12 6,6	0,23847
1853 Jän. 1	67 32 2,3	14 31,3	0,24030
2	67 22 3,3	16 54,2	0,24217
3	67 12 29,5	19 15,1	0,24409
4	67 3 21,6	21 34,4	0,24605
5	66 54 39,9	23 52,0	0,24807
6	66 46 25,0	26 8,4	0,25012
7	66 38 37,1	28 23,5	0,25221
8	66 31 16,7	30 37,7	0,25435
9	66 24 24,0	32 50,8	0,25653
10	66 17 59,5	35 3,3	0,25875
11	66 12 3,4	37 15,1	0,26099
12	66 6 35,7	39 26,5	0,26327
13	66 1 36,6	41 37,3	0,26559
14	65 57 6,5	+27 43 48,2	0,26793

1853		Sch. AR.	Sch. Decl.	log. Δ
Jän.	15	65°53' 5"3	+27°45' 58"9	0,27030
	16	65 49 33,1	48 9,7	0,27269
	17	65 46 29,7	50 20,4	0,27511
	18	65 43 55,3	52 31,5	0,27756
	19	65 41 49,7	54 42,9	0,28003
	20	65 40 12,9	56 54,7	0,28251
	21	65 39 4,7	+27 59 6,9	0,28502
	22	65 38 25,0	+28 1 19,7	0,28754
	23	65 38 13,7	3 33,0	0,29008
	24	65 38 30,7	5 47,0	0,29264
	25	65 39 15,8	8 1,6	0,29521
	26	65 40 28,7	10 17,0	0,29779
	27	65 42 9,3	12 33,1	0,30038
	28	65 44 17,4	14 50,0	0,30298
	29	65 46 52,9	17 7,8	0,30559
	30	65 49 55,5	19 26,4	0,30821
	31	65 53 24,9	21 45,8	0,31083
Febr.	1	65 57 21,0	24 6,1	0,31346
	2	66 1 43,5	26 27,3	0,31610
	3	66 6 32,4	28 49,4	0,31874
	4	66 11 47,4	31 12,4	0,32138
	5	66 17 28,1	33 36,4	0,32402
	6	66 23 34,4	36 1,3	0,32667
	7	66 30 6,0	38 27,1	0,32931
	8	66 37 2,7	40 53,8	0,33196
	9	66 44 24,1	43 21,4	0,33460
	10	66 52 9,9	45 49,9	0,33724
	11	67 0 20,0	48 19,3	0,33988
	12	67 8 53,9	50 49,5	0,34251
	13	67 17 51,4	53 20,4	0,34514
	14	67 27 12,0	55 52,0	0,34776
	15	67 36 55,6	+28 58 24,3	0,35038
	16	67 47 1,8	+29 0 57,3	0,35299
	17	67 57 30,1	3 30,9	0,35559
	18	68 8 20,3	6 5,1	0,35818
	19	68 19 32,0	8 39,6	0,36077
	20	68 31 4,9	11 14,6	0,36334
	21	68 42 58,6	13 49,8	0,36591
	22	68 55 12,9	16 25,4	0,36847
	23	69 7 47,4	19 1,1	0,37102
	24	69 20 41,8	21 37,0	0,37356
	25	69 33 55,9	24 12,9	0,37608
	26	69 47 29,4	26 48,9	0,37860
	27	70 1 21,9	29 24,7	0,38110
	28	70 15 33,2	32 0,4	0,38359
März	1	70 30 3,0	34 35,9	0,38607
	2	70 44 51,2	37 11,2	0,38854
	3	70 59 57,3	39 46,0	0,39099
	4	71 15 21,2	42 20,5	0,39343
	5	71 31 2,7	44 54,4	0,39585
	6	71 47 1,4	47 27,8	0,39826
	7	72 3 17,1	50 0,6	0,40066
	8	72 19 49,6	+29 52 32,8	0,40305
März	9	72°36' 38"6	+29°55' 4"2	0,40542
	10	72 53 43,9	+29 57 34,8	0,40777
	11	73 11 5,1	+30 0 4,5	0,41011
	12	73 28 42,0	2 33,2	0,41244
	13	73 46 34,4	5 0,8	0,41475
	14	74 4 42,0	7 27,3	0,41704
	15	74 23 4,4	9 52,6	0,41932
	16	74 41 41,5	12 16,6	0,42158
	17	75 0 32,7	14 39,2	0,42383
	18	75 19 37,9	17 0,5	0,42606
	19	75 38 57,0	19 20,1	0,42827
	20	75 58 29,6	21 38,2	0,43047
	21	76 18 15,5	23 54,6	0,43265
	22	76 38 14,4	26 9,3	0,43481
	23	76 58 26,1	28 22,0	0,43695
	24	77 18 50,4	30 32,9	0,43908
	25	77 39 27,0	32 41,7	0,44120
	26	78 0 15,7	34 48,5	0,44330
	27	78 21 16,3	36 53,1	0,44538
	28	78 42 28,7	38 55,6	0,44744
	29	79 3 52,6	40 55,7	0,44949
	30	79 25 27,9	42 53,6	0,45152
	31	79 47 14,4	44 49,0	0,45353
April	1	80 9 11,9	46 41,9	0,45553
	2	80 31 20,1	48 32,3	0,45751
	3	80 53 39,0	50 20,2	0,45947
	4	81 16 8,3	52 5,3	0,46142
	5	81 38 47,9	53 47,8	0,46335
	6	82 1 37,6	55 27,4	0,46526
	7	82 24 37,2	57 4,3	0,46716
	8	82 47 46,5	+30 58 38,2	0,46904
	9	83 11 5,3	+31 0 9,3	0,47090
	10	83 34 33,4	1 37,3	0,47274
	11	83 58 10,5	3 2,3	0,47457
	12	84 21 56,6	4 24,1	0,47638
	13	84 45 51,4	5 42,8	0,47817
	14	85 9 54,7	6 58,2	0,47994
	15	85 34 6,3	8 10,4	0,48169
	16	85 58 25,9	9 19,1	0,48343
	17	86 22 53,4	10 24,5	0,48515
	18	86 47 28,6	11 26,4	0,48686
	19	87 12 11,3	12 24,9	0,48855
	20	87 37 1,4	13 19,7	0,49023
	21	88 1 58,6	14 11,0	0,49188
	22	88 27 2,9	14 58,5	0,49352
	23	88 52 14,0	15 42,4	0,49514
	24	89 17 31,9	16 22,5	0,49674
	25	89 42 56,3	16 58,8	0,49833
	26	90 8 27,2	17 31,3	0,49990
	27	90 34 4,4	18 0,0	0,50145
	28	90 59 47,7	18 24,7	0,50299
	29	91 25 37,1	18 45,5	0,50451
	30	91 51 32,3	+31 19 2,3	0,50602

Mit Ende April, wo nicht früher, dürfte die Lichtschwäche des Planeten den Beobachtungen ein Ziel setzen. Ich habe die hier gegebene Ephemeride mit allen in den Astronomischen Nachrichten mitgetheilten Beobachtungen verglichen, und ausserdem noch mit den folgenden:

a) Auf der Hamburger Sternwarte. *)

	M. Zt. Hamb.	α	Log. F. P.	δ	Log. F. P.	
1853 März 1	$8^h52^m22^s6$	$70°35'16''7$	9,660	$+29°33'10''0$	9,683	(Nicht ganz befriedigend).
10	8 19 46,0	72 59 49,7	9,647	+29 58 39,5	9,673	
12	8 2 27,4	73 34 52,0	9,620	+30 3 23,5	9,662	

b) Auf der Wiener Sternwarte.

	M. Zt. Wien.	α	Log. F. P.	δ	Log. F. P.	Vergl.	Vergl.-St.
1853 Febr. 9	$6^h59^m59^s4$	$4^h27^m5^s99$	7,253*n*	$+28°43'57''4$	9,524	4	*a*
20	7 48 56,1	4 34 18,62	8,225	+29 11 58,5	9,536	4	*b*, *c*
26	7 47 43,2	4 39 27,01	8,310	+29 27 37,0	9,543	8	*b*
März 3	7 24 24,4	4 44 17,26	8,270	+29 40 34,4	9,532	6	*d*, *e*
5	7 52 54,9	4 46 23,99	....	+29 45 42,8	9,500	6	*b*, *e*

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0

a	$4^h25^m26^s74$	$+28°38'54''4$	Piazzi IV. 111 und Taylor 1588.
b	4 39 5,57	+29 30 22,6	B. Z. 39 und 2 Meridiankreisbeobachtungen.
c	4 39 3,60	+28 58 13,4	B. Z. 397 u. 398 und 2 Meridiankreisbeobachtungen.
d	4 39 58,68	+29 18 35,3	Lal. 9001.
e	4 46 27,17	+30 5 48,5	Lal. 9190 und B. Z. 398.

Nachstehende Zusammenstellung giebt die Unterschiede der Beobachtungen und der Ephemeride.

		Rechn. — Beob. $\Delta\alpha$	Rechn. — Beob. $\Delta\delta$	
1852 Nov. 17	London	$+4''2$	$-4''2$	(1)
21	Liverpool	— 1,7	— 0,2	
—	———	— 3,1	— 0,8	
24	———	— 0,2	— 1,2	
—	———	+ 2,3	+ 3,8	
—	———	— 1,6	+ 2,3	
—	———	— 2,5	— 1,1	
27	———	— 1,2	+ 2,9	
—	———	— 0,2	+ 1,9	
28	Bilk	— 5,4	+ 5,9	
30	Liverpool	— 0,6	+ 0,6	
—	———	— 2,2	+ 0,2	
Dec 3	Wien	— 2,1	+ 1,7	
5	———	— 4,0	+ 5,8	
—	Kremsmünster	+15,2	— 6,9	
6	———	—21,7	+14,3	
7	Wien	— 6,2	+ 8,3	
—	Kremsmünster	— 5,3	+ 6,1	
8	Liverpool	— 2,7	+ 5,5	
—	———	— 3,5	+ 3,2	
9	Wien	— 2,6	+ 4,3	
10	Kremsmünster	+ 4,5	+ 1,7	
11	Hamburg	+ 0,7	+ 4,2	
12	———	— 3,4	+ 3,7	
17	———	—10,0	+ 3,2	
18	———	— 0,5	+ 1,2	
—	Bilk	— 3,4	+ 9,9	
19	Wien	— 1,8	— 1,6	
21	———	— 1,8	— 0,6	
29	———	— 2,9	+ 2,7	Wolken

		Rechn. — Beob. $\Delta\alpha$	Rechn. — Beob. $\Delta\delta$	
1853 Jänner 4	Hamburg	+ 1,2	— 0,2	
6	———	— 2,3	.....	(2)
6	———	.....	+ 8,4	(2)
9	———	— 4,9	— 1,3	
11	Wien	+ 1,6	+ 9,5	Wolken
11	Hamburg	+ 0,7	.....	(3)
18	Wien	+ 7,9	+ 1,4	
Febr. 9	———	— 1,8	+ 2,8	
20	———	— 0,4	+ 2,0	
26	———	— 6,7	— 2,2	
März 1	Hamburg	+ 7,1	+21,0	
3	Wien	+ 0,1	— 5,3	
5	———	— 5,7	— 2,5	
10	Hamburg	—13,0	—15,0	(4)
12	———	—19,4	— 3,0	(4)

B e m e r k u n g e n.

(1) Nach Astr. Nachr. Nr. 840, Beilage.

(2) Diese Beobachtung ist den eben erwähnten Schreiben des Herrn Dir. *Rümker* zufolge nicht nach Astr. Nachrichten Nr. 845, sondern wie folgt, angenommen:

	M. Zt. Hamb.		Vergl.
Jän. 6	$8^h21^m12^s3$	$\alpha = 66°43'42''0$	2
———	8 33 21,4	$\delta = +27\ 26\ 46,0$	1

Der Unterschied rührt davon her, dass statt der Position des Vergleichsterns aus B. Z. 397 die Position desselben aus

*) Brieflichen Mittheilungen des Herrn Dir. *Rümker* an Herrn Dir. *v. Littrow* entnommen.

B. Z. 396 angenommen wurde; zugleich ist die erste Vergleichung bei der Declinationsbestimmung ausgelassen, indem der Planet zu nahe am Mittelpuncte des Ringmikrometers vorbei ging. Der Himmel war ungünstig.

(3) Ungünstiger Himmel. Die Declination unsicher aus demselben Grunde wie am 6ten, daher weggelassen.

4) Die Vergleichsterne an diesen beiden Tagen sind Bessel's Zonen entlehnt, weichen aber bedeutend von Lalande ab.

Wien, am 21sten März 1853.

C. Hornstein.

Measures of double stars made at Valletta for verification of measures of Satellites.

Having concluded my observations here I beg leave to hand you a series of measurements in position and distance of a number of double stars which I have made with a view of furnishing to Astronomers the means of judging what personal or other equation may be applicable to my micrometrical measurements during my sojourn in this place. All the stars are well known and have been measured before, though of most of them I am ignorant of the results. Some of them are very unequal and were chosen because they exhibited something like a type of a planet and faint satellite.

Being all measured by the same observer, with the same telescope and micrometer, in the same place and nearly at the same epoch: — these measures will I presume furnish a good standard of comparison of my results with those of other observers.

They were made I believe with neither more nor less care than those of my published observations — except that I paid less attention to accuracy in the positions of these stars, than in the distances.

1852	Star.	Position.	Number of measures.	Greatest diff. of individual measures.	Magnifying Power.	Distance.	Number of measures.	Greatest difference.	Magnifying Power.	Approximate AR.	Approximate N.P.D.
Dec. 21	γ Arietis.					8,84	7	0″67	614		
—	———					8,67	7	0,63	760		
—	ζ Orionis					56,84	8	0,84	760		
28	Rigel					9,28	6	0,52	760		
1853											
Jan. 8	γ Androm. *b, c*	107° 51′	8	2° 28′	1027						
	a, b	61 15	3	0 28	1027	10,21	3	0,50	1027		
17	γ Androm. *b, c*	111 35	12	3 14	1027						
	a, b	62 59	4	0 51	1027	11,27	5	0,87	760		
Mar. 12		82 0	3	0 39	614	25,60	8	2,30	614	9h 20m	81° 7′
14		81 21	9	1 1	614	25,82	9	1,00	614	9 20	81 7
—	Σ 1442 VI. 7.8	154 44	4	0 58	760	14,93	9	0,71	760	10 24	67 7
—	Σ 1552 III. 6.7	211 13	4	0 51	760	3,34	8	0,35	760	11 27	72 19
15		54 36	6	1 50	760	20,29	8	0,67	760	8 31	69 46
17	δ Cancri	121 7	6	1 11	760	45,82	8	1,25	760	8 36	71 16
—	Σ 1399 VIII. 7.8	83 36	5	0 58	760	31,83	10	0,73	760	9 49	69 30

Valletta 1853, March 30.

W. Lassell.

Beobachtungen des *Encke*'schen Cometen im Jahre 1852, sowie einiger Sternbedeckungen, auf der Sternwarte in Breslau.

Die astronomischen Beobachtungen auf der hiesigen Sternwarte haben während des vorigen Jahres wegen baulicher Reparaturen grösstentheils unterbrochen werden müssen, doch erhielt ich im Februar einige wenige Beobachtungen des *Encke*'schen Cometen, die ich mir erlaube Ihnen mitzutheilen, obgleich dieselben nach langjähriger Entwöhnung vom Kreismikrometer auf keine grosse Genauigkeit Anspruch machen können. Ich habe dieselben erst kürzlich mit Rücksicht auf Refraction genauer reducirt, da der Comet bei einigen der erhaltenen Beobb. nur wenige Grade vom Horizont entfernt war. Die Beobachtungen sind mit einem Ringmikrometer des 4½ füs. (grössten hiesigen) Fernrohrs von *Fraunhofer*, angestellt. Bei der ersten Beobachtung von Febr. 14. hatte ich versäumt zu notiren, ob der Comet nördlich oder südlich das

Gesichtsfeld passirt habe, und da derselbe mit dem Stern fast genau auf demselben Parallel war, konnte ich dies auch nachträglich aus den Beobachtungen nicht mehr erkennen, so dass von diesem Tage nur die AR. sich angeben lässt. Als Resultat findet sich:

1852	M. Zt. Bresl.	AR. ☌	Decl. ☌	Beobb.
Febr. 14	8h 18m 28s	23h 55' 57"26	———	10
24	8 14 41	0 15 6,92	+9° 15' 28"9	7
25	7 38 43	0 16 53,23	+9 18 27,6	9
26	7 42 17	0 18 41,25	+9 20 33,0	24

Febr. 14. Vergleichstern *a* = Piazzi XXIII. 260. Febr. 24, 25, 26, wurde der Comet mit 3 Sternen aus Bessel's Zonen

b = Z.	29	0h 17m 7s35	
c = Z.	29	0 18 32,95	und
= Z.	111	0 18 33,85	
d = Z.	29	0 19 44,46	

verglichen, und es wurden die scheinbaren Oerter dieser Sterne hiernach angenommen:

Febr. 14	*a*	358° 41' 45"0	+8° 7' 51"9
24	*b*	4 48 31,9	+9 19 37,9
—	*c*	5 9 57,8	+9 22 41,1
—	*d*	5 27 49,9	+9 33 55,8

Febr. 24 sind 3 Vergleichungen mit *b*, 3 mit *c* und 1 mit *d* gemacht; Febr. 25, 4 mit *b*, 5 mit *c*; Febr. 26, 10 mit *b*, 9 mit *c*, 5 mit *d*. Am 25sten Februar begannen die Beobachtungen wie Febr. 26 zwar ziemlich früh, wurden aber durch den Rauch einer im Westen der Stadt entstandenen Feuersbrunst längere Zeit unterbrochen. Der Comet erschien von der Helligkeit eines Sterns 7. Grösse als ein heller zusammengedrängter Nebel.

Sternbedeckungen; die Zeitangaben in mittl. Bresl. Zeit. 1852 März 30. Nur der Anfang der an diesem Tage stattfindenden Bedeckung der Präsepe konnte beobachtet werden, fernere Beobachtungen hinderte leichtes Gewölk.

*(7). Gr. Eintr. 9h 48m 14s8 *Galle*

*(6). „ „ 9 59 26,4 „ 9h 59m 27s1 *Günther*.

Ich beobachtete mit dem 4½ füss. Fraunhofer im Südwest-Fenster des Thurms, Herr *Günther* mit dem 4 füss. Fraunhofer auf dem Umgange des Daches.

April 26. 42 Cancri Eintr. 9h 12m 36s8 wurde in meiner Wohnung im zweiten Stock des Universitätsgebäudes mit dem Heliometer beobachtet, das interimistisch während des Sommers hier aufgestellt war. Herr *Günther* beobachtete auf dem Umgange der Sternwarte mit dem 4 füss. Fr., damit übereinstimmend 9h 12m 37s1.

Mai 29.

80 ρ Virg. Eintr. 9h 46m 44s0 *Günther* mit dem 4 f. Fraunh.

August 25.

χ^3 Sagitt. Eintr. 7h 51m 51s5 *Günther*. Sehr genau.

November 26.

74 ε Tauri. Eintr. 10h 25m 11s4 *Galle*, 10h 25m 3s6:: *Günther*
Austr. 11 41 53,7 „ 11 41 57,7:: „

Theils wegen des Vollmondes, theils weil die Bilder vorübergehend völlig verwaschen waren, sind die Beobachtungen nicht für sehr genau zu halten. Doch schien mir meine Beobachtung des Eintritts sicher und die des Austritts ebenfalls nur wenig verspätet. Ich beobachtete am 4½ f., Herr *Günther* am 4 f. Fraunh., in den beiden Südost-Fenstern des Saales.

In Bezug auf die baulichen Aenderungen auf der hiesigen Sternwarte sind vielleicht auch einige Mittheilungen für die Astr. Nachrichten geeignet. Schon seit mehreren Jahren waren einzelne Theile der hiesigen Sternwarte der Reparatur bedürftig gewesen, so dass die Herstellung eines wenigstens für die Zwecke der Universität leidlich brauchbaren Zustandes gewünscht werden musste, wenn auch für wissenschaftliche Zwecke der die Sternwarte bildende hohe Thurm den Anforderungen der neueren Zeit nur in sehr beschränktem Maasse genügen kann, da namentlich in den Tagesstunden die Erschütterung durch die vielen vorüberfahrenden Wagen sehr merkbar ist. Das alte Königsberger Passage-Instrument von *Dollond* befand sich in einem kleinen Häuschen auf dem Dache, wo in früherer Zeit ein kleineres Instrument dieser Art von *Canivet* in Paris aufgestellt gewesen war, wo aber der Raum für jenes so eng war, dass es ohne Oeffnung der Klappen nicht umgedreht werden konnte. Für eine Vergrösserung dieses Häuschens war auf dem Dache kaum noch Raum, auch würde eine ziemliche Verunstaltung der Architektur dadurch entstanden sein; es erschien daher am rathsamsten, das Instrument nach dem grossen Saale an die Stelle eines für jetzt nicht brauchbaren 18 zölligen Repetitionskreises zu bringen, woselbst bereits eine Oeffnung im Dache für die Polarsternbeobachtungen vorhanden war. Diese Oeffnung ist nun nach Süden hin zu einem vollständigen Meridiandurchschnitt verlängert worden, indem das mittlere Südost-Fenster bis auf die Breite des Durchschnitts zugemauert, der Fensterbogen und das Sandsteingesims am Dache durchgeschlagen, und das Dachgebälk an dieser Stelle neu befestigt wurde. Die Translocation hat sich insofern bewährt, als das Instrument (welches wie auch das Heliometer von dem Universitäts-Mechanicus Herrn *Pinzger* in allen Theilen renovirt worden ist) nahe dieselbe, verhältnissmässig befriedigende, Festigkeit in der Aufstellung zeigt, als früher auf dem Dache. Die gesammte Sternwarte besteht in einer Erhöhung der beiden Wände des Universitätsgebäudes über dessen Dach hinaus und deren Ergänzung zu einem quadratischen Thurme von

etwa 100 Fuss Höhe mit einem flachen Kupferdache. In der Mitte dieses letzteren Daches erhebt sich dann noch ein kleineres Thürmchen, dessen Reparatur für das gegenwärtige Jahr noch zurückgeblieben ist. Der untere Haupt-Thurm, dessen oberstes Stockwerk, mit 10 Fenstern nach allen Himmelsrichtungen, den grossen Saal der Sternwarte bildet, ist im vergangenen Jahre bereits ziemlich vollständig renovirt worden. Bei der Einrichtung der Sternwarte im Jahre 1790 durch den verstorbenen Professor *Jungnitz*, waren vor allen 10 Fenstern Balcons oder Erker herausgebaut worden, die nach drei Seiten Fenster hatten und auch oben durch eiserne Klappen sich öffnen liessen. Allein schon seit längerer Zeit war der Zustand derselben sehr schadhaft, unbrauchbar und wegen der verwitterten Balken selbst gefahrdrohend. Bei der Nothwendigkeit der Reparatur bot sich die gänzliche Beseitigung dieser Erker um so mehr als die einfachste Maassregel dar, als von der Architektur des Universitätsgebäudes dadurch zugleich ein, keineswegs geschmackvoller, Zusatz späterer Zeit wieder entfernt werden konnte. Es sind an die Stelle der Erker gegenwärtig einfache Fenster mit 2 Fuss breiten Fensterbrettern getreten, welche sich mit zwei Flügeln nach aussen öffnen und durch Drehstangen verschlossen werden, so dass eine wesentlich bequemere Aufstellung freier Fernröhre dadurch ermöglicht ist. Nur zwei von den Fenstern, an der Nord-Ecke des Saales, vor denen die Thermometer aufgestellt sind, öffnen sich nach Innen. Eines der 10 Fenster ist, wie oben erwähnt, wegen der Benutzung für den Meridian-Durchschnitt zugemauert worden. Nach Norden wurde der Durchschnitt ebenfalls etwas verlängert, jedoch konnte dies hier nur bis 18° unterhalb des Pols geschehen, so dass von den Fundamentalsternen ausser α und δ Urs. min. nur noch β Urs. min. in der untern Culmination beobachtet werden kann, was indess bei der ausschliesslichen Benutzung des Instruments zu Zeitbestimmungen nicht als ein wesentlicher Nachtheil zu betrachten ist.

Breslau 1853, März 7.

J. G. Galle.

Beobachtungen des veränderlichen Sterns *S* Cancri.

Nach der in Nr. 845 der Astr. Nachrichten ausgesprochenen Aufforderung von Herrn Prof. *Argelander*, habe ich das Vergnügen Ihnen über das erste von mir beobachtete Minimum des Sternes *S* Cancri mitzutheilen. Das war erst am 5ten März, weil unser höchst ungünstiges Wetter früher alle Beobachtungen verhinderte; auch bekamen wir Nr. 845 der Astr. Nachr. zu spät.

Für die Beobachtung habe ich den 8füssigen Refractor der hiesigen Sternwarte, mit der Vergrösserung von 105 Mal, gebraucht. Erst fand ich den veränderlichen Stern am 4. März um 9^h m. Wil. Zt. fast von gleicher Lichtstärke (vielleicht um eine Stufe schwächer) als den Vergleichs-Stern *a*; aber am 5ten März $6^h 40^m$ mittl. Zeit hatte er schon so abgenommen, dass er mir um eine halbe Grösse schwächer als *b*, und fast nur um 2 Stufen die kleinen, fast gleichen, von beiden Seiten zunächst stehenden Sterne, von 9.10 Grösse, übersteigend, erschien. Innerhalb 2 Stunden verfolgte ich den Stern in seiner Ab- und Zunahme, bei sehr günstigem Zustande der Atmosphäre, und glaube, dass das von mir beobachtete Minimum bis auf wenige Minuten sicher sein muss. Ich fand es um $8^h 33^m$ mittl. Wil. Zt. Ich könnte auch sagen, wenn ich keine Veränderlichkeit in dem oben erwähnten am nächsten stehenden Sterne (der dem Stern *S* Cancri vorgeht) selbst vermuthete, dass meine Beobachtung weniger als bis auf eine Minute falsch sei, weil ich innerhalb einiger Secunden den Stern *S* Cancri von ganz gleicher Helligkeit mit dem Nebensterne sah und die Zeit angemerkt habe. Doch des starken Funkelns wegen, grade in diesem Sterne, kann ich die oben erwähnte Gleichung nicht behaupten. Dieses Minimum stimmt aber immer mit den aus anderen Vergleichungen abgeleiteten Momenten sehr gut überein. (Die Vergleichung mit dem Sterne *e*, wegen seines Abstandes, war für mich unbequem, und dabei sehe ich diesen Stern zu schwach, 10.11 Gr.). Um $9^h 15^m$ war schon *S* Cancri nur um eine halbe Grösse schwächer als *b*, und um $11^h 40^m$ ganz gleich mit ihm. Am 7ten März $7^h 5^m$ beobachtete ich *S* Cancri in fast ganz gleicher Helligkeit mit Stern *a*. Dass das Funkeln des veränderlichen Sterns bei der Abnahme des Lichtes fast ganz unmerkbar und bei der Zunahme umgekehrt sehr auffallend war, kann ich wohl behaupten; soll aber dies als ein Criterium angenommen werden, bleibt es für mich ungewiss.

Heute, am 24sten März, konnte ich leider des trüben Wetters wegen nicht noch einmal das Minimum von *S* Cancri beobachten; eben so schlecht war es mit dem Algol's Minimum am 22sten März.

Beiläufig erlaube ich mir noch die frühere Vermuthung über die Veränderlichkeit von α Aquilae wieder zu erneuern

weil ich am 4ten März um $12^h 5^m$ mit grosser Verwunderung ihn ausserordentlich schwach bemerkte, ganz von gleicher Helligkeit mit α Coronae, bei fast gleicher Höhe am Horizont, und dieses beobachtete ich im Zeitraum einer Stunde. Am 5ten März erschien mir α Aquil. etwas heller, und am 7ten März 3—4 Stufen heller als α Coronae, (auch γ Aquil.), und immer ziemlich röthlich.

Wilna, März 25.

M. Gussew,
Gehülfe an der Kaiserl. academ. Sternwarte.

Ephemeride für die Opposition der Psyche (16), für 0^h mittl. Zt. Berlin.

1853	AR.	Decl.	log. Δ	Aberr.
April 12	$14^h 44^m 37^s 4$	−11° 47′ 53″	0,36389	$0^s 01332$
13	43 57,0	43 54		29
14	43 15,9	39 52		26
15	42 34,1	35 49		23
16	41 51,6	31 43	0,36000	0,01320
17	41 8,4	27 36		17
18	40 24,7	23 27		15
19	39 40,4	19 17		13
20	38 55,6	15 5	0,35692	0,01311
21	38 10,3	10 53		09
22	37 24,7	6 40		07
23	36 38,6	−11 2 26		05
24	35 52,3	−10 58 12	0,35468	0,01304
25	35 5,6	53 58		03
26	34 18,8	49 43		02
27	33 31,8	45 30		01
28	32 44,6	41 17	0,35335	0,01300
☍ 29	31 57,3	37 3		1299
30	31 10,1	32 55		99
Mai 1	30 22,8	28 46		98
2	29 35,4	24 38	0,35291	0,01298
3	28 48,1	20 31		98
4	28 1,1	16 28		99
5	27 14,1	12 25		1299
6	26 27,3	8 27	0,35336	0,01300
7	25 40,7	4 31		01
8	24 54,5	−10 0 37		02
9	24 8,7	− 9 56 48		03
10	23 23,3	53 1	0,35468	0,01304
11	22 38,1	49 16		05
12	14 21 53,4	− 9 45 36		07

1853	AR.	Decl.	log. Δ	Aberr.
Mai 13	$14^h 21^m 9^s 4$	−9° 42′ 1″		08
14	20 25,9	38 30	0,35688	$0^s 01310$
15	19 43,2	35 3		12
16	19 1,0	31 40		14
17	18 19,5	28 24		16
18	17 38,7	25 12	0,35987	0,01319
19	16 58,5	22 5		22
20	16 19,2	19 4		25
21	15 40,7	16 8		28
22	15 3,0	13 18	0,36364	0,01331
23	14 26,1	10 31		34
24	13 50,3	7 49		38
25	13 15,3	5 14		41
26	12 41,2	2 55	0,36810	0,01345
27	12 8,1	−9 0 34		49
28	11 36,0	−8 58 20		53
29	11 4,9	56 12		57
30	10 34,8	54 11	0,37318	0,01361
31	10 5,8	52 17		65
Juni 1	9 37,9	50 29		70
2	9 11,0	48 48		74
3	8 45,2	47 14	0,37888	0,01379
4	8 20,5	45 46		83
5	7 56,9	44 26		88
6	7 34,5	43 12		93
7	7 13,3	42 6	0,38506	0,01398
8	6 53,3	41 6		1403
9	6 34,5	40 14		09
10	6 17,1	39 29		14
11	14 6 0,1	−8 38 51	0,39166	0,01420

Vorstehende Ephemeride ist aus den Elementen abgeleitet, welche Herr *Klinkerfues* in Nr. 831 dieser Nachrichten veröffentlicht hat. Sie bezieht sich auf das jedesmalige wahre Aequinoctium. Weil bei den genannten Elementen nicht angegeben war, auf welches Aequin. sich die mittlere Länge bezog, so ist dafür das mittlere Aequin. der Epoche angenommen.

Leiden 1853, April 12.

J. C. A. Oudemans.

Beobachtungen von Mond und Mondsternen auf der Sternwarte des Collegio Romano,

von Herrn Professor *Secchi*.

1851	Oggetto osserv.	AR. app. osserv.
Marzo 9	λ Toro	$3^h 52^m 25^s 13$
	☾ I. L	4 8 19,70
Marzo 9	ε Toro	$4^h 19^m 54^s 61$
	α Toro	4 27 21,99

1851	Oggetto osserv.	AR. app. osserv.	Num. de' fili
Marzo 15	α Leone	$10^h\ 0^m 26^s 78$	
	γ Leone	10 11 45,67	
	☾ I. L.	10 16 26,03	
	χ Leone	10 57 20,81	
	σ Leone	11 13 28,18	
Aprile 10	θ Cancro	8 23 5,71	
	δ Cancro	8 36 12,80	
	☾ I. L.	8 48 8,75	
	κ Cancro	8 59 40,82	
— 11	ξ Leone	9 23 55,00	
	☾ I. L.	9 48 14,87	
	α Leone	10 0 26,42	
	ρ Leone	10 24 58,34	(6)
— 14	η Vergine	12 12 17,91	
	γ Vergine	12 34 7,59	
	☾ I. L.	12 44 54,06	
	ζ Vergine	13 27 6,87	
Maggio 13	κ Vergine	14 4 58,14	(6)
	☾ I. L.	14 12 16,78	
	δ Bilancia	14 53 2,09	
Giugno 9	☾ I. L. = *m* Verg.	+18 23,75	
	= κ „	−12 45,73	
	= λ „	−18 51,86	
— 12	5579 B. A. C.	16 32 59,41	
	☾ I. L.	16 38 31,12	
	ξ Ofiuco	17 12 6,37	(6)
	58 „	17 35 32,14	(3)
Luglio 10	ν „	17 1 52,03	
	ξ „	17 12 6,43	
	☾ I. L.	17 14 57,12	
	4 Sagittario	17 50 43,73	
	μ' „	18 4 53,11	
— 11	4 „	17 50 43,94	
	μ' „	18 4 53,28	
	☾ I. L.	18 11 27,59	
	o Sagittario	18 55 47,19	
	π „	19 0 56,10	

1851	Oggetto osserv.	AR. app. osserv.	Num. de' fili
Luglio 12	o Sagittario	$18^h 55^m 47^s 42$	
	π „	19 0 56,19	
	☾ I. L.	19 7 38,50	
	h^2 Sagittario	19 27 40,33	
	$ε^2$ „	19 34 1,62	
Settem. 4	☾ I. L.	18 31 58,28	
	o Sagittario	18 55 46,81	(3)
	π „	19 0 55,72	
— 5	o „	18 55 46,95	
	☾ I. L.	19 27 3,50	
	$α^2$ Capricorno	20 9 49,00	
	β „	20 12 40,19	(6)
Nov. 30	☾ I. L. = θ Aqua.	+37 53,85	
	= σ „	+24 6,46	(6)
	= $ψ^3$ „	−24 20,69	
Dec. 2	☾ I. L. = 27 Pesci	+27 48,09	
	= 33 „	+21 8,33	
	= 205 B.A.C.	−18 58,44	
	= 20 Balena	−26 33,14	
— 15	☾ II. L.	12 10 48,59	
	35 Vergine	12 40 17,63	(6)
	δ Vergine	12 48 7,35	
— 16	35 Vergine	12 40 17,81	
	δ Vergine	12 48 7,47	(6)
	☾ II. L.	13 5 4,91	
	α Vergine	13 17 22,41	
	ζ „	13 27 7,51	
— 17	α „	13 17 22,48	
	ζ „	13 27 7,43	(6)
	☾ II. L.	13 59 35,59	
— 31	ε Pesci	1 0 44,11	
	ζ Pesci	1 5 59,34	
	☾ I. L.	1 30 31,12	
	α Pesci	1 54 22,94	
	ξ' Balena	2 5 9,06	

NB. Tutte le osservazioni sono complete tranne quelle che sono seguite dal numero de' fili.

Entdeckung eines neuen Planeten, von Herrn Prof. *de Gasparis* in Neapel.

Herr Prof. *de Gasparis* hat am Abend des 5ten d. Mts. in dem Sternbilde des Löwen einen kleinen Stern 12. Grösse bemerkt, welchen er den folgenden Abend an seiner eigenen Bewegung sogleich für einen neuen Planeten erkannte. Er verdankt diese Entdeckung dem Umstande, dass er am 5. April 1851, sehr nahe an dem Orte des eben entdeckten Planeten, einen Stern 12. Grösse beobachtet hatte, welcher nun verschwunden war, weshalb er mit aussergewöhnlicher Aufmerksamkeit die benachbarten Sterne durchmusterte.

Folgende scheinbare Positionen des neuen Planeten hat Herr Prof. *de Gasparis* beobachtet:

	M. Zt. Neapel.	Sch. AR.	Sch. Decl.
1853 April 6	$8^h 55^m 34^s$	$11^h 4^m 17^s 75$	$+6° 48' 40''$
7	9 16 48	11 3 50,15	+6 50 48

Altona 1853, April 21.

A. C. Petersen.

Altona 1853. April 26.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 859.

Beobachtungen, Elemente und Ephemeride des Cometen II. 1853 von Herrn *C. Bruhns.*

	M. Zt. Berlin.	α.	δ.	Zahl d. Beob.
1853 April 14	$13^h 54^m 42^s 1$	$305°26' 12''7$	$+12°45'\ 6''2$	12 mit *a*
15	14 24 48,8	306 8 19,2	12 39 35,7	12 „ *a*
16	15 24 31,7	306 58 37,9	12 32 39,9	6 „ *b*, 6 mit *c*
19	15 22 33,5	310 23 20,6	+12 3 42,9	10 „ *d*

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0.

	a	$305°56' 13''0$	$+12°48' 17''0$	B. Z. 97.
	b	305 42 58,8	12 31 9,5	B. Z. 97 und Lal. 39470
η Delph.	*c*	306 44 57,7	12 31 35,1	Taylor 9477 und Rümker.
	d	309 31 0,5	+12 10 19,8	B. Z. 28.

Bei B. Z. 97 ist die Reductionstafel aus Weisse (siehe Einleit. p. V. u. X.) genommen; der Stern η Delphini kommt auch im Piazzi und Lalande vor, die daraus hergeleiteten Oerter weichen aber von Taylor und Rümker um etwa 6" in Rect. ab, welches vielleicht von der eignen Bewegung herkommt, bringt man aber die im Taylor angegebene Eigenbewegung an, so sind die Differenzen noch grösser, ich habe es daher vorgezogen nur das Mittel aus den beiden letzten Catalogen zu nehmen, und die Eigenbewegung zu vernachlässigen.

Aus den Beobachtungen von April 14, 16 und 19 habe ich folgende Elemente berechnet:

T = 1853 Mai 10,39998
π = 201°12′ 57″2 } Mittl. Aequin.
Ω = 41 12 52,3 } 1853,0
i = 57 53 3,0
log. q = 9,956398
Bewegung retrograd.

Mittl. Ort R. — B. in Länge +13″6
in Breite — 2,8

Ephemeride für 0^h m. Berl. Zeit.

	α.	δ.	log. Δ
1853 April 22	$21^h\ 0^m 1$	$+11°21'$	9,4260
23	21 11,4	10 50	
24	21 27,9	10 9	9,2969
25	21 50,9	9 2	
26	22 22,8	7 22	9,1310
27	23 12,0	+ 4 29	9,0383
28	0 25,1	— 0 7	8,9608
29	1 48,5	5 28	8,9726
30	3 26,6	10 25	8,9896
Mai 1	4 31,3	12 43	9,0775
2	5 14,2	13 41	9,1696
3	5 42,8	14 0	9,2535
4	6 2,6	14 12	9,3277
5	6 17,5	14 16	
6	6 27,6	—14 14	9,4486
1853 Mai 7	$6^h 35^m 7$	$-14°\ 8'$	
8	42,5	—14 4	9,5471
9	48,1	—14 0	
10	52,5	—13 56	
11	55,9	52	
12	6 58,8	48	9,6960
13	7 1,4	45	
14	3,7	42	
15	5,8	38	
16	7,4	35	9,8054
17	8,8	31	
18	10,1	28	
19	11,2	24	
20	7 12,2	—13 21	9,8912

Der Comet war am 19ten April bei hellem Mondschein sehr glänzend, er glich einem Sterne 6. Grösse und hatte einen deutlichen, von der Sonne abgewandten, Schweif von 1½′ Länge, der Kern war nach der der Sonne zugekehrten Seite mit einem Nebel umgeben. Seine Entfernung von der Erde betrug 0,35, er kommt der Erde immer näher und wird wohl am 26sten d. Mts., wo er nur 0,12 entfernt ist, am glänzendsten erscheinen; wäre nicht grade heller Mondschein, so müsste man ihn mit unbewaffnetem Auge sehen können. Am 28sten hat er seine grösste Nähe erreicht, es ist vielleicht möglich, ihn bei seiner Entfernung von 0,091 mit starken Fernröhren am Tage zu sehen, denn er geht für Europa schon nach der Sonne auf und vor ihr unter. Am 5ten Mai verschwindet er eine halbe Stunde nach der Sonne unter dem Horizont, am 10ten wo er im Perihel ist, etwa ¾ Stunden nach ihr und am 20sten schon ¼ Stunde später. Eine interessante Erscheinung bietet er den Tropengegenden und der südlichen Erdhälfte dar, wo man ihn noch einige Monate wird verfolgen können.

Berlin 1853, April 22.

Carl Bruhns.

National-Observatory, Washington.

Observations of Fortuna and I. Comet 1853, made with the Filar-Micrometer of the Equatorial by *J. Ferguson*.

(Communicated by Lieut. *Maury*). Corrected for refraction.

Fortuna.

1852	M. T. Wash.	No. of Comp.	Star of Comp.	(19) — * Δα.	(19) — * Δδ.	(19) apparent. α.	(19) apparent. δ.	A.
Sept. 13	8h 37m 11s,4	1	Weisse XXII. 13	+2m 18s,65	— 1′ 34″,25	22h 4m 1s,50	— 9° 32′ 49″,31	8
—	10 8 14,2	6	——— —	+2 15,66	— 1 51,43	3 58,51	33 6,49	—
16	9 19 40,9	10	——— —	+0 17,83	—15 56,89	2 0,67	47 12,03	10
—	9 43 6,6	4	Weiss. XXI. 1375	+2 31,54	+ 6 41,21	2 0,69	47 13,42	—
17	9 8 18,5	10	——— ———	+1 55,55	+ 2 17,44	1 24,69	51 37,02	—
18	9 19 30,1	8	——— ———	+1 19,82	— 2 8,35	22 0 48,96	— 9 56 2,82	—
22	8 20 23,4	10	——— ———	—0 43,78	—18 23,32	21 58 45,34	—10 12 17,90	—
26	8 19 28,5	23	——— 1333	—0 36,29	+10 42,53	57 7,74	25 48,65	—
27	8 33 53,8	10	——— ———	—0 56,28	+ 7 36,01	56 47,74	28 55,21	—
28	7 54 9,9	10	——— ———	—1 13,71	+ 4 47,23	56 30,30	31 44,01	—
29	8 1 38,5	10	——— ———	—1 30,22	+ 2 1,08	56 13,78	34 30,17	—
30	7 44 51,4	10	——— ———	—1 44,09	— 0 33,47	55 59,91	37 3,74	—
Oct. 1	9 6 51,6	5	——— ———	—1 57,10	— 3 6,22	55 46,89	39 37,61	9
2	8 53 42,7	7	——— ———	—2 7,11	— 5 19,43	55 37,10	41 50,04	—
5	9 53 23,7	6	——— ———	—2 26,59	—11 5,80	55 17,36	47 37,32	10
7	9 41 34,5	6	——— ———	—2 29,55	—13 59,99	55 14,38	50 31,62	—
8	9 28 41,1	6	——— ———	—2 28,24	—15 11,71	55 15,68	51 43,38	—
11	8 44 49,9	6	——— ———	—2 12,19	—17 45,81	55 31,73	54 17,64	—
15	8 27 24,1	6	——— ———	—1 24,04	—18 44,70	56 19,83	55 16,72	9
16	8 7 21,6	4	——— ———	—1 7,42	—18 32,95	56 36,41	55 5,03	—
19	10 3 27,7	6	——— ———	—0 3,91	—16 53,04	57 39,88	53 25,28	10
20	8 52 35,6	3	——— ———	+0 19,80	—16 4,39	58 3,59	52 36,71	—
21	9 9 34,7	4	——— ———	+0 46,36	—15 8,14	58 30,13	51 40,52	—
—	9 9 34,7	4	——— 1384	—1 25,79	— 3 48,20	58 30,21	51 32,60	—
23	8 19 8,1	10	——— ———	—0 28,83	— 1 11,84	59 27,15	48 56,36	—
24	9 9 37,3	10	——— ———	+0 3,91	+ 0 27,38	21 59 59,87	47 16,60	—
25	8 29 7,6	4	——— ———	0 36,06	+ 2 9,42	22 0 32,00	—10 45 34,61	—
Nov. 21	7 42 17,4	3	Weiss. XXII. 467	2 44,53	+11 27,65	24 55,62	— 8 58 40,41	—
—	9 37 3,7	4	——— 467	2 50,40	+12 0,37	25 1,50	58 7,70	—
27	7 4 9,1	12	——— 641	1 45,24	+18 45,02	32 22,92	21 1,01	—
—	7 6 23,9	11	——— 675	0 35,73	+ 1 15,07	32 22,94	20 58,58	—
28	7 10 45,2	8	——— 675	1 54,56	+ 7 58,39	33 41,75	14 16,15	—
30	7 54 21,4	13	——— 761	0 52,69	— 0 54,42	36 22,99	— 8 0 4,47	—
—	9 23 56,1	3	——— 761	0 57,28	— 0 26,73	36 27,58	— 7 59 36,78	—
Dec. 1	7 25 23,4	5	——— 761	2 12,17	+ 6 6,29	37 42,50	53 3,83	—
5	7 41 7,0	1	——— 900	0 27,09	+18 7,28	43 17,79	23 11,35	—
—	8 40 40,8	3	——— 900	0 29,29	+18 26,51	43 19,99	— 7 22 52,12	—
8	7 7 57,5	10	——— 962	1 34,81	— 6 20,84	47 32,86	— 6 59 52,01	8
13	6 47 14,0	4	——— 1049	4 27,63	+ 9 47,88	54 57,05	18 36,63	9
*) —	6 47 14,0	4	——— 1057	4 0,95	+ 9 3,59	(22 54 58,07)	— 6 18 35,32	—
18	6 28 31,4	4	——— 1272	2 26,62	+ 0 3,47	23 2 44,14	— 5 34 18,94	10
—	6 28 31,4	4	——— 1283	1 42,30	+ 0 14,72	2 43,94	34 22,23	—
—	8 21 58,9	1	——— 1272	2 29,74	+ 0 22,75	2 47,25	33 59,67	—
—	8 21 58,9	1	——— 1283	+1 45,59	+ 0 33,99	23 2 47,23	— 5 34 2,96	10

*) The determination by 1049 to be preferred.

Adopted mean places for 1850,0 of stars of comparison.

Star.		Mag.	α.	δ.	Authority.
Weisse XXII.	13	8	22ʰ 1ᵐ34ˢ13	− 9°32′ 3″20	Weisse Catalogue.
Weisse XXI.	1375	9	21 59 20,43	9 54 42,24	———
———	1333	9	21 57 35,34	10 37 18,39	
———	1384	9	21 59 47,56	10 48 30,01	———
Weisse XXII.	467	8	22 22 3,03	9 10 55,11	———
———	641	9	22 30 29,68	8 40 33,56	Weisse and Rümker
———	675	9	22 31 39,21	8 23 1,33	———
———	761	8	22 35 22,36	7 59 58,02	Weisse Catalogue.
———	900	8.9	22 42 42,76	7 42 6,93	———
———	962	9	22 45 50,15	6 54 19,76	Weisse and Rümker
———	1049	8.9	22 50 21,57	6 29 13,20	Weisse Catalogue.
———	1057	8.9	22 50 49,26	6 28 27,40	———
———	1272	9	23 0 9,68	5 35 11,67	———
———	1283	9	23 0 53,80	− 5 35 26,25	———

I. Comet of 1853. Tuttle.

	M. T. Wash.	No. of Comp.	Star of Comp.	☄ — * Δα.	Δδ.	☄ apparent α.	δ.
1853 March 14	8ʰ23ᵐ17ˢ3	6	Weisse IV. 809	+2ᵐ22ˢ08	− 8′ 37″59	4ʰ 39ᵐ33ˢ89	−1°51′ 23″43
15	8 7 33,9	9	(*x*)	−2 5,17	− 5 50,16	4 38,2	−0 43
19	8 48 2,9	10	Weisse IV. 754	+1 17,46	+16 19,88	4 35 49,46	+2 58 33,02
—	8 59 58,0	2	——— 806	−1 11,34	+ 3 17,28	4 35 49,26	+2 59 1,49

Adopted mean places 1850,0 of stars of comparison.

Star.	Mag.	α.	δ.	Authority.
Weisse IV. 809	9	4ʰ37ᵐ 3ˢ42	−1°42′ 59″18	Weisse Catalogue.
(*x*)	9	4 40,3	−0 37	
Weisse IV. 754	8	4 34 23,44	+2 41 57,49	———
——— 806	9	4 36 52,01	+2 55 29,34	———

Unfavorable weather prevented farther observation of this Comet.

Beobachtungen der Psyche auf der Sternwarte zu Göttingen.

	M. Zt. Gött.	α.	δ.	Vergl.-Stern.
1853 März 13	15ʰ 6′ 28″8	14ʰ55′ 3″61	−13° 8′ 57″9	Weisse XIV. 1049.
14	16 12 38,9	14 54 54,60	−13 7 10,6	———
29	14 20 50,0	14 50 16,79	———	(Mittags-Fernrohr).
30	14 10 54,1	14 49 48,62	−12 24 42,3	Weisse XIV. 956.
—	14 16 26,1	14 49 49,30 ::	———	(Mittags-Fernrohr).
31	14 12 1,6	14 49 20,05	———	(M.-F.)
—	15 37 41,5	* + 5,41	* − 1 18,2	
April 13	11 28 39,0	14 41 34,49	−11 33 3,1	Weisse XIV. 793.
16	12 8 50,6	14 39 25,96	−11 20 31,1	———

Der Ort des Vergleich-Sterns vom März 31. ist noch zu bestimmen. Der Stern ist 9. Grösse und sein Ort für 1853 nahe: $\alpha = 14^h 49' 13''$ $\delta = -12^\circ 19' 9$.

Die Beobachtungen am Mittags-Fernrohre hat Herr Dr. *Westphal* angestellt, ausgenommen die vom März 29, welche (so wie alle übrigen Beobachtungen) von Herrn *Klinkerfues* herrührt. — Der Planet erscheint als ein Stern 10. Grösse.

Göttingen 1853, April 21. *Gauss.*

Beobachtungen auf der Wiener Sternwarte.

Calliope.

	M. Zt. Wien.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Beob.
1853 März 10	8h 15m 3s8	4h 51m 57s42	8,511	+29° 58′ 24″1	9,588	6	*Hornstein.*

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0.

4h 49m 26s64	+29° 36′ 48″5	Lal. 9276
4 54 51,65	+30 16 52,0	B. Z. 398.

Thalia.

	M. Zt. Wien.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.		Beob.
1853 März 5	8h 48m 16s5	4h 1m 50s79	8,604	+24° 59′ 3″3	9,711	7	*a*	*Hornstein.*
10	7 38 52,7	4 10 24,26	8,504	+25 32 29,7	9,658	6	*b*	———
13	7 52 17,8	4 15 49,02	8,546	+25 52 14,1	9,669	4	*b, c*	———

Mittl. Oerter der Vergleichsterne für 1853,0

a	4h 1m 43s17	+24° 58′ 19″1	B. Z. 395.
b	4 11 34,17	+25 28 4,2	—— 396.
c	4 5 36,16	+25 52 57,9	Lal. 7857 u. B. Z. 396.

Am 5ten März wurde wegen zu grosser Nähe des Vergleichsterns nur am inneren Raude des Kreismikrometers beobachtet.

Wien 1853, April 20. *v. Littrow.*

Elemente und Beobachtungen des Cometen I. 1853.

Elemente

berechnet aus den Beobachtungen: Rom März 7, Berlin März 19 und Palsgaard März 30, von Herrn Geh. Confr. *v. Reedtz.*

T = 1853 Februar 24,02594 m. Zt. Berlin
π = 153° 38′ 29″8 } mittl. Aequin.
Ω = 69 56 25,4 } 1853,215.
i = 20 23 16,8
Log. q = 0,0388096
Retrograd.

Beobachtung auf der Sternwarte zu Palsgaard.

	M. Zt. Palsgaard.	AR. ☄	Decl. ☄	Vergl.	Beob.	Sch. Ort des Vergl.-Sterns.	
1853 März 30	8h 49m 40s9	68° 4′ 3″2	+9° 19′ 52″0	2	*v. Reedtz*	4h 30m 56s72	+9° 20′ 32″1

Der scheinbare Ort des Vergleichsterns ist aus Weisse IV. 672 und Rümker 1240 berechnet, welche beide Quellen gut übereinstimmen. Leider konnten wegen eines nahe stehenden Baumes nur 2 Vergleichungen des Cometen gemacht werden, die übrigens recht gut unter sich stimmen. Der Durchmesser des etwas verwaschenen Cometen-Nebels, in welchem der hellste Punct nördlich vom Centrum zu stehen schien, wurde auf 3 bis 4 Bogenminuten geschätzt.

Auf der Sternwarte in Cambridge Mass., wo der Comet März 8 von Herrn *Tuttle* entdeckt wurde, sind nach einer gütigen Mittheilung des Herrn Dr. *Gould* folgende Beobachtungen gemacht.

1853	M. Zt. Cambr.	AR. ☄	Decl. ☄
März 8	8h 28m 4s5	4h 46m 50s27	−10° 59′ 48″4
	9 23 53,5	46 45,54	55 14,0
— 10	7 10 42,5	44 29,90	− 7 27 53,9
	8 22 21,5	44 25,85	22 59,5
— 14	7 49 2,2	39 36,45	− 1 54 11,6
	9 37 42,8	39 31,37	49 3,8
— 18	9 23 11,5	36 24,16	+ 2 9 36,3
— 22	7 56 15,1	4 34 23,23	+ 5 7 24,3

P.

Beobachtung des Cometen II. 1853, auf der Königsberger Sternwarte, von Herrn Prof. *Peters.*

	M. Zt. Königsb.	Sch. AR. ☍	Sch. Decl. ☍
1853 April 16	13ʰ23ᵐ48ˢ	306°53′13″	+12°33′50″

Beobachtungen des von Herrn Prof. *de Gasparis* am 6ten April entdeckten Planeten.

a) Beobachtungen auf der Sternwarte zu Neapel.

1853	M. Zt. Neapel.	Sch. AR.	Sch. Decl.
April 6	8ʰ55ᵐ34ˢ	11ʰ4ᵐ17ˢ75	+6°48′24″
7	9 16 48	3 50,15	6 50 42
8	8 55 54	3 25,48	6 52 49
9	9 19 3	3 2,01	6 55 0
11	10 19 23	2 16,06	6 58 56
12	7 50 12	1 57,79	7 0 18
13	10 1 35	11 1 39,56	+7 2 17

Herr Prof. *de Gasparis* bemerkt, dass diese Beobachtungen wegen der grossen Lichtschwäche des Planeten und des unbeständigen Wetters im allgemeinen weniger gut sind. Die in Nr. 858 abgedruckten Beobachtungen von April 6 und 7 sind wie oben zu verbessern.

b) Beobachtungen auf der Sternwarte des Collegio Romano in Rom.

1853	M. Zt. Rom.	AR.	Decl.	Vergl.
April 11	8ʰ59ᵐ47ˢ	*a* — 18ˢ37	*a* —7′ 9″64	3
—	10 59 22	*a* —19,75	*a* —7 6,27	2
12	8 14 52	*a* —38,11	....	3
—	8 25 29	....	*a* —5 57,18	3

a = H. C. 21487 —4ᵐ22ˢ17 +18′36″80

Die Vergleichungen April 11 sind am Kreismikrometer, die April 12 am Fadenmikrometer des Aequtoreal von *Cauchoix* gemacht.

Herr Professor *Secchi* nennt den Planeten sehr schwach, 11. bis 12. Grösse, und schien ihm derselbe ein bläuliches Licht zu haben. *P.*

Bahnbestimmung der Eunomia und Ephemeride für ihre Opposition im Jahre 1854.

Zur Verbesserung meiner Elemente III. der vorigen Erscheinung, bildete ich mir zunächst folgende Normalörter:

	M. Berl. Zt.	α.	δ.	
1851 Aug. 21	0ʰ	271°54′37″5	—24°25′32″2	gebildet aus 10 Cambr. und 1 Berliner Beobachtung.
1852 Janr. 9	0	316 17 9,4	—11 49 2,5	„ „ 4 Washingt. Beobachtungen.
1852 Juli 19	0	48 50 5,1	+28 54 3,6	„ „ 3 Berliner, 4 Hamb. und 3 Cambr. Beobachtungen.
1852 Dec. 23	0	68 45 3,0	+33 16 4,1	„ „ 5 Berliner und 5 Hamb. Meridian-Beobachtungen.

Um nun die Elemente den angeführten Normalörtern entsprechend zu bestimmen, ging ich aus von den in Nr. 816 publicirten

Elementen Nr. III.

Epoche 1851 Aug. 21.

M	314° 4′ 38″4	1852 Jan. 0,0 m. B. Zt.
π	28 11 58,0	mittl. Aeq. 1852 Jan. 0.
☊	293 54 48,3	
i	11 43 56,5	
φ	10 47 29,2	
log. a	0,4214854	
μ	827,5200	

und verglich sie, mit Berücksichtigung der Jupiter-Störungen, mit den obigen Normalörtern; mittelst der Unterschiede wurden alsdann die folgenden 8 Bedingungsgleichungen gebildet.

1851 Aug. 21	0 =	0,0	+1,2664 x	+0,2944 y	+0,0169 z	—2,4628 w	+1,1852 u	—2,2942 t
	0 =	0,0	+0,2872 „	—2,7753 „	—0,0822 „	—0,5707 „	+0,2860 „	—0,3933 „
1852 Janr. 9	0 =	2,2	+0,6406 „	+0,4519 „	—0,1861 „	—1,2643 „	+0,7782 „	—0,2068 „
	0 =	1,8	+0,3372 „	—1,1860 „	+0,3544 „	—0,6629 „	+0,4107 „	—0,1002 „
1852 Juli 19	0 =	155,1	+0,7983 „	—0,1916 „	—0,1481 „	+0,4613 „	+1,1865 „	+3,0012 „
	0 =	23,6	+0,1330 „	+0,1191 „	+0,8775 „	+0,08220 „	+0,1977 „	+0,5073 „
1852 Dec. 23	0 =	624,3	+1,6783 „	—0,3371 „	+0,0043 „	+2,6530 „	+2,2496 „	+7,6078 „
	0 =	31,7	+0,0072 „	+2,8627 „	+0,9464 „	+0,0788 „	—0,0069 „	+0,1328 „

hier ist $x = \Delta\pi$, $y = \Delta \frac{1}{10}$☊, $z = \Delta i$, $w = \Delta\varphi$, $u = \Delta M$ und $t = \Delta\, 100\mu$.

Die Auflösung der Gleichungen ergab die folgenden wahrscheinlichsten Fehler

$$\Delta M = +17' 17''1$$
$$\Delta \pi = -17\ 59,7$$
$$\Delta \Omega = -\ \ 18,3$$
$$\Delta i = +\ \ 3,1$$
$$\Delta \varphi = +2\ \ 4,2$$
$$\Delta \mu = -1''93866$$

Diese Werthe an obige Elemente angebracht, erhielt ich folgende

Elemente IV.

Epoche 1851 Aug. 21,0

M	314°21′55″5	1852 Jan. 0,0
π	27 53 58,3	Jan. 0,0
Ω	293 54 30,0	1852.
i	11 43 59,6	
φ	10 49 33,4	
μ	825″58134	
log. a	0,4221645	

Diese Elemente mit den obigen Normalörtern verglichen, liessen noch folgende Fehler übrig, welche sich wohl aus der Grösse der Aenderungen in den Elementen, und aus der Kleinheit der letzten Divisoren bei der Bahnbestimmung erklären lassen.

Rechn. — Beob.

	$Cos\,\delta\,\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
1851 Aug. 21	+ 1″7	−2″8
1852 Janr. 9	−11,8	−4,0
1852 Juli 19	− 1,7	+3,5
1852 Dec. 23	+ 0,2	−1,5

Ich habe nun vorläufig mit diesen Elementen, und mit Berücksichtigung der Jupiters-Störungen, nach der Methode des Herrn Dr. *Brünnow*, die Opposition für 1854 berechnet, welche am 19^{ten} März $11^h49^m53^s$ mittl. Berliner Zeit eintreten wird, und wobei die Lichtstärke der Eunomia = 0,53.

Ich hoffe die folgende Ephemeride wird zur Auffindung und Beobachtung derselben genügen; nach Verlauf der nächsten Erscheinung werde ich alsdann meine Elemente den neueren Bestimmungen gemäss verbessern.

Ephemeride der Eunomia für die Opposition 1854.

12^h M. B. Zt.	AR. in Zeit.	Decl.	log. Δ	log. r
Feb. 24	11ʰ50ᵐ53ˢ54	−15° 2′ 36″4	0,330965	0,481853
25	50 6,92	1 59,9	0,329855	
26	49 19,43	1 11,4	0,328793	0,482162
27	48 31,13	−15 0 11,1	0,327781	
28	47 42,07	−14 58 59,1	0,326820	0,482467
März 1	46 52,29	57 35,3	0,325911	
2	46 1,86	55 59,9	0,325054	0,482768
3	45 10,82	54 13,0	0,324251	
4	44 19,22	52 14,8	0,323502	0,483066
5	43 27,10	50 5,3	0,322809	
6	42 34,53	47 44,8	0,322171	0,483361
7	41 41,56	45 13,4	0,321589	
8	40 48,23	42 31,2	0,321065	0,483652
9	39 54,60	39 38,5	0,320598	
10	39 0,73	36 35,5	0,320190	0,483940
11	38 6,66	33 22,4	0,319840	
12	37 12,45	29 59,5	0,319548	0,484225
13	36 18,15	26 26,9	0,319316	
14	35 23,82	22 45,0	0,319143	0,484508
15	34 29,51	18 54,0	0,319029	
16	33 35,26	14 54,1	0,318975	0,484788
17	32 41,14	10 45,6	0,318981	
18	31 47,19	6 28,9	0,319047	0,485065
19	30 53,47	−14 2 4,2	0,319173	
20	30 0,04	−13 57 31,9	0,319359	0,485338
21	29 6,95	52 52,3	0,319605	
22	28 14,23	48 5,7	0,319910	0,485607
23	27 21,94	43 12,5	0,320275	
24	26 30,16	38 13,2	0,320699	0,485873
25	25 38,92	33 8,0	0,321182	
26	24 48,27	27 57,4	0,321723	0,486136
27	23 58,26	22 41,7	0,322322	
28	23 8,93	17 21,4	0,322979	0,486396
29	22 20,35	11 56,7	0,323692	
30	21 32,56	6 28,1	0,324462	0,486652
31	20 45,60	−13 0 56,0	0,325287	
April 1	19 59,51	−12 55 21,0	0,326167	0,486906
2	19 14,33	49 43,4	0,327101	
3	18 30,11	44 3,6	0,328088	0,487157
4	17 46,87	38 22,0	0,329127	
5	17 4,65	32 39,0	0,330216	0,487406
6	16 23,48	26 55,0	0,331355	
7	15 43,39	21 10,4	0,332542	0,487651
8	15 4,40	15 25,5	0,333777	
9	14 26,54	9 40,6	0,335058	0,487892
10	13 49,84	−12 3 56,2	0,336384	
11	13 14,31	−11 58 12,6	0,337754	0,488129
12	12 39,98	52 30,1	0,339166	
13	12 6,87	46 49,0	0,340621	0,488364
14	11 35,00	41 9,8	0,342117	
15	11 4,39	35 32,6	0,343653	0,488596
16	10 35,07	29 57,9	0,345229	
17	11 10 7,05	−11 24 25,8	0,346845	0,488826

Hamburg, April 23. *Georg Rümker.*

Beobachtungen auf der Sternwarte zu Kremsmünster.

Beobachtungen mit dem Meridiankreise.

Uranus.
(Verglichen mit der Berliner Ephemeride).

	M. Zt. Kremsm.	AR.	(Eph. — α.)	geoc. Decl.	(Eph. — δ.)
1852 Octb. 17	12ʰ32ᵐ31ˢ07	2ʰ18′ 58″71	+11″96	13°22′ 28″61	+56″00
19	12 24 20,70	18 40,10	11,92	20 53,30	57,48
22	12 12 4,76	18 11,81	11,87	18 34,04	54,17
23	12 7 59,96	18 2,08	12,09	17 43,31	57,07
Nov. 7	11 6 37,75	15 38,92	11,76	13 5 46,44	54,11
17	10 25 47,44	14 7,46	12,12	12 58 5,49	55,24
18	10 21 42,99	13 58,89	11,92	57 21,29	55,41
26	9 49 9,87	12 51,88	11,98	51 45,98	55,58
Dec. 5	9 12 39,09	11 45,13	12,00	46 13,44	55,76
6	9 8 36,55	11 38,48	11,89	45 43,18	52,19
7	9 4 34,19	11 32,02	11,73	45 7,47	55,46
10	8 52 24,63	11 12,97	11,87	43 33,69	55,88
19	8 16 16,59	10 25,19	11,42	39 37,81	56,38
20	8 12 16,00	10 20,49	11,60	39 19,43	53,09
26	7 48 17,41	9 57,31	11,54	37 26,87	55,55
31	7 28 23,43	9 42,85	11,75	36 22,05	55,95
1853 Janr. 8	6 56 42,73	9 30,41	11,46	35 30,50	56,24
10	6 48 50,83	9 29,33	11,35	35 29,48	55,12
12	6 40 58,55	9 28,88	11,29	35 34,29	52,46
15	6 29 11,75	9 29,83	11,43	35 44,39	53,45
16	6 25 16,62	9 30,61	11,35	35 50,12	53,53
20	6 9 38,32	9 35,95	10,98	36 22,38	54,88
30	5 30 45,74	2 10 2,56	+10,67	12 39 1,09	+53,21

Saturn.
(Verglichen mit der Berliner Ephemeride).

1852 Octb. 17	13 10 37,25	2 57 11,14	— 0,67	14 9 36,04	+13,75
19	13 2 11,12	56 36,73	0,81	14 6 58,42	13,36
22	12 49 30,20	55 43,40	0,64	14 2 57,30	13,50
23	12 45 16,16	55 25,22	0,52	14 1 40,51	9,01
Nov. 7	11 41 35,62	50 42,55	0,49	13 40 56,44	11,00
17	10 59 7,78	47 33,28	0,71	13 27 31,32	14,22
18	10 54 53,43	47 14,78	0,69	13 26 17,10	11,75
26	10 21 4,04	44 52,30	0,47	13 16 37,70	11,56
Dec. 5	9 43 17,28	42 28,35	0,63	13 7 16,03	11,70
6	9 39 6,36	42 13,30	0,29	13 6 21,76	10,64
7	9 34 56,52	41 59,34	0,75	13 5 28,70	10,01
19	8 45 18,33	39 31,70	0,69	12 56 55,07	12,20
25	8 20 48,84	38 37,52	0,48	12 54 21,86	11,63
26	8 16 45,59	38 30,16	0,74	12 54 3,76	11,09
31	7 56 34,00	37 58,05	0,63	12 52 59,19	12,96
1853 Janr. 8	7 24 37,39	37 28,66	0,47	12 53 8,07	12,18
10	7 16 42,82	37 25,90	0,68	12 53 33,21	10,24
11	7 12 46,12	37 25,11	0,74	12 53 48,45	9,66
12	7 8 50,04	37 24,95	0,84	12 54 7,21	8,38
15	6 57 0,57	37 26,21	0,70	12 55 6,04	12,56
16	6 53 9,05	37 27,61	0,64	12 55 32,56	11,78
20	6 37 35,49	37 37,71	0,84	12 57 33,88	12,66
Febr. 4	5 40 14,74	2 39 15,90	— 1,07	13 9 55,38	+12,93

Vesta.
(Verglichen mit der Berliner Ephemeride)

	M. Zt. Kremsm.	AR.	(Eph. — α.)	geoc. Decl.	(Eph. — δ.)
1852 Oct. 17	13h 18m 32s 71	3h 5' 7"91	+ 2"30	6° 33' 31"44	— 13"42
19	13 8 59,16	3 3 25,89	2,29	6 25 14,55	12,26
22	12 54 30,91	3 0 44,93	2,50	6 13 4,31	13,71
23	12 49 39,64	2 59 49,92	2,57	6 9 4,28	13,09
Nov. 7	11 35 51,06	44 57,04	2,49	5 17 33,96	12,69
17	10 46 51,65	35 15,13	2,50	4 57 13,03	13,20
18	10 42 1,70	34 21,04	+ 2,35	4 56 3,71	— 17,12
26	10 4 0,67	27 46,13	.	4 52 1,88	.
Dec. 5	9 22 56,66	22 4,39	.	5 0 7,06	.
6	9 18 30,41	21 33,97	.	5 1 55,20	.
7	9 14 5,91	21 5,30	.	5 3 46,14	.
10	9 1 1,89	19 48,80	.	5 10 24,30	.
19	8 23 20,11	17 29,87	.	5 38 28,09	.
20	8 19 16,86	17 22,50	.	5 42 17,54	.
25	7 59 27,32	17 12,49	.	6 3 20,10	.
26	7 55 34,05	17 15,14	.	6 8 4,34	.
31	7 36 31,96	17 52,72	.	6 32 45,84	.
1853 Janr. 8	7 7 23,62	20 12,06	.	7 17 41,06	.
10	7 0 21,10	21 1,59	.	7 29 54,10	.
12	6 53 24,25	21 56,62	.	7 42 25,71	.
16	6 39 46,15	2 24 2,51	.	8 8 14,34	.

Juno.

	M. Zt. Kremsm.	AR.	geoc. Decl.
1852 Dec. 26	6h 13m 55s 90	0h 35' 20"30	—7° 36' 0"17
1853 Janr. 10	5 36 45,15	0 57 11,81	—5 19 4,98
12	5 32 1,99	1 0 21,00	—4 58 51,50

Massilia. (20)

			Decl. app.
1852 Dec. 26	5 47 55,85	0 9 15,98	+1 0 33,58

Hygiea. (10)

1852 Dec. 29	9 27 13,30	4 0 59,12	23 35 57,46
1853 Janr. 12	8 27 10,23	3 55 58,01	23 4 25,36
16	8 10 44,60	3 55 15,91	22 56 35,86

Eunomia. (15)

	M. Zt. Kremsm.	AR.	Decl. app.
1852 Dec. 29	9h 56m 38s 91	4h 30m 29s 56	32° 17' 30"52
1853 Jan. 12	8 56 30,40	....	30 13 59,22
15	8 44 50,35	25 30,71	29 49 53,28
16	8 40 55,86	25 32,13	29 42 5,67
17	8 37 3,68	25 35,87	29 34 28,34
20	8 25 40,56	26 0,54	29 12 20,65
Febr. 9	7 16 44,50	35 44,28	27 12 26,32
11	7 10 26,83	37 18,68	27 4 18,56
13	7 4 13,09	38 57,03	26 55 26,52
16	6 55 7,23	41 39,34	26 42 54,75
20	6 43 13,82	45 30,20	26 27 21,17
23	6 34 31,92	4 48 36,53	26 16 35,89

Calliope. (22)

	M. Zt. Kremsm.	AR.	Decl. app.
1852 Dec. 29	9h 58m 9s 13	4h 32' 0"03	27° 7' 57"08
1853 Janr. 12	8 55 26,12	24 18,54	27 40 14,45
15	8 42 47,49	23 27,51	27 46 34,67
16	8 38 37,93	23 13,92	27 48 43,42
17	8 34 30,47	23 2,24	27 51 2,14
Febr. 11	7 0 16,84	4 27 7,51	28 59 9,30

Thalia. (23)

1853 Janr. 11	7 41 29,60	3 6 13,31	
12	7 37 50,31	6 29,98	18° 59' 53"48
15	7 27 6,26	7 33,85	19 17 48,29
Febr. 3	6 25 46,70	3 20 58,77	21 23 43,70

(Fortsetzung folgt).

Altona 1853. Mai 3.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 860.

Mémoire.

Sur la loi des pressions, et la loi des ellipticités des couches terrestres, en supposant leur densité uniformément croissante depuis la surface de la Terre jusqu'à son centre.

Après avoir démontré par ma Note publiée dans le Nr. 828 des Astronomische Nachrichten, que la loi des densités des couches terrestres exprimée par la formule

$$\rho = \rho' \; (1 + e - ea) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (t)$$

satisfait à l'ensemble des phénomènes, en prenant $e = 7{,}8907$; et pour la densité ρ' de la couche superficielle, $\rho' = 1{,}83$ (celle de l'eau étant égale à l'unité) il est assez naturel de se demander quelle est la loi correspondante, soit des pressions, soit des ellipticités des mêmes couches, en supposant d'abord qu'elles ont existé, à une époque très-éloignée de Nous, dans un état de fluidité et d'incompressibilité complètes. La solution de cette question n'exige pas la connaissance de la température du liquide; et dépend seulement de l'intégration d'une équation différentielle du second ordre entre la densité et l'ellipticité des couches, que *Clairaut* a trouvée le premier avec toute la généralité qu'elle comporte.

Dans le cas actuel, où la loi des densités est exprimée par la plus simple fonction de la profondeur, $1-a$ des couches, que l'on puisse imaginer, il est intéressant de voir, que la loi des pressions, qui lui est inhérente est algébrique, et même rationnelle, tandis que celle des ellipticités est, au contraire, fort transcendante. Heureusement, elle est susceptible d'être développée dans une série convergente.

En réduisant en nombres les formules que j'ai trouvées, j'ai obtenu $\frac{1}{320}$ pour l'aplatissement de la couche superficielle, et $\frac{1}{413}$ pour l'aplatissement de la couche centrale. C'est une conséquence, à mon avis fort remarquable, que l'aplatissement $\frac{1}{320}$, conclu à priori de cette loi de la densité, soit aussi peu différent de celui $\frac{1}{305{,}224}$, donné d'une manière incontestable et indépendante de toute hypothèse, par la comparaison des observations astronomiques avec la Théorie des inégalités lunaires dues à la non sphéricité de la Terre.

A une époque éloignée de Nous de plusieurs milliers, et même de plusieurs millions d'années, la Terre et les autres planètes, formées par des portions de l'atmosphère du Soleil successivement abandonnées en se concentrant vers sa surface, étaient des masses aériformes; et le volume de la Terre était très-grand par rapport à celui qu'elle a maintenant, sa température dépendait de celle de l'espace qu'elle occupait et de sa distance au Soleil. A cet état tout-à-fait primitif a succédé celui de la liquidité, en vertu de l'attraction mutuelle de ses molécules en raison inverse du carré des distances, et c'est dans cet état secondaire que nous la supposons formée par des couches, dont la densité et l'ellipticité étaient variables, conformément aux résultats que je viens d'énoncer. Mais, le cas mathématique d'une liquidité et d'une incompressibilité, à la fois complètes, n'aura pas eu lieu, ou n'aura pas été permanent; et dès lors l'énorme pression supportée par les couches, croissant au point de devenir égale à près de quatre millions d'atmosphères pour la couche centrale, n'étant pas contrebalancée (même en supposant leur température très-élevée) aura fini par les solidifier. Toute fois je me hâte d'ajouter „que cette haute température de la planète à l'état liquide est une supposition gratuite, dont il serait difficile de trouver aucune explication.“ Mais, quelle que soit l'opinion que l'on jugera plus admissible sur ce point, il faudra, d'après des argumens plausibles, savamment exposés par *Poisson* dans sa Théorie Mathématique de la Chaleur, croire, ou du moins conjecturer avec une forte probabilité, que cette condensation des couches s'est opérée depuis le centre vers la surface de la Terre, et non depuis la surface vers le centre.

Avec le temps, par l'effet du rayonnement, toute la chaleur développée par ce changement d'état s'est dissipée pendant la durée du phénomène, et il ne doit plus en subsister la moindre trace.

Le phénomène de la température croissante des lieux profonds, que l'on a voulu opposer à cette manière de voir l'acte de la transition de la Terre liquide à l'état solide, ne doit pas être étendu, sans restriction des profondeurs accessibles aux profondeurs inaccessibles. Il est très-probable qu'il a une limite, peut-être inférieure au centième du rayon de notre planète, c'est-à-dire, inférieure à soixante mille mètres. Par une étude plus approfondie de la question on parvient à croire qu'il est beaucoup plus rationnel et plus philo-

sophique, d'attribuer ce phénomène à l'action d'une cause extérieure, due aux énormes changemens de température, que la Terre a éprouvés en traversant, en vertu du mouvement de translation du système solaire, des régions de l'espace ou la chaleur était très-inégale. En adoptant cette hypothèse on peut obtenir, à priori, la loi des températures en fonction de toute profondeur, $1-a$, qui soit une petite fraction comparativement au rayon de la Terre. L'expression de cette loi est de la forme

$$M+N\,(1-a);$$

M et N étant chacune une fonction du temps lentement décroissante. Cette forme est commune, soit à cette hypothèse, soit à celle de la chaleur d'origine et centrale. En outre leur rapport $\frac{N}{M}$ demeure le même, et indépendant du temps; ce qui est un résultat théorique de la plus haute importance. Mais il y a une énorme différence à l'égard des fonctions M et N du temps qui leur correspondent. Et c'est cette différence qui n'a pas été appréciée, ni examinée dans ses conséquences, par les partisans de l'hypothèse de la chaleur centrale. L'observation a fait connaître les valeurs actuelles de M et N, qui sont peu différentes l'une de l'autre, et telles que l'on a pour Paris; $M = 0°0357$, $N = 0°0377$; pourvu que la profondeur $1-a$ soit mesurée en mètres. Mais ce résultat incontestable de l'expérience peut être obtenu à priori sans l'intervention de la chaleur centrale; et à l'aide des variations de la chaleur de l'espace traversé par le système solaire, on peut même l'obtenir en remplissant la condition, voulue par quelques Géologues, que la température du globe à une grande profondeur soit très-élevée, même à l'époque actuelle.

Les changemens de température, qui se succèdent par intervalles de temps et d'espace d'une énorme grandeur dans l'immense enceinte stellaire, où le Soleil exécute son mouvement de translation en entraînant à sa suite toutes les planètes, doivent amener des altérations de chaleur et de froid, propres à expliquer les altérations physiques, que la couche extérieure de la Terre a subies dans l'immensité des siècles.

L'hypothèse de la chaleur centrale est exempte par sa nature, de toute alternative, et si l'accroissement dans le sens de la profondeur lui était dû-il faudrait rétrograder d'un million de siècles, et lui supposer à cette époque, dans toute sa masse, une chaleur de trois mille degrés, pour avoir, conformément à l'observation un accroissement d'un trentième de degré, dans la température de la surface de la Terre à l'époque actuelle.

La transition des couches liquides à celle des couches solides s'est opérée sans que la loi des densités ait changé de forme; c'est-à-dire que, dans l'état de fluidité comme dans l'état subséquent, l'on avait $\rho = \rho'\,(1 + e - ea)$ sans que le coefficient e ait cessé d'être égal à 7,8907; mais la densité ρ' de la couche extérieure aura subi des changements avant de se fixer à celle de 1,83 que nous lui trouvons maintenant. Au contraire, la loi des ellipticités a subi dans le passage de l'état liquide à l'état solide une altération sensible, par laquelle toutes les couches se sont constituées de manière à avoir un même aplatissement, et plus grand que le précédent. En effet; en admettant que l'ellipticité des couches soit devenue constante, et ayant égard à la circonstance, que la Terre solide est couverte en grande partie d'un Océan en équilibre, je trouve, que l'aplatissement doit être égal à $\frac{1}{308}$; ce qui le rapproche d'une manière frappante de l'aplatissement $\frac{1}{305{,}224}$ conclu des inégalités Lunaires. Ce rapprochement a lieu en employant pour le coefficient e, qui entre dans l'expression de la densité des couches, le nombre 7,8907, que j'ai déterminé par l'ensemble des phénomènes sur lesquels sa valeur absolue a une influence. Mais la même formule qui donne la fraction $\frac{1}{308}$, donnerait un aplatissement beaucoup plus grand $(\frac{1}{274})$ si l'on prenait pour e le nombre 2,349 trouvé par *Laplace* à la page 46 du 5. Volume de la Mécanique Céleste. Et alors, au lieu de la différence positive $\frac{1}{305{,}224} - \frac{1}{308}$, l'on aurait la différence négative $\frac{1}{305{,}224} - \frac{1}{274}$; ce qui entraîne à des conséquences moins probables tirées de la Théorie du flux et reflux de la mer.

Le mode d'existence du résultat dont je viens de parler tient à la circonstance, que l'équation différentielle qui lie la loi des densités avec celle des ellipticités cesse de subsister lorsqu'il est question d'un sphéroïde solide couvert par une couche liquide, ou Océan, en équilibre. En ce cas l'équilibre des couches intérieures du sphéroïde, n'est plus soumis au principe des couches de niveau, qui est la base de l'Hydrostatique, et il n'est plus permis de différentier l'équation qui est bornée à la condition d'exprimer l'équilibre de la couche superficielle. La régularité même de la figure de cette couche, et celle de la loi de la pesanteur qu'on y observe sont une conséquence de la solidification acquise après la fluidité. Sans cet état antérieur, l'adhérence des molécules, qui a lieu dans toute masse solide, aurait empêché les couches de la Terre de se disposer avec une régularité conforme à la loi des densités et des ellipticités que nous avons reconnues. La petite différence entre les deux fractions $\frac{1}{305{,}224}$ et $\frac{1}{308}$ dont je viens de déclarer la source, n'est pas insignifiante; on peut en rendre compte à l'aide d'une théorie plus élaborée de la figure de la Terre. L'action que sa masse exerce sur la Lune se compose de celle due à sa partie solide et de celle due à la couche liquide qui la couvre. En tenant

séparées ces deux actions on parvient à une équation par laquelle on peut déterminer le coefficient $\alpha h'$ du terme variable qui entre dans l'expression de la profondeur de la mer, réductible à la forme

$$H + \alpha h' (\cos^2 \theta - \tfrac{1}{3}).$$

Ici H est la partie constante et la plus considérable de cette profondeur: θ désigne le complément de la latitude du point que l'on considère. A l'aide de l'équation dont je viens de parler, j'ai trouvé $\alpha h' = 0{,}0000043994$, en parties du rayon de la Terre; de sorte que, en mètres, $\alpha h' = 280$ mètres. Ce résultat, fort peu différent de la centième partie de l'aplatissement de la Terre, est en harmonie avec la Théorie du flux et reflux de la mer, par laquelle on démontre (Lisez la page 193 du second volume de la Mécanique Céleste), que le coefficient $\alpha h'$ doit être très-petit par rapport à la fraction $\frac{1}{289}$, qui exprime le rapport de la force centrifuge à la pesanteur.

En supposant la mer anéantie, je trouve la fraction $\frac{1}{301{,}115}$ pour l'ellipticité du noyau solide. Il est remarquable que cet aplatissement soit très-approchant de celui $(\frac{1}{299{,}1528})$, que, feu M. *Bessel* a trouvé d'après la mesure des degrés réduite au niveau de la mer. Mais en employant ce dernier aplatissement j'aurai trouvé une valeur plus que triple pour le coefficient $\alpha h'$ du terme variable dans l'expression de la profondeur de la mer. Au reste, j'ai évité, à dessein, l'emploi de la mesure des degrés; parce que les attractions locales qui agissent d'une manière irrégulière sur le fil à plomb, empêchent que les amplitudes célestes des arcs mesures puissent être fixées avec une précision suffisante pour une recherche aussi délicate. La Théorie de la Lune offre, seule, le moyen de soustraire le résultat à l'influence perturbatrice des attractions locales. Et si l'ellipsoïde qu'elle donne n'est pas celui qui s'accorde avec l'ellipsoïde osculateur dans les différents points de la surface de la Terre, il est, sans aucune doute, celui qui satisfait le mieux à l'ensemble des phénomènes dépendants de l'action du Soleil et de la Lune sur la Terre.

Telle est l'exposition des résultats consignés dans ce Mémoire. L'analyse qui me les a fournis est la suivante.

1.

Soit $\alpha \bar{h}$ l'ellipticité de la couche superficielle de la Terre, et αh celle d'une couche quelconque placée à la profondeur $1-a$; l'unité de longueur étant le demi-axe de rotation. En désignant par $\psi(a)$ une fonction convenable de a, on doit avoir

$$\frac{\psi(a)}{\psi(1)} \alpha \bar{h} = \alpha h \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

puisque, en posant $a = 1$, la valeur de αh doit devenir égale à celle de $\alpha \bar{h}$. Le rayon vecteur d'une couche elliptique quelconque est exprimé par

$$r = a\,\{1 + \tfrac{2}{3}\alpha h - \alpha h (\cos^2\theta - \tfrac{1}{3})\} \ldots\ldots\ldots (3)$$

θ étant l'angle qu'il forme avec l'axe de rotation. Conformément aux formules établies dans le No. 29 du second Volume de la Mécanique Céleste, l'ellipticité αh et la densité ρ de la couche sont liées par l'équation

$$0 = -\tfrac{3}{5}\int_a^1 \rho\, d(\alpha h) - \tfrac{3}{5}\int_0^a \rho\, d(a^5 \alpha h) + \frac{\alpha h}{a}\int_0^a \rho\, da^3 - \frac{\alpha\varphi}{2}\int_0^a \rho\, da^3 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$\alpha\varphi$ étant le rapport de la force centrifuge à la gravité, c'est-à-dire, la fraction $\frac{1}{289}$.

En nommant Π la pression supportée par la couche placée à la profondeur $1-a$, l'on a l'équation

$$\int \frac{d\Pi}{\rho} = \frac{4\pi}{3a}\int_0^a \rho\, da^3 - 4\pi\int_1^a \rho\, a\, da + \frac{8\pi}{5}\left\{\frac{1}{a}\int_0^a \rho\, d(a^3\alpha h) - \frac{\alpha h}{3a}\int_0^a \rho\, da^3 - \int_1^a \rho\, d(a^2\alpha h)\right\} \ldots\ldots\ldots (5)$$

En différentiant les deux membres par rapport au paramètre a, on aura la différentielle $d\Pi$ de la pression exprimée par cette équation; savoir

$$d\Pi = -\frac{4\pi}{3}\frac{\rho\, da}{a^2}\int_0^a \rho\, da^3 - \frac{8\pi}{3}\cdot\frac{\rho\, da}{a^2}\left\{\int_0^a \rho\, d(a^3\alpha h) - \frac{\alpha h}{3}\int_0^a \rho\, da^3 + \frac{a}{3}\frac{d\,\alpha h}{da}\int_0^a \rho\, da^3\right\} \ldots\ldots\ldots (6)$$

Et en intégrant par parties, il viendra

$$d\Pi = -\frac{4\pi}{3}\rho\frac{da}{a^2}\int_0^a \rho\, da^3 - \frac{4\pi}{9}\rho^2 a\, da\left\{2\alpha h - a\frac{d\,\alpha h}{da}\right\} + \frac{8\pi}{3}\rho\frac{da}{a^2}\left\{\int_0^a a^3 \alpha h\, d\rho - \frac{\alpha h}{3}\int_0^a a^3\, d\rho + \frac{a}{3}\frac{d\,\alpha h}{da}\int_0^a a^3\, d\rho\right\} \ldots (7)$$

Mais on pourra s'en tenir au seul premier terme, et négliger ceux dépendans de l'aplatissement αh, qui sont, comparativement, fort petits; alors on a

$$d\Pi = -\frac{4\pi}{3}\rho\,\frac{da}{a^2}\int_0^a \rho\, da^3 \;\ldots\ldots\ldots(8)$$

En substituant pour ρ sa valeur donnée par la formule (1), nous aurons

$$\frac{d\Pi}{da} = -\frac{4\pi}{3}\rho'^2 a(1+e-ea)(1+e-\tfrac{3}{4}ea);$$

d'où l'on tire

$$\Pi = -\frac{4\pi}{3}\rho'^2\int_1^a a\,da\,(1+e-ea)(1+e-\tfrac{3}{4}ea);$$

et en exécutant l'intégration indiquée:

$$\Pi = \frac{2\pi}{3}\rho'^2\left\{(1+e)^2(1-a^2) - \tfrac{7}{6}e(1+e)(1-a^3) + \tfrac{3}{8}e^2(1-a^4)\right\} \;\ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

En nommant C la gravité, nous avons

$$C = \frac{4\pi}{3}\int_0^1 \rho\, da^3 = \frac{4\pi}{3}\rho'\left(1+\frac{e}{4}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

Donc par l'introduction du facteur C, la formule (9) donnera

$$\Pi = \frac{2\rho' C}{4+e}\left\{(1+e)^2(1-a^2) - \tfrac{7}{6}e(1+e)(1-a^3) + \tfrac{3}{8}e^2(1-a^4)\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

Maintenant, si l'on remplace e par sa valeur $e = 7{,}8907$ on trouvera

$$\Pi = C\rho'\left\{13{,}2952(1-a^2) - 13{,}7614(1-a^3) + 3{,}927215(1-a^4)\right\}\;\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

Dans cette formule, l'unité linéaire étant le demi-axe de rotation de la Terre, il faut la multiplier par 6356810, et la diviser par 10,462, si l'on veut exprimer la pression Π, en prenant pour unité celle de l'atmosphère; la hauteur du baromètre étant $0^{m}760$. Alors en faisant $\rho' = 1{,}83$, l'on a

$$\Pi' = 1111925\left\{13{,}2952(1-a^2) - 13{,}7614(1-a^3) + 3{,}927215(1-a^4)\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

J'ai écrit Π' au lieu de Π pour distinguer cette évaluation de la précédente. La quantité a doit être évaluée en prenant 6356810 mètres pour unité.

En faisant $a = 0$, l'on a pour la pression exercée sur la couche centrale

$$\Pi' = 1111925 \times 3{,}461015 = 3848390 \text{ atmosphères}\ldots(14)$$

En faisant $1-a = \frac{1}{100}$, la même formule (13) donne

$$\Pi' = 1111925 \times 0{,}0105911 = 11471 \text{ atmosphères}\ldots\ldots(15)$$

Un cylindre d'eau qui aurait la hauteur H serait réduit par cette pression à la hauteur

$$H\left(1-\tfrac{11741}{20000}\right) = H.0{,}4127.$$

On voit par là que, en supposant tant soit peu compressible la matière — liquide qui constituait les couches terrestres, elle a dû se solidifier sous l'action de pressions aussi énormes. Et l'hypothèse de *Poisson*, que la solidification s'est propagée de proche en proche depuis le centre vers la surface, et non depuis la surface vers le centre, me paraît raisonnable, et fortement appuyée par les argumens qu'il a Lui-même développés dans sa **Théorie Mathématique de la Chaleur.**

En faisant $e = 0$ (ce qui revient à supposer la Terre homogène) la formule (11) donne

$$\Pi = \frac{C\rho}{2}(1-a^2)$$

Donc, en supposant la densité ρ' égale à 5,50 cette formule donnera

$$\Pi' = 1670925(1-a^2)\ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

De sorte que la pression centrale serait, dans cette hypothèse, moindre de la moitié de celle qui nous est fournie par l'équation (14).

Comme $a = 1 - \frac{(\rho-\rho')}{e\rho'}$, il est clair que la formule (13) revient à dire, que la pression Π' est exprimée par un polynome algébrique de la forme

$$\Pi' = N\frac{(\rho-\rho')}{\rho'}\left\{N' + N''\frac{(\rho-\rho')}{\rho'} + N'''\left(\frac{\rho-\rho'}{\rho'}\right)^2 + N^{\mathrm{IV}}\left(\frac{\rho-\rho'}{\rho'}\right)^3\right\};$$

ce qui diffère de la forme

$$\Pi' = K(\rho-\rho')(\rho+\rho')$$

supposée par *Laplace* à la page 49 du cinquième Volume de la Mécanique Céleste, afin d'avoir pour la densité ρ la loi proposée par *Legendre* en 1789.

2.

Considérons maintenant l'équation (4); en y remplaçant αh par $\alpha \bar{h} \frac{\psi(a)}{\psi(1)}$, l'on aura

$$\left.\begin{aligned} 0 = -\tfrac{3}{5}\alpha\bar{h}\int_a^1 \rho\, d\psi(a) - \tfrac{3}{5}\alpha\bar{h}\int_0^a \rho\, d(a^5\psi(a)) \\ + \alpha\bar{h}\frac{\psi(a)}{a}\int_0^a \rho\, da^3 - \frac{\alpha\Phi}{2}\psi(1)\int_0^a \rho\, da^3 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

et comme l'intégrale $\int_a^1 \rho\, d(\psi(a))$ est nulle à la surface de la Terre, il est clair, que l'équation (17) bornée à la couche superficielle, se réduit à celle-ci:

$$0 = -\tfrac{3}{5}\alpha\bar{h}\int_0^1 \rho\, d(a^5\psi(a)) + \alpha\bar{h}\psi(1)\int_0^1 \rho\, da^3 - \frac{\alpha\Phi}{2}\psi(1)\int_0^1 \rho\, da^3;$$

d'où l'on tire

$$\alpha\bar{h} = \frac{\tfrac{1}{2}\alpha\Phi}{1 - \tfrac{3}{5}\dfrac{\int_0^1 \rho\, d(a^5\psi(a))}{\psi(1)\int_0^1 \rho\, da^3}} \ldots\ldots\ldots (18)$$

D'après l'équation (1) nous avons

$$\int_0^1 \rho\, da^3 = \rho'\left(1 + \frac{e}{4}\right)$$

$$\int_0^1 \rho\, d(a^5\psi(a)) = \rho'\psi(1) + e\rho'\int_0^1 a^5\psi(a)\, da;$$

donc l'équation (18) revient à dire, que l'on a

$$\alpha\bar{h} = \frac{\tfrac{5}{4}\alpha\Phi\left(1 + \frac{e}{4}\right)}{1 + \frac{e}{4}\left\{\tfrac{3}{2} - 6\int_0^1 a^5 \frac{\psi(a)}{\psi(1)}\, da\right\}} \ldots\ldots (19)$$

Mais en posant $\psi'(a) = \frac{d\psi(a)}{da}$, l'intégration par parties, donne

$$6\int_0^1 a^5\psi(a)\, da = \psi(1) - \int_0^1 a^6\psi'(a)\, da;$$

Donc en substituant cette valeur, nous aurons

$$\alpha\bar{h} = \frac{\tfrac{5}{4}\alpha\Phi\left(1 + \frac{e}{4}\right)}{1 + \frac{e}{4}\left\{\tfrac{1}{2} + \int_0^1 \frac{a^6\psi'(a)\, da}{\psi(1)}\right\}} \ldots\ldots (20)$$

Or il suffirait de démontrer, que le coefficient différentiel $\psi'(a)$ de la fonction $\psi(a)$ est nécessairement une quantité positive, pour en conclure, que le dénominateur de cette fraction est plus grand que $1 + \frac{e}{4}$; et d'après cela, il serait prouvé, que l'ellipticité $\alpha\bar{h}$ de la couche superficielle doit être plus petite, que l'ellipticité $\tfrac{5}{4}\alpha\Phi$, qui a lieu dans le cas de la Terre homogène et fluide.

3.

Pour parvenir à la connaissance de la fonction $\psi(a)$ et vérifier que $\psi'(a)$ est une quantité positive, il faut faire disparaître les signes d'intégration de l'équation (17); ce qui donne par un calcul assez facile:

$$\frac{d^2\alpha h}{da^2} = \frac{6}{a^2}\left\{1 - \frac{\rho a^3}{\int \rho\, da^3}\right\}\alpha h - \frac{6\rho a^2}{\int \rho\, da^3}\cdot\frac{d\alpha h}{da} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

Maintenant, si l'on substitue pour ρ sa valeur donnée par l'équation (1), on trouvera, après avoir fait pour plus de simplicité

$$K = \tfrac{3}{4}\frac{e}{1+e} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

$$\frac{d^2\alpha h}{da^2} + \left(\frac{6}{a} - \frac{2K}{1-Ka}\right)\frac{d\alpha h}{da} - \frac{2K}{a(1-Ka)}\alpha h = 0 \ldots\ldots\ldots (23)$$

Cela posé, si l'on fait $\alpha h = \alpha\bar{h}\frac{\psi(a)}{\psi(1)}$, le facteur commun $\frac{\alpha\bar{h}}{\psi(1)}$ disparaîtra, et l'on aura pour déterminer $\psi(a)$ cette équation différentielle du second ordre, savoir

$$\frac{d^2\psi(a)}{da^2} + \left(\frac{6}{a} - \frac{2K}{1-Ka}\right)\frac{d\psi(a)}{da} - \frac{2K}{a(1-Ka)}\psi(a) = 0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (24)$$

Les équations (17) et (21), desquelles celle-ci est tirée sont celles de *Clairaut*; mais on les forme immédiatement à l'aide des formules posées dans les pages 83 et 84 du second Volume de la Mécanique Céleste.

4.

Pour intégrer l'équation (24) je commence par la multiplier par $a-Ka^2$; ce qui donne

$$(a-Ka^2)\frac{d^2\psi(a)}{da^2} + (6-8Ka)\frac{d\psi(a)}{da} - 2K\psi(a) = 0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (25)$$

ensuite, je suppose la fonction $\psi(a)$ développée suivant les puissances de a, sous la forme

$$\psi(a) = 1 + H^{(1)}Ka + H^{(2)}K^2a^2 \;\ldots\ldots + H^{(m)}K^m a^m + \text{etc.} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (26)$$

ce qui donne

$$\frac{d\psi(a)}{da} = H^{(1)}K + 2H^{(2)}K^2a + 3H^{(3)}K^3a^2 + \ldots\ldots + mH^{(m)}K^m a^{m-1} + \text{etc.}$$

$$\frac{d^2\psi(a)}{da^2} = 2H^{(2)}K^2 + 2.3\,H^{(3)}K^3a + \ldots\ldots + m(m-1)H^{(m)}K^m a^{m-2} + \text{etc.}$$

En substituant ces séries dans l'équation (25), et égalant à zéro les coefficients des mêmes puissances de a, on obtiendra entre les deux coefficients consécutifs $H^{(m-1)}$, $H^{(m)}$ cette équation; savoir

$$(m-1)mK^mH^{(m)} - (m-2)(m-1)K^mH^{(m-1)} + 6mK^mH^{(m)} - 8(m-1)K^mH^{(m-1)} - 2K^mH^{(m-1)} = 0,$$

de laquelle on tire

$$H^{(m)} = \left\{1 - \frac{4}{m(m+5)}\right\} H^{(m-1)} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (27)$$

Cette formule donne

$$H^{(1)} = \left(1 - \frac{4}{1.6}\right);$$

$$H^{(2)} = \left(1 - \frac{4}{1.6}\right)\left(1 - \frac{4}{2.7}\right);$$

$$H^{(3)} = \left(1 - \frac{4}{1.6}\right)\left(1 - \frac{4}{2.7}\right)\left(1 - \frac{4}{3.8}\right);$$

....

$$H^{(m)} = \left(1 - \frac{4}{1.6}\right)\left(1 - \frac{4}{2.7}\right)\left(1 - \frac{4}{3.8}\right)\ldots\ldots\ldots\left(1 - \frac{4}{m(m+5)}\right).$$

De sorte que l'on a

$H^{(1)} = \frac{1}{3}$; $H^{(2)} = \frac{5}{21}$; $H^{(3)} = \frac{25}{126}$; $H^{(4)} = \frac{100}{567}$;
$H^{(5)} = \frac{92}{567}$; $H^{(6)} = \frac{2852}{18711}$; $H^{(7)} = \frac{57040}{392931}$;
$H^{(8)} = \frac{57040}{392931}\left(1 - \frac{4}{8.13}\right)$; etc.

L'équation linéaire (24) est donc satisfaite en prenant $\psi(a) = MA$; où M est une constante arbitraire et A la série qui constitue le second membre de l'équation (26). Pour trouver l'intégrale complète de la même équation différentielle, avec deux constantes arbitraires, je suppose variable le facteur M. Alors l'on a

$$\frac{d\psi(a)}{da} = M\frac{dA}{da} + A\frac{dM}{da}$$

$$\frac{d^2\psi(a)}{da^2} = M\frac{d^2A}{da^2} + 2\,\frac{dM}{da}\cdot\frac{dA}{da} + A\frac{d^2M}{da^2}.$$

En substituant ces valeurs dans l'équation (24), et observant que l'on a:

$$M\left\{\frac{d^2A}{da^2} + \left(\frac{6}{a} - \frac{2K}{1-Ka}\right)\frac{dA}{da} - \frac{2K}{a(1-Ka)}A\right\} = 0,$$

il viendra l'équation

$$\frac{d^2M}{da^2} + \left\{\frac{6}{a} - \frac{215}{1-15a} + \frac{2}{A}\cdot\frac{dA}{da}\right\}\frac{dM}{da} = 0$$

qui peut être écrite ainsi:

$$\frac{d}{da}\cdot\text{Log.}\left\{\frac{dM}{da}\cdot A^2a^6(1-Ka)^2\right\} = 0.$$

Donc, en désignant par M' une constante arbitraire, l'on a:

$$\frac{dM}{da}\cdot A^2a^6(1-Ka)^2 = M';$$

et en intégrant, nous aurons

$$M = M'' + M' \int \frac{da}{a^6(1-Ka)^2 A^2};$$

M', M'' étant deux constantes arbitraires.

L'intégrale complète de l'équation (24) est donc

$$\psi(a) = M''A + M'A\int \frac{da}{a^6(1-Ka)^2 A^2}$$

Ainsi, conformément à notre équation (2), l'on a

$$\alpha h = \frac{\alpha \bar{h}.A\left\{M'' + M'\int \frac{da}{a^6(1-Ka)^2 A^2}\right\}}{A_{(1)}\left\{M'' + M'\int^1 \frac{da}{a^6(1-Ka)^2 A^2}\right\}};$$

où $A_{(1)}$ et $\int^1 \frac{da}{a^6(1-Ka)^2 A^2}$ désignent les valeurs de A et $\int \frac{da}{a^6(1-Ka)^2 A^2}$, lorsque l'on fait $a = 1$.

Or il est clair, que, en donnant à M' une valeur différente de zéro, l'on aurait pour αh une quantité infinie, en posant $a = 0$; ce qui est absurde.

Il faut donc prendre, dans le cas actuel, $M' = 0$, et alors on a

$$\alpha h = \alpha \bar{h}\,\frac{A}{A_{(1)}} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (28)$$

L'intégrale particulière fournie par l'ensemble des deux équations (26) et (27) est donc la seule qui convient à la solution du problème dont il est ici question. Il est clair maintenant, que la valeur de $\psi'(a)$, qui entre dans le second membre de l'équation (20), est une quantité nécessairement positive. Et quoique cette conséquence soit fondée sur une série, elle n'en est pas moins incontestable, si l'on observe, que la série (26) est convergente: car en vertu de la formule (27), dès que la valeur de l'indice m a acquis une certaine grandeur, on peut supposer égaux à $H^{(m)}$ tous les coefficiens $H^{(m+1)}$, $H^{(m+2)} \ldots\ldots H^{(\infty)}$. De sorte que la suite infinie

$$H^{(m+1)}K^{m+1}a^{m+1} + H^{(m+2)}K^{m+2}a^{m+2} + \text{etc.}\ldots$$

a une valeur inférieure à

$$\frac{H^{(m)}a^{m+1}K^{m+1}}{1-Ka}.$$

5.

Cela posé, nous avons

$$a^6\psi'(a) = H^{(1)}Ka^6 + 2H^{(2)}K^2a^7 + 3H^{(3)}K^3a^8 + \text{etc.}$$

d'où l'on tire en intégrant

$$\int_0^1 a^6\psi'(a)\,da = H^{(1)}\frac{K}{7} + \frac{2H^{(2)}K^2}{8} + \frac{3H^{(3)}K^3}{9}\ldots\ldots + \frac{mH^{(m)}K^m}{m+6} + \text{etc.}$$

Donc en écrivant

$$\left.\begin{aligned} \int_0^1 \psi'(a)a^6\,da &= \sum_1^\infty \frac{mH^{(m)}K^m}{m+6} \\ \psi(1) = 1 + \sum_1^\infty H^{(m)}K^m &= \sum_0^\infty H^{(m)}K^m \end{aligned}\right\}\ldots\ldots (29)$$

et substituant ces valeurs dans l'équation (20), l'on aura

$$\alpha\bar{h} = \left.\frac{\frac{4}{5}\alpha\varphi\left(1+\frac{e}{4}\right)}{1+\frac{3}{5}e+\dfrac{\frac{e}{4}\sum_1^\infty \frac{mH^{(m)}K^m}{m+6}}{\sum_1^\infty H^{(m)}K^m}}\right\}\ldots\ldots\ldots (30)$$

Pour réduire cette formule en nombres, j'observe que, en posant $e = 7{,}8907$, l'on a $k = \frac{3}{4}\cdot\frac{7{,}8907}{8{,}8907}$, et $Log.K = 9{,}8232408$. Cela posé j'ai trouvé;

$H^{(1)}K = 0{,}221881;$	$H^{(7)}K^7 = 0{,}0084052;$
$H^{(2)}K^2 = 0{,}105495;$	$H^{(8)}K^8 = 0{,}0053797;$
$H^{(3)}K^3 = 0{,}0585183;$	$H^{(9)}K^9 = 0{,}0034672;$
$H^{(4)}K^4 = 0{,}034624;$	$H^{(10)}K^{10} = 0{,}0022464;$
$H^{(5)}K^5 = 0{,}021218;$	$H^{(11)}K^{11} = 0{,}0014613;$
$H^{(6)}K^6 = 0{,}013258;$	etc..................

$\frac{H^{(1)}K}{7} = 0{,}0316973;$	$\frac{7H^{(7)}K^7}{13} = 0{,}0045259;$
$\frac{2H^{(2)}K^2}{8} = 0{,}0263737;$	$\frac{8H^{(8)}K^8}{14} = 0{,}0030741;$
$\frac{3H^{(3)}K^3}{9} = 0{,}0195061;$	$\frac{9H^{(9)}K^9}{15} = 0{,}00208032;$
$\frac{4H^{(4)}K^4}{10} = 0{,}0138496;$	$\frac{10H^{(10)}K^{10}}{16} = 0{,}001408;$
$\frac{5H^{(5)}K^5}{11} = 0{,}0096224;$	$\frac{11H^{(11)}K^{11}}{17} = 0{,}00094555;$
$\frac{6H^{(6)}K^6}{12} = 0{,}006629;$	etc..................

En négligeant les termes suivants l'on a donc

$$\sum_0^\infty H^{(m)} K^m = 1{,}4759541;$$

$$\sum_1^\infty \frac{m\, H^{(m)} K^m}{m+6} = 0{,}1197119;$$

et par conséquent la formule (30) donne

$$\alpha \bar{h} = \tfrac{2}{3}\alpha\varphi\, \frac{(2{,}972675)}{4{,}11908} = \tfrac{2}{3}\alpha\varphi \cdot 0{,}721685;$$

et en substituant pour $\alpha\varphi$ sa valeur l'on aura

$$\alpha\bar{h} = 0{,}004325 \times 0{,}721685 = 0{,}0031213 = \frac{1}{320{,}38} \cdot\cdot (31)$$

En divisant cette quantité par $\psi(1) = \sum_0^\infty H^{(m)} K^m$ l'on aura pour l'ellipticité de la couche centrale;

$$\frac{\alpha\bar{h}}{\psi(1)} = 0{,}0021148 = \frac{1}{472{,}87} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (32)$$

6.

Ces résultats n'ont lieu que dans l'hypothèse d'une fluidité complète de la Terre; mais en la supposant solidifiée, et couverte seulement d'une couche liquide en équilibre, on ne pourra plus différentier, par rapport à a, l'équation (17) et en dériver l'équation différentielle (21). Néanmoins la formule (20) subsiste, sans que l'on puisse déterminer à priori la fonction $\psi(a)$ qui détermine l'ellipticité des couches solidifiées. Or en supposant que dans l'acte de la solidification, la différence entre les ellipticités des couches ait disparu, et qu'elles se soient conformées de manière à avoir toutes la même ellipticité, l'on aura $\psi'(a) = 0$, ce qui réduit la formule (20) à celle-ci:

$$\alpha\bar{h} = \frac{\tfrac{2}{3}\alpha\varphi\left(1 + \frac{e}{4}\right)}{1 + \tfrac{3}{8}e} \;\ldots\ldots\ldots (33)$$

d'où l'on tire en substituant pour e et $\alpha\varphi$ leurs valeurs numériques;

$$\alpha\bar{h} = \tfrac{2}{3}\alpha\varphi\, \frac{2{,}972675}{3{,}95908} = \tfrac{2}{3}\alpha\varphi \cdot 0{,}75071;$$

$$\alpha\bar{h} = 0{,}00324683 = \frac{1}{307{,}99} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (34)$$

Cet aplatissement diffère très peu de celui $\left(\frac{1}{305{,}224}\right)$ qui est donné d'une manière incontestable, et indépendamment de toute hypothèse, par la comparaison des observations astronomiques avec la théorie des inégalités lunaires, dues à la non sphéricité de la Terre.

Sur cela, il importe de remarquer, que la même formule (33) donnerait $\alpha\bar{h} = \frac{1}{274}$, si l'on y substituait pour e la valeur $e = 2{,}349$ trouvée par *Laplace* à la page 46 du cinquième Volume de la Mécanique Céleste. Et alors au lieu de la différence positive $\frac{1}{305{,}224} - \frac{1}{307{,}99}$ on aurait la différence négative $\frac{1}{305{,}224} - \frac{1}{274}$; ce qui entraîne à des conséquences, d'un autre genre, moins probables.

7.

La petite différence entre les deux fractions $\frac{1}{305{,}224}$, $\frac{1}{307{,}99}$, dont je viens de déclarer la source n'est pas insignifiante; on peut en rendre compte à l'aide d'une Théorie plus élaborée de la figure de la Terre. En effet; l'action que la Terre exerce sur la Lune se compose de celle due à sa partie solide, et de celle due à la couche liquide, ou Océan, qui la couvre dans une vaste étendue.

Pour plus de simplicité, nous supposerons que l'inondation est totale. De sorte que, en retenant pour r la formule (3), relative aux couches solides, nous admettons, que le rayon vecteur $\bar{r}$ de sa surface est exprimé par

$$\bar{r} = 1 + \tfrac{2}{3}\alpha\bar{h} - \alpha\bar{h}\,(\cos^2\theta - \tfrac{1}{3}) \;\ldots\ldots\ldots (35)$$

tandis que la profondeur $\delta\bar{r}$ de l'Océan est exprimé par

$$\delta\bar{r} = H - \tfrac{2}{3}\alpha\bar{h}' + \alpha\bar{h}'\,(\cos^2\theta - \tfrac{1}{3}) \ldots\ldots\ldots (36)$$

où H désigne (en parties du demi-axe de rotation) la partie constante de cette profondeur; et θ le complément de la latitude du point que l'on considère.

D'après cela, comme il est ici question d'un sphéroïde solide couvert par une couche liquide en équilibre, on a, au lieu de l'équation qui précède l'équation (18), celle-ci; savoir

$$0 = -\tfrac{2}{5}\alpha\bar{h}\int_0^1 \rho\, d(a^5\psi(a)) + \alpha\bar{h}\cdot\psi(1)\int_0^1 \rho\, d a^3 - \frac{\alpha\varphi}{2}\psi(1)\int_0^1 \rho\, d a^3 - \alpha\bar{h}'\psi(1)\left\{\int_0^1 \rho\, d a^3 - \tfrac{3}{5}\rho''\right\} \ldots (37)$$

où ρ'' désigne la densité de la couche liquide qui couvre le noyau solide. (Fortsetzung folgt).

Altona 1853. Mai 13.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 861.

Mémoire.

Sur la loi des pressions, et la loi des ellipticités des couches terrestres, en supposant leur densité uniformément croissante depuis la surface de la Terre jusqu'à son centre.

(Fortsetzung).

En divisant tous les termes par $\psi(1)\int_0^1 \rho\, d\, a^3$, cette équation donne

$$\alpha\bar{h}\left\{1-\tfrac{3}{5}\,\frac{\int_0^1 \rho\, d(a^5\psi(a))}{\psi(1)\int_0^1 \rho\, d\, a^3}\right\} = \frac{\alpha\varphi}{2} + \alpha\bar{h}'\left\{1-\frac{\tfrac{3}{5}\rho''}{\int_0^1 \rho\, d\, a^3}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(38)$$

Mais notre valeur de $\rho = \rho'(1+e-ea)$ donne

$$\int_0^1 \rho\, d\, a^3 = \rho'\left(1+\frac{e}{4}\right):$$

donc en substituant ces valeurs l'équation (38) donnera

$$\alpha\bar{h} = \frac{\tfrac{5}{4}\alpha\varphi\left(1+\frac{e}{4}\right) + \alpha\bar{h}'\left(\tfrac{5}{2}+\tfrac{5}{8}e-\tfrac{3}{2}\frac{\rho''}{\rho'}\right)}{1+\frac{e}{4}\left\{\tfrac{5}{2}-6\int_0^1 a^5\,\frac{\psi(a)}{\psi(1)}\,da\right\}} \quad \ldots(39)$$

ou bien

$$\alpha\bar{h} = \frac{\tfrac{5}{4}\alpha\varphi\left(1+\frac{e}{4}\right) + \alpha\bar{h}'\left(\tfrac{5}{2}+\tfrac{5}{8}e-\tfrac{3}{2}\frac{\rho''}{\rho'}\right)}{1+\frac{e}{4}\left\{\tfrac{3}{2}+\int_0^1 a^6\,\frac{\psi'(a)}{\psi(1)}\,da\right\}} \quad \ldots(40)$$

Telle est la formule qui doit remplacer la formule (20) lorsqu'on veut tenir-compte de la profondeur $\delta\bar{r}$ de la mer.

Maintenant, si l'on suppose $\psi'(a) = 0$, cette formule donne

$$\alpha\bar{h}-\alpha\bar{h}' = \frac{\tfrac{5}{4}\alpha\varphi\left(1+\frac{e}{4}\right) + \alpha\bar{h}'\left(\tfrac{3}{2}+\frac{e}{4}-\tfrac{3}{2}\frac{\rho''}{\rho'}\right)}{1+\tfrac{3}{8}e} \quad (41)$$

En employant cette équation, au lieu de l'équation (33), il faudra faire

$$\alpha\bar{h}-\alpha\bar{h}' = 0{,}003276285 = \frac{1}{305{,}224} \quad \ldots\ldots\ (42)$$

qui est l'aplatissement de la Terre entière déterminé par la Théorie de la Lune. Donc, conformément aux équations (33), (34), l'on a

$$\alpha\bar{h}' = \frac{(0{,}00327628-0{,}00324683)\left(1+\tfrac{3}{8}e\right)}{\tfrac{3}{2}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}+\frac{e}{6}\right)} \quad \ldots..\ (43)$$

Maintenant, si l'on fait $\frac{\rho''}{\rho'} = 1{,}83$, $e = 7{,}8907$, cette formule donnera

$$\alpha\bar{h}' = \frac{0{,}00002945.\ 31{,}6761.\ 1{,}22}{8.\ 3{,}2336135} = 0{,}0000439944\ldots(44)$$

En multipliant cette fraction par 6356810 on aura

$$\alpha\bar{h}' = 279{,}66 \text{ mètres} \quad \ldots\ldots\ldots(45)$$

En divisant 0,0032763 par $\alpha\bar{h}'$ on voit que, dans l'hypothèse de l'inondation totale l'on aurait l'aplatissement de la mer égal à celui de la Terre entière divisé par 74,471. Ce résultat est en harmonie avec la Théorie du flux et reflux de la mer, par laquelle on démontre (Lisez la page 193 du second Volume de la Mécanique Céleste) que le coefficient $\alpha\bar{h}'$ qui multiplie le terme variable dans le second membre de l'équation (36) doit être fort petit comparativement à la fraction $\alpha\varphi = 0{,}0034602$, qui mesure le rapport de la force centrifuge à la gravité.

D'après les équations (42), (44) l'on a

$$\alpha\bar{h} = 0{,}003276285 + 0{,}0000439944 = 0{,}003320279..(46)$$

ou bien $\alpha\bar{h} = \frac{1}{301{,}118}$. Il est remarquable, que cet aplatissement du noyau solide du sphéroïde terrestre soit très-approchant de celui $\left(\frac{1}{299{,}1528}\right)$ que feu Mr. *Bessel* a trouvé

d'après la mesure des degrés de la Terre, reduite au niveau de la mer. Au reste cette manière de déterminer l'aplatissement de la Terre entière est, probablement, celle qui mérite moins de confiance; parceque, les attractions locales, qui agissent d'une manière irrégulière sur le fil-à-plomb, empêchent, que les amplitudes célestes des arcs mesurés puissent être fixées avec une précision suffisante pour une recherche aussi délicate. La Théorie de la Lune offre, seule, le moyen de soustraire le résultat à l'influence perturbatrice des attractions locales.

8.

Nous avons calculé la pression Π par la formule (8); mais si l'on voulait tenir compte de l'aplatissement il faudrait employer la formule (7), en y substituant pour αh sa valeur $\alpha \overline{h} \frac{\psi(a)}{\psi(1)}$. Alors à l'aide des formules (26) et (32) on trouverait, qu'en nommant $\delta\Pi$ cette partie de la pression Π, l'on a

$$\left.\begin{aligned}\delta\Pi = &-\frac{2\pi\rho'^2}{9{,}473}\int_1^a ada(1+e-ea)\,\{[4(1+e)-5ea]\psi(a) - a[2(1+e)-3ea]\psi'(a)\}\\ &-\frac{8\pi\rho'^2 e}{3{,}473}\int_1^a \frac{da}{a^2}(1+e-ea)\int_0^a a^2\psi(a)\,da\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(47)$$

En introduisant le facteur C, conformément à l'équation (10), nous aurons

$$\left.\begin{aligned}\delta\Pi = &-\frac{\rho' C}{2538}\int_1^a ada(1+e-ea)\,\{[4(1+e)-5ea]\psi(a) - a[2(1+e)-3ea]\psi'(a)\}\\ &-\frac{2e\rho' C}{473}\int_1^a \frac{da}{a^2}(1+e-ea)\int_0^a a^2\psi(a)\,da\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(48)$$

Il est maintenant facile de réduire cette formule en nombres; mais il suffit de voir que le résultat serait beaucoup plus petit, que celui trouvé en considérant seulement le premier terme de Π.

9.

Si l'on voulait appliquer la théorie précédente à des fonctions plus compliquées, et telles qu'il serait indispensable d'exécuter les intégrations par les quadratures, on pourrait employer avec avantage une formule nouvelle que je vais démontrer en peu de mots. Soit $y = F(x)$ et $y' = F(x+h')$; en développant y' par la série ordinaire propre à l'interpolation, l'on a

$$y' = y + \frac{h'}{h}\cdot\Delta y + \frac{\frac{h'}{h}\left(\frac{h'}{h}-1\right)}{2}\Delta^2 y + \text{etc.}$$

et d'une manière symbolique

$$y' = y\,(1+\Delta)^{\frac{h'}{h}}$$

En intégrant cette série par rapport à h' depuis $h' = 0$ jusqu'à $h' = h$, après avoir fait $h' = hz$ l'on aura

$$(s)\ldots\ldots\int_0^h y'dh' = h\,\{\Delta^0 y + \Delta^1 y\cdot H_{(1)} + \Delta^2 y\cdot H_{(2)} + \Delta^3 y\cdot H_{(3)} + \ldots\ldots \text{etc.}\}$$

où l'on a fait pour plus de simplicité;

$$H_{(1)} = \int_0^1 z\,dz;$$

$$H_{(2)} = \int_0^1 \frac{dz.z(z-1)}{2};$$

$$H_{(3)} = \int_0^1 \frac{dz.z(z-1)(z-2)}{2.\ 3};$$

$$H_{(4)} = \int_0^1 \frac{dz.z(z-1)(z-2)(z-3)}{2.\ 3.\ 4};$$

etc.....................

Ces coefficients sont ceux qui naissent du développement de la fraction

$$\frac{x}{\text{Log.}(1+x)} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{4}x^3+\text{etc.}}$$

suivant les puissances de x. En effet, remarquons que l'on a

$$\int_0^1 (1+x)^z\,dz = \frac{x}{\text{Log.}(1+x)};$$

d'un autre côté, en développant le binome l'on a

$$\int_0^1 (1+x)^z dz = 1 + x\int_0^1 z\,dz + x^2\int_0^1 \frac{z(z-1)\,dz}{2}$$
$$+ x^3\int_0^1 \frac{z(z-1)(z-2)}{2.\ 3}\,dz$$
$$+ \text{etc.} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

donc en comparant les coefficients des mêmes puissances de x on obtient les valeurs précédentes de $H_{(1)}$, $H_{(2)}$, $H_{(3)}$..etc. Il suit de là que l'on peut établir cette formule symbolique; savoir:

$$(\varepsilon')\ldots\int_0^h y'dh' = h\,\frac{\Delta y}{\text{Log.}(1+\Delta y)};$$

c'est-à-dire, que cette équation sera vraie après avoir remplacé les puissances $(\Delta y)^0$, $(\Delta y)^1$, $(\Delta y)^2$.... etc. par y, Δy, $\Delta^2 y$, etc. respectivement.

Supposons que l'on néglige les différences $\Delta^{n+1}y$, $\Delta^{n+2}y$ ..etc.; alors en désignant par $y_{(\frac{1}{2})}$ la valeur de $F\left(x+\frac{h}{2}\right)$, l'on aura

$$y_{(\frac{1}{2})} = y + \tfrac{1}{2}\Delta y + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2}\Delta^2 y + \ldots\ldots + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)\ldots\ldots(\frac{1}{2}-n+1)}{1.\ 2.\ 3\ldots\ldots n}\Delta^n y$$

ou bien

$$y_{(\frac{1}{2})} = y + C_{(1)}\,\Delta y + C_{(2)}\,\Delta^2 y + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{(n-1)}\,\Delta^{n-1}y + C_{(n)}\,\Delta^n y;$$

d'où l'on tire

$$\frac{h\ H_{(n)}\,y_{(\frac{1}{2})}}{C_{(n)}} = \frac{h\ H_{(n)}}{C_{(n)}}\left\{y + C_{(1)}\,\Delta y + C_{(2)}\,\Delta^2 y + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{(n-1)}\,\Delta^{n-1}y\right\} + h\,H_{(n)}\,\Delta^n y.$$

Donc en vertu de la formule (ε) il est clair que l'on a:

$$\int_0^h y'dh' - \frac{h\,H_{(n)}}{C_{(n)}}\,y_{(\frac{1}{2})} = hy\left\{1 - \frac{H_{(n)}}{C_{(n)}}\right\}$$
$$+ h\Delta y\left\{H_{(1)} - \frac{H_{(n)}\,C_{(1)}}{C_{(n)}}\right\}$$
$$+ h\Delta^2 y\left\{H_{(2)} - \frac{H_{(n)}\,C_{(2)}}{C_{(n)}}\right\}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ h\Delta^{n-1}y\left\{H_{(n-1)} - \frac{H_{(n)}\,C_{(n-1)}}{C_{(n)}}\right\};$$

et par conséquent:

$$(\varepsilon'')\ldots\int_0^h y'dh' = h\,y_{(\frac{1}{2})}\,\frac{H_{(n)}}{C_{(n)}} + hy\left\{1 - \frac{H_{(n)}}{C_{(n)}}\right\}$$
$$+ h\Delta y\left\{H_{(1)} - \frac{H_{(n)}\,C_{(1)}}{C_{(n)}}\right\}$$
$$+ h\Delta^2 y\left\{H_{(2)} - \frac{H_{(n)}\,C_{(2)}}{C_{(n)}}\right\}$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ h\Delta^{n-1}y\left\{H_{(n-1)} - \frac{H_{(n)}\,C_{(n-1)}}{C_{(n)}}\right\};$$

Lorsque $n = 2$, cette formule donne

$$\int_0^h y'dh' = \frac{h}{6}\left\{y_0 + 4y_{(\frac{1}{2})} + y_1\right\}$$

où $y_0 = F(x)$; $y_{(\frac{1}{2})} = F(x+\frac{1}{2}h)$; $y_1 = F(x+h)$.

En faisant $n = 3$, 4 etc. l'on aura des formules analogues propres à donner l'intégrale définie avec une exactitude croissante, si les différences finies sont elles-mêmes décroissantes.

Turin, le 1. Mars 1853.

J. Plana.

Observations of Hygeia, made at the Cambridge Observatory.

On the Meridian.

			Greenw. M. T.	R. A.	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$
1852	Nov.	2	13ʰ53ᵐ43ˢ7	4ʰ44ᵐ 2ˢ40	64° 9′ 40″1	−9,6439
		3	13 49 12,1	43 26,51	64 10 34,2	9,6441
		17	12 44 0,9	33 16,48	64 31 35,2	9,6495
		18	12 39 16,9	32 28,20	64 33 38,9	9,6500
		19	12 34 31,8	31 38,84	64 35 35,6	9,6505
		27	11 56 16,7	24 49,99	64 53 54,8	9,6550
	Dec.	14	10 35 17,8	10 39,28	65 41 5,3	9,6666
		17	10 21 16,3	8 25,16	65 50 3,0	9,6687
		20	10 7 23,1	6 19,29	65 58 53,1	9,6708
		21	10 2 47,6	5 39,60	66 1 39,1	9,6715
		28	9 31 6,0	1 28,73	66 21 25,2	9,6761
		30	9 22 13,5	4 0 27,86	66 26 37,9	9,6774
1853	Janr.	8	8 43 17,6	3 56 54,63	66 48 17,9	−9,6824

The N. P. D. on Dec. 21 is very doubtful.

With the Northumberland Equatoreal.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	No. of Comp.	Star.
1853 March 10	8ʰ41ᵐ 0ˢ1	4ʰ17ᵐ36ˢ90	+8,559	67° 4′ 7″6	−9,7679	2	*a*
15	8 49 14,5	4 22 7,98	+8,584	66 58 6,8	−9,7822	18	*b*
24	8 37 6,1	4 30 59,19	+8,603	66 45 51,0	−9,7904	8	*c*

Assumed mean places of the stars for 1853,0.

	Mean R. A.	Mean N. P. D.	
a	4ʰ17ᵐ 1ˢ21	66°49′33″0	H. C. 8294 and B. Z. 395.
b	4 21 32,64	66 44 14,8	—— 8434 & 35 and B. Z. 395.
c	4 29 59,95	67 8 39,5	—— 8712 & 8713.

The means of *Lalande's* and *Bessel's* places of *a* and *b* are adopted. The Declination of the star *a* in B. Z. 395 and that of the star immediately following in the Zone, are each 3′ too great.

Mean places of the comparison stars used in the observations of *Biela's* Comet at Rome and at Cambridge in the year 1852, as determined by Meridian Observations made at the Cambridge Observatory in 1853.

	Star.	Mean R. A. 1853,0	No. of Obs.	Mean N. P. D. 1853,0	No. of Obs.	Place and Date of Comparison.	
(1)	(*s*)	7ʰ29ᵐ33ˢ82	2	68°12′32″4	2	Rome,	Aug. 25
(2)	(*b*)	7 40 5,99	4	68 50 42,2	4	——	—— 27
(2)	(*c*)	7 45 33,76	4	69 26 25,9	4	——	—— 28
(2)	(*d*) = H. C. 16130	8 7 30,33	4	70 51 36,9	4	——	Sept. 1
(3)	54 Cancri	8 42 49,86	3	74 6 27,7	2	Cambr.	—— 8
(4)	*(Mag. 10)	9 16 53,97	3	78 3 18,3	3	Rome,	—— 15
(3)	*h* Leonis	9 24 4,61	3	79 38 19,1	3	Cambr.	—— 16
(5)	H. C. 19134	9 37 27,74	3	80 26 36,7	3	Rome	—— 19
(5)	Weisse IX. 902	9 41 4,14	3	81 1 3,4	3	——	—— 20
(3)	—— 1011	9 46 53,32	2	82 13 21,5	3	Cambr.	—— 21
(3)	—— 1035	9 48 8,68	3	81 37 39,4	3	——	—— 21

(1) Astr. Nachr. No. 822. (2) Astr. Nachr. No. 827. (3) A. N. No. 836. (4) A. N. No. 828. (5) A. N. No. 832.

Cambridge Observatory, April 21, 1853.

J. Challis.

Beobachtungen auf der Sternwarte zu Kremsmünster. (Fortsetzung).

Beobachtungen mit dem Meridiankreise.

Hebe. (6)

Verglichen mit der Ephemeride im Berliner Jahrbuch für 1855.

	M. Zt. Kremsm.	AR.	(Eph. — α.)	geoc. Decl.	(Eph. — δ.)
1853 Janr. 12	$12^h 45^m 26^s 43$	$8^h 14' 56''63$	— 0"77	$11^\circ 18' 36''92$	— 3"36
16	12 25 42,91	8 10 56,10	— 0,81	11 55 14,92	— 5,57
20	12 5 57,39	8 6 53,56	— 1,27	12 33 10,27	—10,82
Febr. 11	10 19 59,10	7 47 22,58	.	16 1 18,84	.
20	9 39 38,03	7 42 23,38	.	17 16 8,27	.
März 5	8 45 44,78	7 39 36,48	.	18 45 5,59	.
10	8 26 2,03	7 39 33,75	.	19 15 2,01	.
11	8 22 14,37	7 39 41,52	.	19 20 11,02	.
12	8 18 27,65	7 39 50,73	.	19 25 18,62	.
13	8 14 42,62	7 40 1,64	.	19 30 20,16	.
25	7 31 46,47	7 44 17,07	.	20 21 0,53	.
29	7 18 8,69	7 46 23,27	.	20 33 24,06	.

Iris. (7)

Verglichen mit der Ephemeride im Berliner Jahrbuch für 1855.

1853 März 10	12 50 55,22	12 5 9,95	— 1,19	—9 40 43,24	+ 9,52
11	12 46 4,58	12 4 15,07	0,99	9 35 17,13	+ 3,31
13	12 36 22,38	12 2 24,38	0,97	9 24 20,94	+12,26
26	11 33 12,21	11 50 19,07	1,00	8 1 44,67	— 0,84
29	11 18 44,50	11 47 38,60	0,78	7 41 13,96	+ 1,30
April 3	10 54 52,69	11 43 25,64	— 1,09	—7 6 48,84	+ 6,69

Komet I. 1853.

Wegen ungünstiger Witterung und Mondeshelle konnte ich den Kometen erst am 26^{sten} März, kurz vor Aufgang des Mondes auffinden. Er erschien mir bei vollkommen reinem Himmel als ein schwacher Nebel ohne auffallenden Kern und Schweif; der Durchmesser mochte ohngefähr 2 Bogenminuten betragen; bei dem eintretenden Lichte des Vollmondes war der Komet nicht mehr zu erkennen. Am 29^{sten} bemerkte ich schon eine bedeutende Abnahme seiner Lichthelligkeit, welche so rasch zunahm, dass ich am 7^{ten} April den Kometen nur noch mit äusserster Mühe erkennen konnte; seit dem 7^{ten} hatten wir keinen heiteren Abend. Die wenigen Positionen, welche ich am Aequatoreale erhalten hatte, vom Einflusse der Refraction und der Instrumentalfehler befreiet, sind folgende:

	M. Zt. Kremsm.	AR. ☄	App. Decl. ☄	Vergleichsterne.
März 26	$8^h 15^m 9^s 42$	$4^h 33' 8''00$	$7^\circ 22' 9''4$	Horo IV. Nr. 675 Weisse.
		8,02	12,8	—— „ 1025 „
29	7 50 32,65	4 32 28,46	8 50 51,5	—— „ 675 „
		28,93	47,2	π^4 Orionis A. S. C.
29	8 5 1,36	4 32 28,61	8 51 2,2	H. IV. Nr. 744 W.
April 1	8 8 15,53	4 32 4,72	10 8 24,4	88 *d* Tauri A. S. C.
3	8 31 30,84	4 31 53,02	10 54 10,9	90 *c'* Tauri „
		53,36	3,0	1460 „ „
7	8 48 44,27	4 31 52,36	12 15 29,6	90 *c'* Tauri „

Die Oerter der Vergleichsterne waren:

		Gr.	α.	δ.
März 26	H. IV. Nr. 675 W.	7	$4^h 31' 7''51$	$7^\circ 34' 26''1$
	—— „ 1025 W.	7	46 50,08	7 32 12,0
29	—— „ 675 W.	7	31 7,53	7 34 27,1
	—— „ 744 W.	7.8	4 34 11,35	9 21 3,6
März 29	π^4 Orionis A. S. C.	7	$4^h 46' 47''42$	$9^\circ 54' 39''0$
April 1	88 *d* Tauri „	5	27 33,60	9 51 14,3
3 u. 7	90 *c'* Tauri „	5	29 55,68	12 12 39,4
	1460 Tauri „	6	4 36 16,14	10 52 2,0

Kremsmünster April 19, 1853.

Aug. Reslhuber.

Entdeckung eines neuen Planeten, von Herrn *R. Luther.*

Herr *Luther* hat am 5^{ten} d. M. auf der Bilker Sternwarte einen neuen Planeten 11. Grösse entdeckt und hofft, dass die Auffindung und Verfolgung desselben durch die vortreffliche Charte der Herren *Bishop* und *Hind* sehr erleichtert werden wird. Folgende scheinbare Positionen des Planeten für den 5^{ten} und 14^{ten} Mai sind angegeben.

	M. Zt. Bilk.	sch. AR.	sch. Decl.
1853 Mai 5	13^h —^{m}	207°40′	—10°15′
— 14	11 52	206 3	— 9 57

Tägl. Bewegung des Planeten in AR. = —11′
in Decl. = + 2′

Altona 1853, Mai 16. *P.*

Beobachtungen des neuen Planeten.

a) Auf der Bonner Sternwarte.

1853	M. Zt. Bonn.	AR.	Decl.	Vergl.
Mai 15	$12^h\ 0^m 41^s 6$	205°53′ 4″1	—9°55′ 46″5	4

b) Auf der Hamb. Sternwarte, von Herrn *C. Rümker.*

1853	M. Zt. Hamb.	sch. AR.	sch. Decl.	Vergl.
Mai 16	$10^h 20^m 52^s 5$	205°44′ 36″8	—9°54′ 21″3	15

Scheinbarer Ort des Vergleichsterns.
$13^h 45^m 7^s 426$ —9°57′ 21″2

c) Auf der Berliner Sternwarte,
von Herren *C. Bruhns & G. Rümker.*

1853	M. Zt. Berlin.	AR.	Decl.
Mai 16	$11^h 28^m 14^s 6$	205°44′ 11″2	—9°54′ 14″4

Mittl. Ort des Vergl.-Sterns B. Z. 243 1853,0
206°16′ 34″5 —9°57′ 14″7

Beobachtungen der Phocea.

a) Auf der Bilker Sternwarte, von Herrn *Luther.*

	M. Zt. Bilk.	α.	δ.	Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne.			
1853 Mai 2	$10^h\ 0^m\ 8^s 5$	220°13′ 41″3	—9°48′ 50″3	11	220°42′ 35″0	—9°47′ 35″9	B. Z 243.	9^m
4	12 53 35,6	219 45 56,5	—9 10 19,9	10	218 27 30,3	—9 10 47,5	—— 244.	8^m

b) Auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn *C. Rümker.*

	M. Zt. Hamb.	AR.	Decl.
1853 Mai 12	$10^h 58^m 45^s 2$	218°4′ 14″8	—6°48′ 14″3

c) Auf der Bonner Sternwarte.

	M. Zt. Bonn.	AR.	Decl.
1853 Mai 13	$11^h 59^m 38^s 3$	217°50′ 57″1	—6°31′ 0″7

Logarithmorum VI decimalium nova Tabula Berolinensis et numerorum vulgarium ab 1 usque ad 100000 et functionum trigonometricarum ad decades minutorum secundorum auctore *Carolo Bremiker*, Dr. phil., Berolini 1852.

Während die letzte Reihe von Jahren uns mit neuen Logarithmentafeln verschiedener Gattung und verschiedener Ausdehnung in ziemlicher Anzahl beschenkt hat, sind es eben Logarithmentafeln von 6 Decimalen, von welchen wenige oder keine erschienen sind. Es war deshalb die Herausgabe von solchen an der Zeit. Der Verf. dieses glaubt sich nämlich der Ueberzeugung hingeben zu dürfen, dass es für das allgemeine Bedürfniss nicht ausreicht, wenn nur eine sehr beschränkte Anzahl von Ausgaben von Logarithmentafeln vorhanden sind, denn er meint von jeher bemerkt zu haben, dass grade in der Auswahl unter den vorhandenen Ausgaben von Logarithmentafeln aller Gattungen bei den Astronomen die grösste Verschiedenheit statt findet. Die Tafeln, deren der Eine sich am liebsten bedient, werden von Andern nicht gebraucht, oder wenigstens nicht bevorzugt, und Einrichtungen, Anordnungen u. s. w. die der Eine gerne hat, werden zuweilen von Andern, entweder grade zu getadelt, oder wenigstens nicht als Vorzüge anerkannt. Vielleicht spricht sich die Individualität des astronomischen Rechners nirgend mehr aus, als eben durch die Wahl der Ausgaben der Logarithmentafeln, deren er sich vorzugsweise, oder überhaupt bediente.

Die in der Ueberschrift genannte neue, von Herrn Dr. *Bremiker* bearbeitete Ausgabe von 6stelligen Logarithmen hat eine Einrichtung und Ausstattung bekommen, die erwarten

lässt, dass sich in der Folge viele Rechner derselben bedienen werden. Die angewandten Ziffern sind deutlich, dem Auge nicht ungefällig, und so geschnitten, dass nicht leicht die eine mit der andern verwechselt werden kann. Die Proportionaltheile sind durchgehends, in den Tafeln der Logarithmen der trigonometrischen Functionen sowohl wie in denen der Zahlen, angegeben, und mit einer Decimalstelle mehr, wie die Logarithmen selbst angesetzt. Die Anzahl von Graden, Minuten und Secunden, der die als Secunden betrachteten Zahlen entsprechen, wenn die Logarithmen derselben entweder 3 oder 4 zur Characteristik haben, findet man übersichtlich auf jeder Seite unten angegeben.

Am Schlusse der Tafel der Logarithmen der Zahlen befindet sich eine Tafel für die Vielfachen des Moduls der *Brigg*ischen Logarithmen, so wie eine der Reciproken desselben.

Die Tafeln der Logarithmen der trigonometrischen Functionen haben dieselbe Ausdehnung wie die *Callet*'schen Tafeln von 7 Decimalen. Es gehen nämlich diese in den ersten 5 Graden von Secunde zu Secunde und in dem übrigen Theile des Quadranten von 10 zu 10 Secunden. Nur ist die Anordnung der 4 Columnen nicht wie bei *Callet*, sondern so wie in den meisten neueren Tafeln, nämlich in der Reihenfolge: sinus, tangens, cotangens, cosinus, welche Reihenfolge ich als die angemessenste betrachte.

Zum Schlusse folgen noch Tafeln für die Länge der Kreisbögen, zur Verwandlung von Graden etc. in Stunden etc., und zur Verwandlung der mittleren Zeit in Sternzeit und umgekehrt.

Der Einleitung, die eine Anweisung zum Gebrauch der Logarithmen enthält, ist eine Abhandlung „De erroribus, quibus computationes logarithmicae afficiuntur," hinzugefügt, die ich mit Interesse gelesen habe, und deren Lectüre ich empfehle.

H.

Beobachtungen des Cometen von *Secchi* auf der Sternwarte zu Breslau.

	M. Zt. Bresl.	AR. ☄	Decl. ☄	
1853 März 30	8h 54′ 56″	68° 4′ 40″2	+ 9°18′ 52″0	10 Vergl.
April 1	8 55 34	68 0 45,0	+10 9 9,1	8 „

Scheinbare Oerter der Vergleichsterne.

a	März 30	68°32′ 45″6	+ 9°20′ 59″4	Rümker 1257.
b	April 1	66 25 7,4	+10 12 10,8	B. Z. 53.

Der Comet war an diesen beiden Tagen bereits ziemlich schwach und der Mittelpunkt desselben wenig bestimmt.

Breslau 1853, Mai 2. *J. G. Galle.*

Benennung des von Herrn Professor *de Gasparis* am 5ten April entdeckten neuen Planeten.

Von Herrn Professor *de Gasparis* hierzu aufgefordert, hat Herr Professor *Secchi* für den am 5ten April in Neapel entdeckten neuen Planeten den Namen Themis vorgeschlagen; es ist dies derselbe Name, den Herr Prof. *de Gasparis* für die Massalia proponirt hatte. *P.*

Elemente und Ephemeride der Themis.

Elemente,

berechnet aus 2 Neapolitaner Beobachtungen von April 6 und 13, und 2 Bonner Beob. von April 27 und Mai 10.

Epoche 1853 Mai 10,43140 m. Zt. Berlin.

M =	341°52′ 26″8	
π	213 32 44,2	mittl. Aequin.
☊	32 26 35,3	1853,0
i	0 53 46,8	
φ	14 21 14,2	
log. a	0,561038	
„ μ	2,708450	

Diese Elemente stellen die Beobachtungen folgendermaassen dar:

Rechn. — Beob.

	Δλ	Δβ
April 6	−0″4	+31″6
13	−0,2	− 0,9
27	+1,0	− 0,8
Mai 10	+0,1	−18,8

Ephemeride des Planeten für 12^h mittl. Zeit Berlin.

	α.	δ.	lg. Δ		α.	δ.	lg. Δ
Mai 20	$11^h\ 5^m 17^s,7$	+6°18′12″	0,37289	Juni 4	$11^h 14^m 44^s,6$	+5°13′12″	
21	5 47,9	14 39		5	15 30,4	8 1	0,40601
22	6 19,2	10 59		6	16 17,0	+5 2 45	
23	6 52,0	7 13		7	17 4,7	+4 57 23	
24	7 25,6	+6 3 19	0,38133	8	17 53,2	51 55	
25	8 0,4	+5 59 18		9	18 42,7	46 22	0,41403
26	8 36,3	55 10		10	19 32,7	40 42	
27	9 13,3	50 57		11	20 23,7	34 57	
28	9 51,2	46 35	0,38965	12	21 15,6	29 6	
29	10 30,3	42 8		13	22 8,5	23 10	0,42214
30	11 10,1	37 35		14	23 1,9	17 8	
31	11 51,0	32 57		15	23 56,3	11 0	
Juni 1	12 32,9	28 10	0,39787	16	24 51,3	+4 4 47	
2	13 15,9	23 17		17	11 25 47,1	+3 58 28	0,43025
3	11 13 59,8	+5 18 18					

Die Elemente sind von Herrn *Förster* und mir gemeinschaftlich, die Ephemeride von mir allein berechnet.

Bonn 1853, Mai 16. *Kröger.*

Inhalt.

Altona 1853. Mai 24.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 862.

Observations of Thalia, Calliope, Comet II. 1852, Comet I. 1853, Iris and Victoria, made with the Equatoreal at the Liverpool Observatory.

Thalia.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	Star of Comp.
1852 Dec. 20	10h 8m 24s4	3h 8m 59s37	+7,920	72°51′ 37″0	−9,7718	B. A. C. 986
—	10 34 20,1	58,82	+8,110	34,4	9,7756	— —
—	10 49 17,6	58,43	+8,189	31,7	9,7781	— —
—	11 6 14,7	58,09	+8,262	29,2	9,7822	— 966
—	11 21 12,3	57,69	+8,316	27,1	9,7869	— —
27	6 54 33,0	3 6 15,61	−8,313	72 22 58,6	9,7813	— —
—	7 14 29,7	15,49	−8,239	55,2	9,7763	— —
—	7 34 26,5	15,07	−8,145	53,3	9,7718	— —
—	8 6 21,3	14,83	−7,921	46,6	9,7669	— 986
—	8 34 16,9	14,53	−7,516	40,3	9,7647	— —
1853 Janr. 8	7 59 24,4	3 5 34,56	−6,962	71 22 32,5	9,7534	— 966
—	8 29 20,2	34,70	+7,660	24,2	9,7542	— —
—	9 35 12,5	35,24	+8,211	9,4	9,7645	— 986
—	10 5 7,9	35,38	+8,326	3,5	9,7821	— —
Mar. 11	7 49 45,6	4 12 16,22	+8,460	64 20 35,3	9,7199	— 1444
—	8 19 43,6	4 12 18,62	+8,518	23,6	−9,7389	— 1367*

Assumed mean places of the stars for 1852,0 and 1853,0.

	R. A.	N. P. D.	Authority.
1852 B. A. C. 966	2h 59m 6s15	72°41′ 40″80	Greenw. and Edinb. Observations
——— 986	3 3 10,42	70 50 11,39	Greenwich Observations.
1853 ——— 966	2 59 9,51	72 41 26,56	Greenw. and Edinb. Observations.
——— 986	3 3 13,82	70 49 57,39	Greenw. Observations.
——— 1367	4 17 31,03	67 31 27,04	Greenw. 12-years Catalogue.
——— 1444	4 32 8,07	61 40 27,95	——— ———

Calliope.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	Star of Comp.
1852 Dec. 20	12h 5m 39s8	4h 39m 33s24	+8,145	63°15′ 53″5	−9,6615	B. A. C. 1444, 1497
—	12 25 35,9	4 39 32,50	+8,246	63 15 49,7	−9,6692	——— ———

Assumed mean places of stars for 1852,0.

	R. A.	N. P. D.	Authority.
B. A. C. 1444	4h 32m 4s30	61°40′ 35″26	Greenw. 12-years Catalogue.
——— 1497	4 43 32,98	62 21 19,10	Edinburgh Observations.

Comet II. 1852.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	Star of Comp.
1853 Jan. 8	11ʰ41ᵐ 0ˢ0	12ʰ21ᵐ 3ˢ66	−9,058	20°20′ 23″4	−9,3498	B. A. C. 4246
—	12 0 51,9	12 20 58,93	−9,052	20 20 21,2	−9,2249	———

Assumed mean place of star for 1853,0.

	R. A.	N. P. D.	Authority.
B. A. C. 4246	12ʰ28ᵐ29ˢ61	19°10′ 2″84	Greenwich Observations.

Comet I. 1853.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	Star of Comp.
1853 March 29	8ʰ27ᵐ55ˢ6	4ʰ32ᵐ27ˢ40	+8,555	81° 7′ 27″9	−9,8737	B. A. C. 1516
—	8 50 52,6	27,13	+8,575	3,5	−9,8786	——— ———
April 2	8 36 38,9	4 31 58,15	+8,578	79 28 2,7	−9,8732	——— 1584

Assumed mean places of stars for 1853,0.

	R. A.	N. P. D.	Authority.
B. A. C. 1516	4ʰ46ᵐ48ˢ36	80° 5′ 12″95	Edinburgh Observations.
——— 1584	4 59 52,81	81 41 49,42	——— ———

Iris.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	Star of Comp.
1853 May 10	9ʰ 5ᵐ31ˢ8	11ʰ27ᵐ49ˢ16	+7,841	93°51′ 28″5	−9,9227	B. A. C. 3916
—	11 45 9,5	48,97	+8,485	10,7	−9,9154	———
—	12 20 6,0	48,96	+8,533	4,7	−9,9128	———
17	9 40 30,9	11 28 28,29	+8,235	93 35 16,6	−9,9197	———
—	10 20 25,6	28,44	+8,365	14,0	−9,9180	———

Assumed mean place of star for 1853,0.

	R. A.	N. P. D.	Authority.
B. A. C. 3916	11ʰ22ᵐ48ˢ22	92°11′ 35″65	Greenw. 12-years Catalogue.

Victoria.

	Greenw. M. T.	R. A.	Log. $\frac{p}{P}$	N. P. D.	Log. $\frac{q}{P}$	Star of Comp.
1853 May 14	10ʰ54ᵐ40ˢ9	14ʰ3ᵐ 7ˢ00	+7,253	106° 0′ 6″7	−9,9697	α² Librae.
—	11 46 36,2	14 3 5,00	+8,040	105 59 44,8	−9,9669	———
17	10 30 42,0	14 0 52,98	Mer.	105 30 31,6	−9,9684	———
—	11 25 36,7	14 0 51,34	+7,992	105 30 8,8	−9,9662	———

Mean place of star for 1853,0.

	R. A.	N. P. D.	Authority.
α² Librae	14ʰ42ᵐ45ˢ18	105°25′ 39″23	Greenwich Observations 1849—50

John Hartnup.

Beobachtungen des neuesten Planeten auf der Bilker Sternwarte.

	M. Zt. Bilk.	Sch. Oerter des Planeten.		Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne.			Grösse.
1853 Mai 14	10h 17m 49s 1	206° 3′ 26″0	−9° 57′ 32″4	9	206° 16′ 52″2	−9° 57′ 21″9	B. Z. 243	7.8
14	11 33 42,6	206 2 51,5	57 25,2	10	52,2	21,9		
15	10 48 26,4	205 53 37,2	55 48,7	13	52,2	21,9		
16	10 51 17,4	205 44 23,7	54 14,0	15	52,2	21,9		
24	10 29 33,4	204 43 29,5	46 19,5	9	205 48 50,7	−9 46 36,6	B. Z. 243	9
25	10 26 34,9	204 37 32,9	−9 45 51,8	8	50,7	36,5		

Die Taufe des Planeten ist durch Sr. Excellenz den wirklichen Geheimen Rath Freiherrn *Alexander v. Humboldt* gütigst vollzogen worden. Demgemäss beehre ich mich, den Herren Astronomen ergebenst anzuzeigen, dass der Planet den Namen **Proserpina** und das Zeichen eines Granatapfels mit einem Stern im Innern (⚴) erhalten hat.

Bilk, im Mai 1853. *R. Luther.*

Elemente und Ephemeride der Phocea.

Elemente,
berechnet aus den Beobachtungen: Marseille April 6 und 8, Bilk Mai 2 und Bonn Mai 25.

Epoche: Mai 2,42860 mittl. Berl. Zt.

Mittl. Anomalie	306° 30′ 11″2	Mittl. Aequin.
☊	214 7 49,9	1853,0
π	302 43 3,9	
i	21 53 22,3	
φ	14 26 31,8	
log. a	0,381084	
log. μ	2,978381	

Mit diesen Elementen habe ich folgende Ephemeride für 0h mittl. Berl. Zeit berechnet.

	α.	δ.	log. Δ
1853 Mai 30	14h 20m 30s	−2° 17′ 9	0,07464
31	20 0	2 5,2	
Juni 1	19 33	1 52,8	
2	14 19 8	−1 40,8	
1853 Juni 3	14h 18m 46s	−1° 29′ 1	0,08134
4	18 26	1 17,8	
5	18 9	1 6,9	
6	17 53	0 56,3	
7	17 39	0 46,1	0,08449
8	17 26	0 36,2	
9	17 15	0 26,7	
10	17 6	0 17,5	
11	16 58	0 8,7	0,09654
12	16 53	−0 0,3	
13	16 50	+0 7,8	
14	16 49	0 15,5	
15	16 48	0 22,9	0,10515
16	16 50	0 29,9	
17	16 54	0 36,6	
18	17 0	0 43,0	
19	14 17 8	+0 49,0	0,11418

Bonn, Mai 31. *A. Krueger.*

Beobachtungen der Iris in der Opposition.

	M. Zt. Hamb.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Sch. Oerter der Vergl.-Sterne.	
März 28	9h 8m 32s 3	177° 8′ 53″1	9,5238n	−7° 48′ 48″2	9,9366	6	11h 50m 16s 26	−7° 43′ 59″2
29	10 16 47,1	176 55 0,8	9,3663n	−7 41 34,3	9,9391	9	11 50 16,26	7 43 59,3
30	9 45 3,0	176 42 9,7	9,3734n	−7 34 49,2	9,9385	7	11 46 28,69	7 34 35,5
31	9 37 46,6	176 29 22,1	9,3693	−7 27 56,4	9,9381	8	{ 11 43 41,35 { 11 45 6,86	7 10 32,4 −7 27 7,2
April 5	10 45 22,0	175 27 15,3		−6 53 3,5	9,9387		Merid.	

Die Sterne, mit welchen der Planet an den 3 ersten Tagen verglichen, sind mehreremale am Meridiankreise bestimmt worden; die Vergleichsterne vom 31sten März sind aus *Lalande*, *Bessel* und *Santini*.

Hamburg, April 25. *Georg Rümker.*

Einige neue Eigenschaften der loxodromischen Linie.

Die Loxodrome der Seefahrer hat, wie bekannt, mit der logarithmischen Spirale die Eigenschaft gemein, dass, so wie diese die Radienvectoren, jene die Meridiane unter einem constanten Winkel durchschneidet. Nach *Halley's* schöner Bemerkung ist ferner die logarithmische Spirale die stereographische Projection der Loxodrome auf die Aequatorebene, und wenn man sich nun an die von *Jac. Bernoulli* gefundene Eigenschaft jener Spirale erinnert, vermöge der aus ihrer Evolution wiederum eine logarithmische Spirale hervorgeht, so liegt die Frage nahe, ob nicht die sphärische Evolute der Loxodrome ebenfalls eine loxodromische Linie sei. Die Frage scheint, so viel ich beim Nachschlagen finde, noch nicht betrachtet zu sein; sie lässt sich, wenn man bei der Untersuchung von den in der Astronomie gebräuchlichen rechtwinkligen sphärischen Coordinaten Anwendung macht, ohne Schwierigkeit dahin beantworten, dass durch die Evolution der Loxodrome eine neue Loxodrome nicht erzeugt wird.

Obgleich hiernach auf die Loxodrome, in dieser Beziehung, nicht das bekannte „eadem numero mutata resurgit“, wie auf ihre Projection die spira mirabilis Anwendung findet, besitzt die Evolute derselben dennoch einige sehr bemerkenswerthe Eigenschaften, welche ich hier mitzutheilen mir erlaube. Diese Evolute ist nämlich eine Projection der längst bekannten Kettenlinie auf die Kugel, und so fügt es denn ein seltsames Spiel des Zufalls, dass die Krümmung des vom Winde geschwellten Segels geometrisch verwandt ist mit dem Wege, welchen das Schiff bei unverändertem Curse durchläuft.

Bezieht man die Lage eines Punctes der Kugelfläche auf den grössten Kreis des Aequators und nennt die sphärischen rechtwinkligen Coordinaten des Punctes α und δ, so ist, wenn man mit A den constanten Winkel bezeichnet, unter dem die Loxodrome alle Meridiane durchschneidet, die Differentialgleichung an dieselbe

$$-\frac{d\alpha \cos\delta}{d\delta} = tg\, A \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

aus deren Integration hervorgeht

$$\log tg\left(45 - \frac{\delta}{2}\right) = \alpha \, cotg\, A \ldots\ldots\ldots (2)$$

ohne Hinzutreten einer Constanten, wenn man die sphärischen Abscissen vom Durchschnitt der Loxodrome mit dem Aequator an rechnet.

Der sphärische Krümmungskreis an den Punkt (α, δ) der Curve hat, ausser den Coordinaten selbst, die beiden ersten Differentialquotienten mit der Curve gemein. Sind also die sphärischen Coordinaten des Krümmungsmittelpunktes α' und δ', und wird der sphärische Radius des Krümmungsradius mit r bezeichnet, so ist zunächst offenbar

$$\cos r = \sin\delta \sin\delta' + \cos\delta \cos\delta' \cos(\alpha-\alpha') \ldots\ldots (3)$$

woraus man zieht

$$\frac{d\alpha}{d\delta} = -\frac{tg\,\delta \cos(\alpha-\alpha') - tg\,\delta'}{\sin(\alpha-\alpha')}$$

und

$$\frac{d^2\alpha}{d\delta^2} = \frac{d\alpha}{d\delta} tg\,\delta - cotg(\alpha-\alpha')\left(\sec\delta^2 + \frac{d\alpha^2}{d\delta^2}\right)$$

Zur Bestimmung der Lage des Mittelpunkts der Krümmung (α', δ') ist damit

$$tg(\alpha-\alpha') = \frac{1 + \frac{d\alpha^2}{d\delta^2}\cos\delta^2}{\left(\frac{d\alpha}{d\delta}\sin\delta - \frac{d^2\alpha}{d\delta^2}\cos\delta\right)\cos\delta} \ldots\ldots\ldots (4)$$

sowie

$$tg\,\delta' = tg\,\delta \cos(\alpha-\alpha') + \frac{d\alpha}{d\delta}\sin(\alpha-\alpha') \ldots\ldots (5)$$

und von diesen Gleichungen stellt die letztere den Normalkreis an die Curve im Punkt (α, δ) dar, weil, wie in der Ebene, der Krümmungsmittelpunkt offenbar in dem Normalkreise liegt. Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{d\alpha}{d\delta} = \varkappa, \qquad 1 + \frac{d\alpha^2}{d\delta^2}\cos\delta^2 = \lambda,$$

$$\frac{d^2\alpha}{d\delta^2}\cos\delta - \frac{d\alpha}{d\delta}\sin\delta = \mu, \quad \sin\delta \frac{d\alpha}{d\delta}\left(1 + \frac{d\alpha^2}{d\delta^2}\cos\delta^2\right) = \nu,$$

und folglich

$$tg(\alpha-\alpha') = -\frac{\lambda}{\mu\cos\delta},$$

so werden ferner

$$\sin\delta' = \frac{\mu \sin\delta - \varkappa\lambda}{(\lambda^2+\mu^2+\varkappa^2\lambda^2-2\mu\nu)^{\frac{1}{2}}} \qquad \cos\delta' = \left(\frac{\lambda^2+\mu^2\cos\delta^2}{\lambda^2+\mu^2+\varkappa^2\lambda^2-2\mu\nu}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\cos r = \frac{\nu-\mu}{(\lambda^2+\mu^2+\varkappa^2\lambda^2-2\mu\nu)^{\frac{1}{2}}} \qquad \sin r = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}}{(\lambda^2+\mu^2+\varkappa^2\lambda^2-2\mu\nu)^{\frac{1}{2}}}$$

mithin *)

$$tg\, r = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}}{\nu-\mu} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Die Unveränderlichkeit des Winkels A vereinfacht ungemein die Anwendung dieser Formeln auf die Loxodrome. Es war oben $\frac{d\alpha}{d\delta} = -tg\, A \sec\delta$, so dass die Hülfsgrössen in diesem Falle sich ergeben

$$\begin{aligned} \varkappa &= -tg\, A \sec\delta \\ \lambda &= \sec .\vartheta^2 \\ \mu &= \text{Null} \\ \nu &= -tg\, A \sec A^2\, tg\,\delta, \end{aligned}$$

und damit ohne Weiteres für den Krümmungshalbmesser der Loxodrome im Punkt (α, δ)

$$cotg\, r = -\sin A\; tg\,\delta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Uebrigens sind die sphärischen Coordinaten des Krümmungsmittelpunktes

$$\left.\begin{aligned} \alpha' &= \alpha \pm \frac{\pi}{2} \\ tg\,\delta' &= \pm tg\, A \sec\delta \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

womit sich zugleich von selbst eine sehr einfache Construction des Krümmungskreises darbietet. Es findet überdies zwischen dem Krümmungsradius und der sphärischen Normale (n) an einen Curvenpunkt die folgende leicht nachweisbare Beziehung statt: die Tangenten der Krümmungsradien verhalten sich umgekehrt wie die Tangenten der Normalen, und zwar ist

$$tg\, r \;\; tg\, n = -cosec\, A^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Aus den Gleichungen (8) in Verbindung mit der Gleichung an die Loxodrome (2) bleiben noch die Coordinaten α und δ zu eliminiren, um zur Gleichung an die Evolute zu gelangen, von welcher wir indess zunächst keinen Gebrauch machen. Dagegen ist nun, wenn α' und δ' die laufenden Coordinaten der Evolute bezeichnen, bezogen auf den Aequator, nach dem Vorhergehenden die Differentialgleichung an dieselbe

$$\frac{d\alpha'}{d\delta'} = \pm \frac{tg\, A}{\cos\delta'^2 \sqrt{(tg\,\delta'^2 - tg\, A^2)}} = \pm \frac{\sin A}{\cos\delta' \,(\sin(\delta'+A)\sin\delta'-A)^{\frac{1}{2}}} \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Es wird daraus ferner

$$\frac{d^2\alpha'}{d\delta'^2} = \mp \frac{\sin A \sin\delta' (\cos 2\delta' + \sin A^2)}{\cos\delta'^2 (\sin(\delta'+A)\sin(\delta'-A))^{\frac{3}{2}}}$$

$$\lambda = \frac{\sin\delta'^2}{\sin(\delta'+A)\sin(\delta'-A)}$$

$$\mu = \mp \frac{\sin A \sin\delta' \cos\delta'}{(\sin(\delta'+A)\sin(\delta'-A))^{\frac{3}{2}}}$$

$$\nu = \pm \frac{\sin\delta'^2\, tg\,\delta \,\sin A}{(\sin(\delta'+A)\sin(\delta'-A))^{\frac{3}{2}}};$$

und der Ausdruck für den sphärischen Radius r' des osculirenden Kreises der Evolute zieht sich zusammen auf

$$cotg\, r' = \frac{\sin A\; tg\,\delta'}{\sin\delta'^3} \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

eine Form, welche durch ihre Aehnlichkeit mit der oben für die Loxodrome gefundenen (7) bemerkenswerth ist. Auch für die Evolute stehen Krümmungsradius und Normale n' in engem Zusammenhang, den eine leichte Rechnung so ergiebt (vergl. 9.)

$$tg\, r' \;\; tg\, n' = -cosec\, A^2 \sin\delta'^4 \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Wenn aber ferner der Winkel gesucht wird, unter welchem die Evolute die Meridiane durchschneidet, und der mit A' bezeichnet werden mag, so sieht man dass, weil allgemein für rechtwinklige sphärische Coordinaten $tg\, A' = -\frac{d\alpha}{d\delta}\cos\delta$, oder weil in den obigen Bezeichnungen bei allen sphärischen Curven $\cos A' = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ ist, die vorstehenden Werthe den Winkel ergeben

$$\cos A' = \frac{\sqrt{(\sin(\delta'+A)\sin(\delta'-A))}}{\sin\delta'}$$

d. h. $$\sin A' = \pm \frac{\sin A}{\sin\delta'} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

welches die der Haupteigenschaft der Loxodrome vom Winkel A entsprechende charakteristische Eigenschaft ihrer Evolute ist. Wie man sieht, drückt diese Relation zugleich aus, dass das sphärische Perpendikel, vom Endpunkt der Abscisse eines Evolutenpunktes gefällt auf die Normale an den zugehörigen Loxodromenpunkt constant ist, und zum Maass den Winkel A hat oder sein Supplement.

*) Die Theorie der sphärischen Evolution findet sich zuerst in *Gudermann*'s analytischer Sphärik. Köln 1830.

Um die Natur der Loxodromen-Evolute näher zu erkennen, wollen wir die Gleichung an dieselbe aufstellen. Die Elimination von α und δ zwischen den drei Gleichungen (8) und (2) giebt

$$e^{(2\alpha' \pm \pi)\, cotg\, A} = \frac{\sin\delta' \cos A - \sqrt{(\sin(\delta'+A)\sin(\delta'-A))}}{\sin\delta' \cos A + \sqrt{(\sin(\delta'+A)\sin(\delta'-A))}}$$

wofür man schreiben kann

$$\alpha' \pm \frac{\pi}{2} = tg\, A \log \left\{ \frac{tg\,\delta' - \sqrt{(tg\,\delta'^2 - tg\, A^2)}}{tg\, A} \right\}$$

oder nach δ' aufgelöst in einfachster Form

$$tg\,\delta' = \pm \tfrac{1}{2}\, tg\, A \left\{ e^{\left(\alpha' \pm \frac{\pi}{2}\right) cotg\, A} + e^{-\left(\alpha' \pm \frac{\pi}{2}\right) cotg\, A} \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

woraus man schliesst, dass die Evolute der Loxodrome aus zwei gesonderten Spiralen gebildet wird, jede eingeschlossen durch einen Polarkreis vom Radius $90-A$, und jede ihrem Pol in unendlich vielen Windungen asymptotisch sich nähernd. Der zweite zu jeder dieser Spiralen gehörige congruente Zweig enthält die Krümmungsmittelpunkte der Gegencurve der Loxodrome und kommt hier nicht weiter in Betracht.

Es kommt dieser Curve die Eigenschaft zu, dass ihre Bogenlängen, von einem gewissen Punkte an gerechnet, gleich sind der Cathete eines rechtwinkligen sphärischen Dreiecks, dessen Hypothenuse die Applicate δ' und dessen andere Cathete die Constante A der Loxodrome. In der That hat man, weil in den hier angewandten Coordinaten für das sphärische Bogenelement ds' allgemein gilt

$$ds' = d\delta' \sqrt{\left(1 + \frac{d\alpha^2}{d\delta'^2} \cos\delta'^2\right)}$$

im gegenwärtigen Falle

$$ds' = \frac{d\delta' \sin\delta'}{\sqrt{(\sin(\delta'+A)\sin(\delta'-A))}} \ldots\ldots\ldots (15)$$

Führt man einen Bogen ψ ein, bestimmt durch die Gleichung $\cos\psi \cos A = \cos\delta'$, so ist, weil gleichzeitig $d\psi = \frac{\sin\delta'\, d\delta'}{\cos A \sin\psi}$ und $\sin\psi = \sec A \sqrt{(\sin\delta'^2 - \sin A^2)}$, auf der Stelle $ds' = d\psi$, und also,

$$\cos s' . \cos A = \cos\delta' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

Zieht man es dagegen vor, die Länge des Bogens der Loxodromen-Evolute durch die sphärischen Abscissen auszudrücken, so erhält man (vergl. 14)

$$tg\, s' = \tfrac{1}{2} \sin A \left\{ e^{\left(\alpha' \pm \frac{\pi}{2}\right) cotg\, A} - e^{-\left(\alpha' \pm \frac{\pi}{2}\right) cotg\, A} \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

Jeder Zweig der Evolute schliesst man weiter, ist in seiner ganzen Ausdehnung dem Quadranten des grössten Kreises gleich, was sich freilich auch unmittelbar ergiebt aus den extremen Werthen für die Krümmung der evolvirenden Loxodrome.

Projicirt man vom Mittelpunkt der Kugel aus, den zugehörigen Evolutenzweig der Loxodrome auf den Aequatorealcylinder, so geht aus der Abwickelung desselben eine ebene Curve hervor von der Form

$$y = \tfrac{1}{2} C \left(e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}} \right),$$

welche, wie man sieht, die Catenaria ist. Damit ist ein unerwarteter Zusammenhang zwischen zwei berühmten ebenen Linien dargethan.

Ein auf der Kugelfläche sich bewegender Punkt durchschneide nun die Meridiane unter einem veränderlichen Winkel A', so dass

$$tg\, A' = tg\, A \sin\delta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

wo A wiederum den constanten Loxodromenwinkel bedeute. Da nun hier offenbar

$$\frac{d\alpha \cos\delta}{d\delta} = - tg\, A \sin\delta,$$

so erhält man ohne weiteres als Gleichung der jetzt beschriebenen sphärischen Curve

$$\log \cos\delta = \alpha\, cotg\, A \ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

Eine Constante tritt nicht hinzu, wenn δ für α gleich Null verschwinden soll. Lässt man von dieser Curve eine senkrechte Cylinderfläche auf die Aequatorebene herab, so ist, wenn γ und α der ebenen Curve Polarcoordinaten sind,

$$\gamma = e^{\alpha\, cotg\, A}$$

d. h. unter der jetzigen Bedingung (18) ist die orthographische Projection eine logarithmische Spirale. Diese durch orthographische Zurückwerfung der stereographischen Projection der Loxodrome entstehende sphärische Curve ist mehrfach mit ihrer Erzeugerinn verknüpft. Zunächst kann man bemerken, dass die Gleichung an ihre sphärische Tangente, wenn α' und δ' die laufenden Coordinaten derselben sind,

$$tg\,\delta' = tg\,\delta \cos(\alpha - \alpha') - tg\, A \sin(\alpha - \alpha')$$

und die Gleichung an den Normalkreis

$$tg\,\delta' = tg\,\delta\, (\cos \alpha - \alpha' - tg\, A \sin(\alpha - \alpha')).$$

Lässt man in letzterer δ' verschwinden, so kommt

$$tg\,(\text{Subnormale}) = cotg\,A \,\ldots\ldots\ldots\ldots (20).$$

Diese Eigenschaft der constanten Subnormale ist um so charakteristischer, als bekanntlich unter den ebenen Curven die Parabel vom 2. Grade die einzige ist, für welche das Stück der Abscissenaxe zwischen Normale und Applicate constant bleibt. *)

Auch das sphärische Flächenstück f, welches diese Curve mit dem Aequator und dem begränzenden Meridiane einschliesst, ist leicht angebbar, und führt auf die Loxodrome zurück. In Kugelcoordinaten ist allgemein $df = sin\,\delta\, d\alpha$, und also hier

$$f = -tg\,A \int sin\,\delta\; tg\,\delta\; d\delta + \text{Const.};$$

es wird folglich, wenn f und δ gleichzeitig verschwinden sollen

$$f = tg\,A\,(sin\,\delta + log\,tg\,(45 - \frac{\delta}{2})).$$

Erinert man sich der Gl. (2) und (18) so ist auch

$$f = tg\,A' + \alpha\ (\text{Lox.}) \,\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

so dass das sphärische Flächenstück zum Maass hat die Tangente des Winkels, unter welchem die Curve den begränzenden Meridian durchschneidet, vermehrt um die dem Parallel zugehörige loxodromische Abscisse.

*) Bei der sphärischen Parabel, d. h. dem geometrischen Ort des gleichen sphärischen Abstandes von einem Punkt der Kugelfläche und einem grössten Kreise, deren Gleichung in rechtwinkligen sphärischen Coordinaten $tg\,y^2 = tg\,q\,cos\,2\,x$, sind in Polarcoordinaten $tg\,r = \frac{tg\,q}{1 + sin\,2\,e\,cos\,\varphi}$, ist die Subnormale dagegen nicht constant.

Geht man endlich zum Mantel der projicirenden Cylinderfläche über, so ist zunächst das Bogenelement der ebenen Spirale $log\,\gamma = \alpha\,cotg\,A$ bekanntlich $ds = -sec\,A\,d\gamma$, und weil in der orthographischen Projection der Radiusvector gleich $cos\,\delta$, zugleich

$$ds = sec\,A\,sin\,\delta\,d\delta.$$

Der mit δ gleichzeitig verschwindende Cylindermantel, soweit er in der Halbkugel eingeschlossen ist, wird sonach

$$F = sec\,A \int sin\,\delta^2\,d\delta = \tfrac{1}{2}\,sec\,A\,(\delta + sin\,(45-\delta)^2 - \tfrac{1}{2}) \,..(22)$$

Für eine Zone von der Breite $2\,\delta'$, wenn man vom 45. Parallel ausgeht, ist offenbar

$$\int_{45-\delta'}^{45+\delta'} sin\,\delta^2\,d\delta = \delta',$$

folglich das Stück der projicirenden Cylinderfläche, welches von den Ebenen der Parallele $45-\delta'$ und $45+\delta'$ begränzt wird

$$\overset{(45+\delta')}{\underset{(45-\delta')}{F}} = sec\,A\,\delta' \,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

Die rechte Seite rectificirt aber, wie seit langer Zeit bekannt, die Loxodrome zwischen den Parallelen δ und $\delta + \delta'$. Hieraus, oder indem man das Integral (22) nimmt zwischen den Gränzen Null und $\frac{1}{2}\pi$, folgt der Satz: Errichtet man auf der stereographischen Aequatorprojection der Loxodrome einen orthogonalen Cylinder, so hat die Oberfläche seiner unendlich vielen von der Halbkugel eingeschlossenen Windungen zum Maas die halbe Loxodromenlänge auf der Halbkugel.

Leipzig, im April 1853.

H. d'Arrest.

Berichtigung.

In Nr. 856 der Astr. Nachr. p. 252 Zeile 5 von unten ist die N.P.D. der Parthenope März 18 wie folgt zu verbessern: Statt 70°3′52″6 lese man 70°17′16″4.

Elemente und Ephemeride der Proserpina.

Elemente

berechnet aus den Berliner Beobachtungen von Mai 16, 22 und 29.

M	41°49′59″7	1853 Juni 0. Berl. mittl. Zeit.
π	175 9 22,0	mittl. Aequin. 1853 Jan. 0.
Ω	45 36 26,4	
i	3 43 20,1	
φ	3 57 17,3	
log. a	0,4129310	
„ μ	2,930160	

Die Elemente stellen den mittleren Ort genau dar.

Ephemeride für 12^h mittl. Berliner Zeit.

	AR. in Zeit.	Decl.	Log. Δ
1853 Juni 1	13h 36m 28s	− 9° 46′ 7	0,2150
2	36 18	9 47,4	
3	36 9	9 48,3	
4	36 2	9 49,3	
5	35 56	9 50,5	0,2249
6	35 52	9 51,7	
7	35 49	9 53,1	
8	35 48	9 54,6	
9	35 49	9 56,2	0,2352
10	35 51	9 58,0	
11	35 55	9 59,9	
12	36 0	10 1,9	
13	36 7	10 4,1	0,2458
14	36 16	10 6,4	
15	36 26	10 8,9	
16	36 38	10 11,5	
17	36 51	10 14,2	0,2565
18	13 37 6	−10 17,1	
1853 Juni 19	13h 37m 22s	−10° 20′ 0	
20	37 39	10 23,0	
21	37 58	10 26,3	0,2674
22	38 19	10 29,6	
23	38 41	10 33,0	
24	39 4	10 36,6	
25	39 29	10 40,2	0,2783
26	39 55	10 43,9	
27	40 23	10 47,8	
28	40 52	10 51,8	
29	41 22	10 55,9	0,2892
30	41 53	11 0,1	
Juli 1	42 26	11 4,4	
2	43 0	11 8,8	
3	13 43 36	−11 13,2	0,3001

Berlin 1853, Juni 1.

George Rümker.

Elemente und Ephemeride der Themis.

Epoche Mai 2,437372 mittl. Berl. Zeit.

M	=	51° 25′ 34″8
π	=	115 45 50,3
Ω	=	35 35 47,3 m. Aeq. 1853,0
i	=	0 49 27,2
φ	=	8 1 53,6
log. a	=	0,4878150
„ μ	=	2,8182841
„ e	=	9,145254

Diese Elemente sind berechnet aus Neapel April 6, Berlin Mai 2 und Mai 25.

Ephemeride für 12^h mittl. Berl Zeit.

	α.	δ.	Log. Δ
1853 Juni 1	11h 12m 23s	+5° 35′ 0	0,4160
2	13 3	30,4	
3	13 45	25,7	
4	14 28	20,9	
5	15 11	16,0	0,4255
6	15 55	11,0	
7	16 40	5,9	
8	17 26	+5 0,8	
9	18 13	+4 55,6	0,4350
10	19 1	50,2	
11	19 49	44,8	
12	20 38	39,3	
13	21 28	33,7	0,4441
14	22 18	28,1	
15	23 9	22,4	
16	24 1	26,5	
17	24 53	10,6	0,4531
18	11 25 46	+4 4,6	
1853 Juni 19	11h 26m 39s	+3° 58′ 6	
20	27 33	52,6	
21	28 27	46,5	0,4619
22	29 22	40,3	
23	30 18	34,1	
24	31 15	27,8	
25	32 12	21,4	0,4704
26	33 10	14,9	
27	34 9	8,3	
28	35 8	+3 1,7	
29	36 8	+2 55,1	0,4787
30	37 8	48,4	
Juli 1	38 9	41,6	
2	39 10	34,7	
3	40 11	27,8	0,4868
4	41 13	20,8	
5	42 16	13,8	
6	43 19	+2 6,8	
7	44 23	+1 59,7	0,4947
8	45 27	52,5	
9	46 31	45,3	
10	47 36	38,0	
11	48 42	30,7	0,5023
12	49 48	23,3	
13	50 54	15,9	
14	52 1	8,5	
15	53 8	+1 1,0	0,5096
16	54 15	+0 53,5	
17	55 23	45,9	
18	56 31	38,3	
19	11 57 40	+0 30,6	0,5167

Berlin 1853, Juni 1.

C. Bruhns.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 863.

Micrometrical Measurements of the Double Stars

ε Bootis, ξ Ursae Majoris, γ Virginis, 44 Bootis, ζ Bootis, and ζ Herculis, made at the Observatory, Whitehaven,

by *J. F. Miller* F. R. S.

ε Bootis.

Magnitudes, 3, 7.5 Colours, Yellow and Sea Green.

Reference Number.	Angle of Position.	Wt.	Number of Obs.	Dist.	Wt.	Number of Obs.*)	Power.	Epoch.
98	321° 58′	3	8	2″862	2	9	308	1852.279
124	321 1	4	8	2,839	3	8	500	1853.230
137	320 39	2	9	2,736	1	3	500	.304
Means	321 15	9	25	2,829	6	20		1852.937

124. With this power, the small star is obviously sea green. — though, with 250, it was pronounced to be bright blue. There is no certain evidence of change in this star, either in Position or in Distance.

ξ Ursae Majoris.

Magnitudes 4½, 5. Both stars White.

Reference Number.	Angle of Position.	Wt.	Number of Obs.	Dist.	Wt.	Number of Obs.	Power.	Epoch.
119	119° 36′	3	8	2″962	2	8	308	1853.082
121	118 46	2	8	2,991	4	8	250	.189
122	118 7	4	8	2,974	4	8	250	.191
131	118 52	4	8	3,097	4	8	500	.298
Means	118 47	13	32	3,012	14	32		1853.190
Means	122 17	20	57	2,898	18	52		1852.129

γ Virginis.

Magnitudes 3.2, 3.5. Both stars White.

Reference Number.	Angle of Position.	Wt.	Number of Obs.	Dist.	Wt.	Number of Obs.	Power.	Epoch.
123	175° 7′	4	8	3″114	4	8	500	1853.227
125	175 11	4	8	3,067	4	8	500	.241
126	175 15	4	8	3,167	4	8	500	.241
129	174 44	4	8	3,041	4	8	500	.243
130	174 58	4	9	3,274	1	8	500	.298
136	174 33	1	7	——	—		500	.304
139	174 20	2	8	——	—		500	.312
Means	174 54	23	56	3,108	17	40		1853.266
Means	175 17	11	48	3,122	7	24		1852.262
Means	175 54	7	15	3,040	3	8		1851.475

The upper Star is still the brightest.

*) The distances represent double measures throughout, consequently each set really consists of 16 observations.

44 Bootis.

Magnitudes 5, 5½. Both stars White.

Reference Number.	Angle of Position.	Wt.	Number of Obs.	Dist.	Wt.	Number of Obs.	Power.	Epoch.
127	240°25′	4	8	4″291	4	8	500	1853.241
128	240 25	4	8	4,349	3	8	500	.241
134	239 20	3	8	4,361	2	9	500	.304
135	239 36	2	7	4,367	2	8	500	.304
140	240 52	4	8	4.370	4	8	500	.315
Means	240 14	17	39	4,349	15	41	500	1853.281

The collected measures shew that the stars have been gradually opening, since the distance was first determined by *Struve*, in 1819.

	Position.	Dist.	Epoch.
Herschel I.	60° 10		1781.62
Struve	228,0	1″50	1819.43
do.	233,65	2,555	1829.20
Dawes	235,65	3,280	1833.39
do. (Bishop's Cat.)	235,60	3,841	1842.39
Hind do.	237,99	4,261	1847.09
Miller	240,23	4,349	1853.28

ζ Bootis.

Magnitudes 4.5, 4.5. Both stars White.

Reference Number.	Angle of Position.	Wt.	Number of Obs.	Dist.	Wt.	Number of Obs.	Power.	Epoch.
133	127°38′	4	8	1″2 Est.	—	—	500	1853.298
138	127 32	2	8	1,1 „	—	—	500	.312
141	126 33	4	8	1,202	4	8	500	.315
143	127 25	4	8	1,181	4	8	500	.317
Means	127 14	14	32	1,191	8	16		1853.310

A comparison of prior measures with the above appears to indicate the fixity of this pair.

	Position.	Distance.	Epoch.
Herschel I.	131°98	1″00	1796.60
Struve	129,28	1,19	1830.47
Dawes	128,28	1,32	1832.47
do. (Bishop's Cat.)	127,03	—	1841.57
do. do.	127,03	1,039	1843.32
Miller	127,23	1,191	1853.31

I cannot say that I have ever seen this star fairly divided before the present spring.

ζ Herculis.

Magnitudes 3, 7. Colours, *A)* Yellow, *B)* Purple?

Reference Number.	Angle of Position.	Wt.	Number of Obs.	Dist.	Wt.	Number of Obs.	Power.	Epoch.
132	77° 28′	1	8	1″5 Est.	1	—	500	1853.298
142	78 49	4	8	1,454	3	8	500	.315
144	78 38	4	8	1,334	4	8	500	.317
146	79 40	2	8	1,422	1	8	500	.324
147	78 8	2	9	——	—	—	500	.378
149	78 25	3	8	——	—	—	500	.380
Means	78 38	16	49	1,402	9	24		1853.335
Means	84 4	4	16	——	—	—		1852.769
Means	89 9	6	16	——	—	—		1851.650

This elegant binary star, with the short period of 35 years, moves with such rapidity in its orbit, that the angular motion of the acolyte is quite appreciable, year by year. The Epochal results indicate an increase in the Distance, of late years, — and, I believe, the interval between the components is now not far short of 1½ seconds.

	Position.	Dist.	Epoch.
Herschel I.	69°30		1782.55
Struve	23,40	0"910	1826.63
do.	196,99	1,094	1835.45
do.	168,65	1,030	1838.44
Dawes (Bishop's Cat.)	150,67	1,230	1840.66
do. do.	129,89	1,298	1843.58
Struve	119,06	1,248	1845.27
Dawes	112,23	——	1846.83
Miller	89,15	——	1851.650
do.	84,06	——	1852.769
do.	78,63	1,402	1853.335

The comparison of ζ Herculis has been pretty steadily visible in my telescope, during the last three years.

Between the 24th of March and the end of April, we were favoured with an uninterrupted continuance of the finest Astronomical weather I almost ever remember, — and, it was during this period that most of the above results were obtained.

The eye-piece employed was a new lens of admirable workmanship, — power 500, made by Mr. *Simms*, with which systems of the 3rd and 4th magnitude (under illumination) presented perfect discs, with scarcely a trace of rings. Indeed, nothing could exceed the beauty and sharpness of the stellar definition with this eye-piece, — and, I prefer it to any lower power, when the Atmosphere is at all tolerably steady.

During the Magnificent weather which has prevailed since the commencement of May, the astral definition has been so deplorable, that I have only obtained 3 sets of Positions in as many weeks, with the apparent advantage of an almost continuously bright and unclouded sky. Since the beginning of the month, the air has been in an exceedingly dry state, the Dew point ranging from 12° to 22°5 below the temperature of the Air. *)

To the very unequal distribution of moisture over the upper and lower strata of the Atmosphere, the twirling, moulding, and blotted appearance of the stars, is, no doubt, to be attributed.

Observatory, Whitehaven, May 24th, 1853.

*) To day (24th) at 3 pm, the difference between the temperature of the air and of Evapr. was 16°3, and, the complement of the Dew Point 24°5.

Beobachtungen der Themis auf der Bonner Sternwarte.

Den Planeten Themis hat Herr *Förster* fortgefahren zu beobachten, so oft es das Wetter erlaubte; ich setze Ihnen die sämmtlichen von ihm erhaltenen Positionen hierher, auch die Ihnen schon früher mitgetheilten, da sie durch eine genauere Bestimmung des Vergleichsterns aus 2 hiesigen Meridian-Beobachtungen wesentliche Aenderungen erlitten haben.

	M. Zt. Bonn.	Sch. AR.	Sch. Decl.	Beob.		
April 27	9h 38m 4"0	164°53' 32"2	+7° 8' 47"1	3	*a*	S.
28	9 28 3,1	164 53 52,1	7 8 11,4	4	*a*	S.
29	10 2 20,0	164 54 39,5	7 7 30,4	6	*a*	S.
Mai 1	9 48 40,4	164 56 53,4	7 5 40,1	6	*a*	S
2	9 47 34,8	164 59 31,4	7 4 33,4	8	*a*	S.
4	10 35 55,8	165 2 40,8	7 1 58,0	8	*a*	S.
5	9 42 48,7	165 5 19,5	7 0 30,8	8	*a*	S.
8	10 39 16,6	165 15 23,7	6 55 2,8	8	*b*	NS.
10	10 17 38,8	165 23 37,5	6 50 59,7	8	*b*	NS.
13	10 21 56,1	165 37 40,9	+6 44 9,6	6	*c*	N.

Die angenommenen scheinbaren Oerter der Vergleichsterne sind:

a	April 28	165° 0' 56"2	+7°18' 11"3
	Mai 4	55,5	11,6
b	— 8	165 10 51,0	+6 54 11,8
	— 10	50,7	11,9
c	— 13	165 34 33,7	+6 33 40,2

a habe ich, wie erwähnt, am Meridiankreise bestimmt, *c* ist ein *Bessel*'scher Stern und *b* durch Kreismicrometer-Beobachtungen an den letztern angeschlossen.

Bonn 1853, Mai 16.

Fr. Argelander.

Beobachtungen der Themis, Phocea und Proserpina auf der Berliner Sternwarte.

Themis.

1853		M. Zt. Berlin.	α.	δ.	Beob.	
Mai	2	10ʰ47ᵐ38ˢ0	164°58′20″4	+7° 4′36″0	4	*a*
	5	11 38 42,3	165 5 29,7	7 0 25,8	10	*a*
	13	12 4 52,0	165 37 49,0	6 43 56,7	10	*b*
	14	10 13 48,8	165 42 47,4	6 41 27,1	11	*c*
	15	10 35 55,2	165 48 33,9	6 38 45,2	10	*c*
	19	10 9 17,1	166 13 53,9	6 26 35,3	10	*d*
	22	10 37 47,9	166 35 53,0	6 16 14,0	7	*e*
	23	10 1 57,2	166 43 30,4	6 12 43,5	10	*e*
	24	9 55 42,5	166 51 37,3	6 9 0,0	11	*f*
	25	10 14 28,6	167 0 3,3	6 5 4,1	12	*f*
	29	11 6 37,4	167 36 2,6	+5 48 33,9	8	*g*

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0.

a	163°16′58″0	+6°53′25″5	B. Z. 64, 69, 236.
b	166 44 10,5	6 47 36,6	—— 237, Lal. 21487.
c	166 33 7,7	6 44 18,8	—— 236, —— 21463, und Rümker 3480.
d	165 34 16,1	6 33 41,9	B. Z. 157.
e	166 54 28,8	6 15 12,3	——
f	166 43 26,1	6 3 46,0	——, Rümk. 3487.
g	168 21 4,7	+5 41 13,1	——, Lal. 21629.

Phocea.

1853		M. Zt. Berlin.	α.	δ.	Beob.	
Mai	15	11ʰ38ᵐ42ˢ2	217°27′37″6	−5°46′24″7	10	*a*
	16	11 5 16,6	217 16 15,1	5 40 9,9	10	*a*
	17	11 19 17,4	217 4 33,8	5 23 18,4	10	*b*
	18	11 3 23,7	216 53 28,1	5 6 59,2	10	*c*
	19	11 45 24,3	216 42 17,5	4 50 26,7	9	*d*
	20	11 2 34,8	216 32 0,4	4 35 2,7	10	*e*
	22	12 1 16,2	216 11 10,1	4 3 23,0	10	*f*
	23	11 54 4,6	216 1 34,0	3 48 34,3	10	*f*
	24	11 48 32,9	215 52 23,1	3 33 46,0	10	*g*
	25	12 5 27,4	215 43 19,4	−3 19 6,7	10	*h*

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0.

a	218°18′43″4	−5°49′28″5	Taylor 7758.
b	218 21 41,6	5 22 35,2	B. Z. 81.
c	216 56 0,0	5 11 3,2	—— 239.
d	217 32 38,2	4 54 23,5	Taylor 7736.
e	217 0 33,9	4 37 19,8	B. Z. 81 und Lal. 26596.
f	216 47 5,2	4 0 12,8	—— —— 26577.
g	215 35 24,1	3 35 17,2	Taylor 7670.
h	215 34 42,7	−3 22 11 0	B. Z. 81.

Proserpina.

		M. Zt. Berlin.	α.	δ.	Beob.	
1853 Mai	16	11ʰ28ᵐ14ˢ6	205°44′13″2	−9°54′14″4	10	*a*
	17	10 17 36,2	205 35 46,2	52 53,5	10	*a*
	18	10 27 49,4	205 27 8,4	51 34,5	8	*a*
	19	10 55 54,4	205 18 45,7	50 21,4	8	*a*
	22	10 49 13,6	204 56 25,6	47 30,2	10	*b*
	23	10 42 28,0	204 49 42,7	46 50,3	11	*b*
	24	10 57 5,1	204 43 21,5	46 16,6	10	*b*
	25	10 55 33,0	204 37 32,0	45 53,2	10	*c*
	29	11 34 55,8	204 17 42,0	−9 45 33,3	10	*d*

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0.

a	206°16′34″5	−9°57′14″7	B. Z. 243.
b	205 48 33,1	−9 46 29,4	——
c	204 23 23,6	−9 46 46,6	
d	203 24 11,0	−9 42 28,9	B. Z. 238, 243 und Lal. 25244.

Stern *c* ist der vorangehende von 2 und vom Herrn Dir. *Rümker* bestimmt. Lal. 25348 ist mit diesem identisch, der mittl. Ort für 1853,0 204°23′20″1 −9°46′33″7.

An den Beobachtungen haben die Herren *Lesser* und *Rümker* Theil genommen.

Berlin 1853, Juni 1.

C. Bruhns.

Beobachtungen der Themis, der Phocea und der Proserpina auf der Wiener Sternwarte.

Themis.

	M. Zt. Wien.	α.	Log. F. P.	δ.	Log. F. P.	Vergl.	Vgl.-St.	Beob.
1853 Mai 2	9ʰ26ᵐ22ˢ4	10ʰ59ᵐ54ˢ20	8,124	+7°4′36″5	9,820	4	*a*	*Hornstein.*
3	9 45 4,3	11 0 1,79	8,241	+7 3 26,4	9,823	6	*a, b*	———

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0.

a	11ʰ 2ᵐ35ˢ31	+7° 6′ 7″9	1 Meridiankreis-Beobachtung.
b	10 59 14,98	+7 29 33,3	Lal. 21288, B. Z. 69, 236.

Phocea.

	M. Zt. Wien.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Vgl.-St.	Beob.
1853 Mai 23	11ʰ0ᵐ27ˢ2	14ʰ24ᵐ 7ˢ92	7,906	−3°49′ 5″0	9,896	4	*a*	*Hornstein.*
24	10 3 12,2	14 23 32,43	7,320*n*	−3 34 47,7	9,896	6	*b*	———

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0.

a	14ʰ22ᵐ51ˢ31	−3°24′ 29″0	Piazzi und Taylor.
b	14 22 21,60	−3 35 16,8	——— ———

Bei Gelegenheit der Uebersendung dieser Beobachtungen erlaube ich mir den Wunsch auszusprechen, dass es den Herren Entdeckern neuer Himmelskörper künftig gefallen möge, nicht bloss die beiden ersten ihnen gelungenen Positionen, sondern möglichst bald einen dritten Ort mitzutheilen, was ihnen sehr leicht sein muss, und uns andern grosse Mühe ersparen würde. In der That ist, seitdem einmal durch *Hind*'s grosses Verdienst die wahre Fundgrube der Asteroiden erschlossen wurde, gar nicht abzusehen, wie hoch sich die Fruchtbarkeit des Himmels an diesen kleinen Körpern noch steigern werde, und könnte ohne jene Gefälligkeit des Entdeckers die Thätigkeit der meisten Sternwarten für eine geraume Weile in unerquicklichem und sonst ganz unnützem Mappiren der verschiedensten Himmelsgegenden absorbirt werden.

Proserpina

	M. Zt. Wien.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Beob.
1853 Mai 27	10ʰ18ᵐ14ˢ9	13ʰ37ᵐ48ˢ31	8,079	−9°45′25″9	9,926	4	*Hornstein.*
———	11 20 24,9	47,49	8,367	23,7	9,920	4	———

Mittlerer Ort des Vergleichsterns für 1853,0.

13ʰ33ᵐ36ˢ64 −9°42′26″8 Lalande 25244, B. Z. 238, 243, Santini Cat. 299 (2 Beobb.)

Wien 1853, Mai 28. *v. Littrow.*

Ringmicrometer-Beobachtungen der Eunomia, Thalia, Hebe, Proserpina und des Cometen 1853 I. nebst Beobachtungen einiger Sternbedeckungen, auf der Bonner Sternwarte.

Eunomia.

	M. Zt. Bonn.	α. app.	δ. app.	Beobb.		Vergl.-St.
1852 Nov. 27	9ʰ57ᵐ57ˢ9	*a* +18′ 2″5	*a* −2′32″5	10	NS.	*a*
28	8 15 36,9	75°12′55″2	+36°26′46″0	10	S.	*b*

	M. Zt. Bonn.	α. app.	δ. app.	Beobb.		Vergl.-St.
1852 Dec. 1	8ʰ57ᵐ49ˢ1	74°21′21″3	+36° 9′ 9″3	8	N.	c
3	7 12 34,6	73 48 26,9	35 56 57,6	10	N.	e
	7 15 46,7	48 21,0	56 57,2	8	N.	d
11	7 21 38,7	71 33 23,8		8	N.	f
			34 58 4,2	8	N.	g
1853 Janr. 4	9 35 0,7	66 53 15,8	31 22 13,8	8	S.	h
6	9 33 26,5	66 42 27,7	+31 4 40,8	2	NS.	i

Scheinbare Oerter der Vergleichsterne.

a	75°11′	+36°34′	unbestimmt	8.9ᵐ
b	75° 0′34″4	+36°48′36″3	B. Z. 404	8
c	74 44 55,1	+35 51 54,9	—— 404	9
d	74 3 12,6	+35 43 43,3	—— 404	8
e	74 0 21,9	+35 38 16,0	—— 404	7.8
f	71°26′59″7	+35° 9′23″9	B. Z. 402	9ᵐ
g	72 9 7,1	+34 54 11,9	—— 404	8.9
h	67 12 45,0	+31 41 48,5	—— 400	8
i	65 49 45,2	+31 4 40,8	—— 400	9

Thalia.

	M. Zt. Bonn.	α. app.	δ. app.	Beobb.		Vergl.-St.
1852 Dec. 21	10ʰ13ᵐ27ˢ3	47° 7′26″8	+17°12′15″3	6	S.	a
1853 Janr. 4	8 5 6,4	46 18 20,4	+18 15 47,6	8	NS.	b
6	7 30 49,6	46 19 54,0	+18 26 16,1	8	NS.	b
9	7 44 11,8	46 26 19,3	+18 42 49,5	8	N.	b
14	7 14 5,8	46 47 50,4	+19 11 54,0	7	N.	c
27	8 14 1,8	48 42 27,1	+20 35 49,6	10	N.	d
Febr. 9	8 24 47,3	51 52 55,0	+22 7 15,0	10	NS.	e

Scheinbare Oerter der Vergleichsterne.

a	46°36′56″6	+17°28′38″7	Bonner Mer.-Beob.
b	46 23 27,55	+18 25 4,3	B. Z. 506.
	27,6	4,2	
	27,2	4,2	
c	46°59′30″6	+18°47′24″7	B. Z. 506.
d	48 59 23,7	+20 16 47,7	—— 319.
e	51 49 36,5	+22 7 0,8	—— 27

Bei der Beobachtung von Dec. 21 war der Planet des nahestehenden Mondes wegen sehr schwach.

Hebe.

(Die Beobachtungen sind schon für Parallaxe corrigirt).

	M. Zt. Bonn.	α. app.	δ. app	Beobb.		Vergl.-St.
1853 Janr. 4	12ʰ26ᵐ14ˢ3	125°37′33″2	+10°11′ 8″4	10	N.	a
22	12 11 36,3	121 12 28,0	+12 52 39,5	10	S.	b

Scheinbare Oerter der Vergleichsterne.

a	125°23′29″6	+ 9°55′23″4
b	120 33 20,0	+13 13 36,6

Ephem. — Beobb.

Janr. 4	Δα = −8″8	Δδ = −3″6
22	−5,7	−9,5

Die beiden Sterne sind von Herrn *G. Rümker* der erste 4 Mal, der zweite 2 Mal am Meridiankreise beobachtet worden, aus welchen Beobachtungen ich die obigen scheinbaren Oerter entnommen habe.

Proserpina.

	M. Zt. Bonn.	α. app.	δ. app.	Beobb.		Vergl.-St.
1853 Mai 15	12ʰ 0ᵐ41ˢ6	205°53′ 3″6	−9°55′45″6	4	S	a
16	10 14 41,6	205 44 30,9	9 54 17,9	10	NS.	b
17	11 40 2,0	205 34 58,5	9 52 46,8	10	NS.	a
18	10 49 28,1	205 26 25,2	−9 51 31,2	16		a

	M. Zt. Bonn.	α.	δ.	Beobb.		Vergl.-St.
1853 Mai 23	10h 23m 10s5	204° 49′ 55″4	−9° 46′ 47″9	3	S.	c
24	10 10 45,3	43 31,5	46 13,6	11	NS.	c
25	9 55 58,9	37 42,2	45 51,4	7	NS.	d
31	10 4 8,7	204 10 33,3	−9 46 10,0	8	NS.	d

Scheinbare Oerter der Vergleichsterne.

a	205° 48′ 51″0	−9° 46′ 33″5	B. Z. 243.
	50,85	33,5	
	50,7	33,6	
b	206 16 52,2	−9 57 20,2	——
c	204 24 15,9	−9 47 31,1	Bonner M.-B.
d	204 23 43,2	−9 46 50,1	desgl.
	43,1	50,1	

Am 18ten Mai war der Planet so schwach, dass ich ihn nicht am Ringmikrometer beobachten konnte. Die obige Position beruht auf 16 Einstellungen des Planeten in die Mitte des kleinsten Ringes am Heliometer, die unter sich gut übereinstimmen.

Auch am 23sten Mai war der Planet wegen des Mondscheins und dunstiger Luft ausserordentlich schwach.

Comet 1853. I.

	M. Zt. Bonn.	☌ α. app.	☌ δ. app.	Beobb.		Vergl.-St.
1853 März 13	8h 27m 58s7	70° 12′ 39″3	− 3° 21′ 5″0	8	NS.	a
18	8 20 4,4	b −18 5,6	b +0 59,3	8	NS.	b
19	7 48 23,3	68 59 34,1	+ 2 44 55,7	9	S.	c
27	9 4 0,2	68 12 49,5	+ 7 54 55,3	8	N.	d
28	8 12 13,8	68 9 54,9	+ 8 23 33,7	6	NS.	e
29	8 11 51,0	68 6 53,9	+ 8 51 51,8	9	N.	f
30	8 21 47,2	68 4 32,4	+ 9 18 48,3	8	NS.	g
31	8 19 36,6	68 2 31,6	+ 9 44 27,7	6	N.	g
April 1	8 33 17,5	68 0 51,7	+10 9 3,0	8	N.	h
2	8 40 56,1	i +44 9,8	i −0 1,2	1	S.	i

Scheinbare Oerter der Vergleichsterne.

a	69° 27′ 38″5	− 3° 21′ 23″3	B. Z. 140.
b	68 50,4	+ 1 54,3	Cat. zu Hora IV. der Berliner Karten.
c	69 1 29,8	+ 3 11 47,1	B. Z. 41 und 51.
d	68 5 55,0	+ 7 30 26,2	—— 135.
e	67 33 52,1	+ 8 23 42,1	—— 135.
f	68 32 0,4	+ 8 34 3,7	Lal. 8843.
g	67 44 12,6	+ 9 20 32,9	B. Z. 53.
	12,3	32,9	
h	67 39 18,1	+ 9 53 33,6	—— 53.
i	67 14,8	+10 32,1	Cat. zur Berliner Karte.

Das von Herrn Prof. *Secchi* in Nr. 853 der Astr. Nachr. erwähnte eigenthümliche Aussehen des Cometen wurde gleich an den ersten Abenden übereinstimmend von den Herren *Thormann*, *Schmidt* und mir bemerkt. Es zeigten sich deutlich mehrere helle Punkte im Cometennebel, ohne dass sich sein Aussehen beim Fortrücken änderte. Dieser Umstand mag wohl einen etwas nachtheiligen Einfluss auf die Genauigkeit der obigen Beobachtungen gehabt haben, obgleich ich mich stets bemühte, nur den hellsten Punkt des Nebels zu beobachten. In den ersten Tagen war die Erscheinung so augenfällig, dass wir die hellen Punkte sehen konnten, wenn der Comet mitten im Gesichtsfelde stand; vom 27sten März an konnte ich sie jedoch nur beim Ein- und Austritte des Cometen am Ringe an ihrem Aufblitzen erkennen. Nach dem 2ten April verhinderte trübes Wetter und dann der Mondschein die weitere Verfolgung des Cometen, und am 27. und 28sten April, sowie am 1sten Mai suchte ich ihn vergebens in der hellen Abenddämmerung.

Sternbedeckungen.

			M. Zt. Bonn.
1852 Juli 23	(270) Virginis	Immers.	9h 12m 15s62
	Weisse XIV. 908.	——	9 26 39,51
Aug. 10	ζ Tauri	Emers.	14 27 32,07
1853 Janr. 14	ε Piscium	Immers.	6 53 58,72
1853 Febr. 18	3 Geminorum	Immers.	9h 17m 8s74
März 28	β¹ Scorpii	——	13 7 44,53
	——	Emers.	14 16 0,83
	β² Scorpii	——	14 16 3,03

Die angegebenen Momente halte ich sämmtlich für scharf, einige weniger gute sind ausgeschlossen.

Bonn 1853, Juni 3.

E. Schoenfeld.

Elemente und Ephemeride der Phocea.

Elemente,
berechnet aus Bilk Mai 4, Berlin Mai 18 und Juni 2.

Epoche Mai 18,460691
M = 310°42′23″0
π = 302 41 17,7
Ω = 214 6 0,1
i = 21 43 3,9
φ = 14 23 41,7
log. a = 0,379326
„ μ = 2,981018

Ephemeride für 12ʰ mittl. Berl. Zeit.

	α.	δ.	log. Δ
1853 Juni 5	14ʰ18ᵐ 4ˢ	−1° 1′4	0,0827
6	17 49	−0 51,1	
7	17 35	41,1	
8	17 23	31,5	
9	17 13	22,2	0,0906
10	17 5	13,2	
11	16 58	−0 4,6	
12	16 54	+0 3,7	
13	16 52	11,6	0,0990
14	16 52	19,1	
15	16 53	26,3	
16	16 55	33,2	
17	16 59	39,7	0,1080
18	17 6	45,8	
19	14 17 15	+0 51,6	
1853 Juni 20	14ʰ17ᵐ26ˢ	+0°57′1	
21	17 38	+1 2,3	0,1172
22	17 53	7,2	
23	18 10	11,7	
24	18 28	15,9	
25	18 48	19,9	0,1266
26	19 10	23,6	
27	19 33	26,9	
28	19 58	29,9	
29	20 25	32,7	0,1362
30	20 54	35,1	
Juli 1	21 24	37,3	
2	21 56	39,2	
3	22 29	40,8	0,1470
4	23 4	42,2	
5	23 41	43,3	
6	24 20	44,2	
7	14 25 1	+1 44,9	0,1557

Mit den Elementen werden die Bilker Beobachtungen vom 2ten Mai, sowie die Hamburger vom 12ten und die Berliner vom 15ten bis zum 2ten Juni fast vollkommen dargestellt, auch sehr nahe die Marseiller vom 6ten April und wenn die vom 8ten so geändert wird, dass der Planet 1ᵐ57ˢ voraufging, anstatt zu folgen, dann auch diese.

Berlin 1853, Juni 6. *C. Bruhns.*

Entdeckung eines neuen Cometen.

In der Nacht vom 10ten zum 11ten d. M. entdeckte Herr *Klinkerfues* auf hiesiger Sternwarte einen kleinen Cometen, mit einem 3—4 Minuten langen Schweife. Die erhaltenen Bestimmungen sind folgende:

	M. Zt. Gött.	Gerade Aufst.	Abweichung.	Vergl.-Sterne.
1853 Juni 10	13ʰ 0′ 53″6	9ʰ31′ 53″77	+43°28′ 17″1	Lalande 18953.
11	11 25 3,0	9 32 29,97	+43 23 57,9	——. 19022.

Göttingen 1853, Juni 12. *Gauss.*

Inhalt.

Altona 1853. Juni 14.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 864.

National-Observatory, Washington.

Observations of Massilia and Lutetia made with the Filar-Micrometer of the Equatorial by *J. Ferguson.*
(Communicated by Lieut. *Maury*). Corrected for refraction.

Massilia.

1852	M. T. Wash.	No. of Comp.	Star of Comp.	(20) — * Δα.	Δδ.	(20) apparent. α.	δ.	A.
Octb. 19	$9^h\ 4^m 18^s 2$	12	Weisse XXIII. 1039	$-3^m 29^s 11$	$-\ 4'\ 50''53$	$23^h 47^m\ 3^s 77$	$-\ 1^0\ 1'\ 53''85$	10
20	8 8 15,3	7	—— ——	−4 2,99	− 8 53,76	46 29,90	1 5 41,30	—
21	8 13 30,5	8	*a*	−1 22,59	− 3 53,22	45 56,33	1 9 48,33	—
23	7 43 48,4	10	—	−2 25,09	−11 27,43	44 53,79	1 17 22,61	—
24	8 36 47,3	6	—	−2 54,90	−15 7,89	44 23,98	1 21 3,03	—
25	8 3 44,7	6	Weisse XXIII. 817	+3 47,73	+10 18,62	43 57,21	1 24 27,29	—
Nov. 7	8 19 14,5	6	—— ——	+0 27,85	−16 44,24	40 37,33	1 51 30,84	8
—	8 10 52,4	5	—— 830	−0 2,89	−15 58,63	40 36,44	1 51 29,99	8
9	7 43 51,2	12	—— 817	+0 22,48	−17 59,53	40 31,69	1 53 0,91	10
Dec. 1	6 55 56,7	5	—— 916	+2 5,44	+20 30,43	47 15,34	1 17 11,59	—
15	7 17 7,3	6	—— 1267	−3 27,48	− 4 38,53	57 52,06	0 12 19,53	—
—	8 14 27,5	2	—— ——	−3 25,49	− 4 36,30	57 54,06	0 12 7,30	—
17	6 48 45,6	8	—— ——	−1 37,30	+ 6 44,63	23 59 42,23	− 0 0 56,51	—
18	8 4 12,0	6	—— ——	−0 36,60	+13 3,84	0 0 42,91	+ 0 5 22,63	—
1853								
Janr. 19	7 42 4,9	6	Weisse O. 647	+2 26,45	−10 54,10	0 39 55,18	+ 4 11 33,08	10
—	8 51 26,8	3		+2 31,04	−10 27,51	0 39 59,78	4 11 59,76	—
Febr. 14	7 42 4,9	5	(2)	+0 54,39	+ 6 20,80	1 21 7,18	8 22 18,67	8
17	7 12 51,5	10	Weisse I. 410	+2 7,91	−21 15,58	1 26 16,44	8 52 22,85	10
20	7 58 57,3	4	—— 598	−1 55,17	+ 0 58,28	1 31 32,65	9 23 1,50	—
25	7 51 28,5	10	—— 713	+0 56,32	+ 0 52,49	1 40 28,89	10 13 46,45	—
26	7 9 23,3	20	—— 767	−0 48,65	+ 4 57,53	1 42 14,27	10 23 40,49	—
March 5	7 19 42,1	14	—— 969	+0 54,87	+ 6 24,17	1 55 7,55	11 34 26,62	—
6	7 10 32,9	7	—— 972	+2 29,04	−13 55,76	1 56 59,01	11 44 27,39	—
14 *)	7 27 10,5	7	Weisse II. 144	+2 7,45	+19 40,89	2 12 15,31	13 4 20,13	4
15	7 20 1,6	10	—— 209	+0 41,62	− 1 7,38	2 14 10,77	+13 14 14,27	10

Adopted mean places 1850,0 of stars of comparison.

Star.	Mag.	α.	δ.	Authority	No. Obs.
Weisse XXIII. 1039	9	$23^h 50^m 24^s 31$	$-\ 0^0 57'\ 43''40$	Weisse Catalogue.	
a	9	23 47 10,37	1 6 50,92	Equatorial from preceding star	7
Weisse XXIII. 817	7	23 40 1,00	1 35 41,33	Weisse Catalogue.	
—— 830	8	23 40 30,85	1 36 26,24	Mean Weisse and Lamont.	
—— 916	9	23 45 1,70	1 38 36,36	Weisse Catalogue.	
—— 1267	7	0 1 11,41	− 0 8 34,07	Mean of Weisse and Santini.	
Weisse O. 647	8	0 37 20,74	+ 4 21 35,56	Weisse Catalogue.	
Weisse I. 336	9	1 19 53,02	7 59 58,03	——	
(2)	9	1 20 4,53	8 15 8,85	Equatorial from preceding star	10
Weisse I. 410	8	1 24 0,04	+ 9 12 49,81	Weisse Catalogue.	

*) Very high wind.

Star.		Mag.	α.	δ.	Authority.
Weisse I.	598	9	1h 33m 19s67	+ 9° 21′ 15″49	*) Σ 146. Catal. Generalis.
———	713	9	1 39 24,45	10 12 6,77	Weisse Catalogue.
———	767	7.8	1 42 54,78	10 17 56,12	———
———	969	9	1 54 4,50	11 27 16,70	———
———	972	7	1 54 21,79	11 57 37,36	———
Weisse II.	144	8	2 9 59,50	12 44 2,16	———
———	209	9	2 13 20,75	+13 14 44,10	———

Lutetia.

1853		M. T. Wash.	No. of Comp.	Star of Comp.		(21) — Star. Δα.	Δδ.	(21) apparent. α.	δ.	A.
March	24	8h 16m 8s7	7	Bes. Zon.	391	+0m 49s02	+ 0′ 49″12	3h 57m 8s65	+20° 27′ 50″07	5
	29	8 18 18,9	10	———	393	−1 50,81	− 0 37,89	4 5 3,68	20 53 41,07	9
April	2	9 15 6,3	4	———	—	+0 44,60	−11 4,41	4 11 38,28	21 13 43,26	8
	5	8 4 40,5	12	———	—	+1 0,30	+ 4 23,27	4 16 30,23	21 27 51,25	10
	10	7 55 5,5	5	———	—	−1 59,31	+ 7 46,10	(4 24 51,54)	21 50 30,78	—
	—	8 2 10,8	12	———	—	+0 0,92	− 5 2,30	4 24 52,72	+21 50 31,46	—

During these observations the planet was like a star of the (13.14) magnitude.

Adopted mean places 1850,0 of stars of comparison.

Star.		Mag.	α.	δ.	Authority.
B. Z.	391	9	3h 56m 10s33	+20° 26′ 34″09	Bessel's Zones 391 u. 393.
——	393	9	4 6 45,16	20 53 52,23	
——	393	7	4 10 44,33	21 24 21,75	
——	393	7.8	4 15 20,58	21 23 3,10	
——	393	9	4 24 42,35	21 55 11,48	
——	393	8.9	4 26 41,43	+21 42 22,02	

*) Struve's determination is of Weisse 600. 598 is reduced from it with Bessel's, Struve's and the observed differences.

Beobachtungen auf der Sternwarte des Collegio Romano in Rom, von Herrn Prof. *Secchi*.

Themis. (Fortsetzung von Nr. 859 p. 306).

1853		M. Zt. Rom.	Δα.	Δδ.	Sch. AR.	Sch. Decl.	Vergl.
April	13	8h 9m 12s	a −0m 57s07	a −4′ 26″27			3
	15	8 35 8	a −1 31,33				3
	—	8 45 1		a −1 43,12			3
	24	8 33 43	a −2 56,90		10h 59m 38s32		8
	—	8 43 2		a +3 19,61		+7° 9′ 23″83	1
	26	9 53 22		b +0 19,86		+7 9 8,46	1
	—	9 57 13	b −0 9,32		10 59 33,84		5
	27	8 59 39	b −0 9,50	b −0 0,00	10 59 33,65	+7 8 48,63	8
	28	8 55 51	b −0 8,06		10 59 35,08		7
	—	9 4 10		b −0 36,28		+7 8 12,41	2
Mai	1	8 40 2	b +0 3,31		10 59 46,43		7
	—	8 46 57		b − 3 5,15		+7 5 43,72	1
	6		b +0 50,00		11 0 33,07		8.1
	7	8 38 47	c +0 2,33		11 0 44,36		6
	—	8 41 9		c +2 51,37		+6 57 14,25	1
	8	8 35 40	c +0 15,90		11 0 57,92		5
	—	8 43 12		c +0 56,99		+6 55 19,94	1

1853	M. Zt. Rom.	Δα.	Δδ.	Sch. AR.	Sch. Decl.	Vergl.
Mai 9	8ʰ40ᵐ52ˢ		c −0′ 57″58		+6°53′ 25″31	1
—	8 45 51	c +0ᵐ31ˢ72		11ʰ 1ᵐ13ˢ73		5
10	9 16 18		c −2 57,08		+6 51 26,05	1
—	9 21 48	c +0 49,12		11 1 31,10		5
12	9 9 3		d +1 9,72			1
—	9 14 27	d −1 38,43				8
14	9 33 19	d −0 56,28				10
—	9 46 16		d −3 52,47			1

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853 Januar 1.

a	11ʰ 2ᵐ34ˢ56	+7° 6′ 7″60	Filar-Micrometer des Aequatoreals.
b	10 59 42,55	+7 8 51,79	
c	11 0 41,51	+6 54 25,53	
d	11 3,8	+6 45,4	Berliner Charte.

Diese Beobachtungen sind sämmtlich am Filar-Micrometer des Aequatoreals von *Cauchoix* gemacht.

Comet I. 1853.

	M. Zt. Rom.	Δα.	Δδ.	AR. ☄	Decl. ☄
1853 März 17	7ʰ34ᵐ36ˢ	h −1ᵐ 5ˢ29	h − 1′21″6	4ʰ37ᵐ19ˢ21	+ 0°58′ 33″1
—	7 54 42	h −1 8,22	h − 0 0,0	37 16,28	0 59 54,7
29	7 47 59	i −1 39,91	i +17 19,6	32 27,67	8 51 26,9
April 2	8 4 10	l −4 19,0	l −20 35,0	31 57,18	10 31 43
5	7 58 45	c² −0 1,27	c² −18 28,3	31 50,14	11 35 44,4
10	8 30 47	w +0 40,72	w +18 39,7	31 59,09	13 8 43,2
11	7 51 21	s +0 40,78	s − 2 1,1	4 32 1,89	+13 20 42,4

Vergleichsterne.

h = Weisse IV. 828.
l = B. A. C. 1460.
w = Weisse IV. 678.
s = Weisse IV. 679.

i = Lalande H. C. 8843.
c² = Greenwich Obs. 1848—1850.
α = 4ʰ31ᵐ51ˢ41
δ = +11°54′ 12″74.

Beobachtung der Themis in Neapel, auf der Sternwarte Capodimonte, von Herrn Prof. *de Gasparis.*

	M. Zt. Neapel.	Sch. AR.	Sch. Decl.
1853 April 16	8ʰ55ᵐ22ˢ	11ʰ0ᵐ49ˢ01	+7° 5′ 58″

Planeten- und Cometen-Beobachtungen auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn *C. Rümker.*

Themis.

1853	Hamb. m. Zt.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Mittl. Ort des Vergl.-Sterns.
Mai 5	10ʰ7ᵐ10ˢ9	165° 5′ 23″8	9,4809	+7° 0′ 35″0	9,8667	25	AR. Decl.
7	10 7 28,5	165 11 34,4	9,5050	+6 57 20,9	9,8679	17	10ʰ59ᵐ55ˢ06 +6°40′ 17″0
10	11 9 23,1	165 23 1,7:	9,6650	+6 51 20,4	9,8772	8	nach *Lalande* u. *Bessel.*

Am 10ten Mai war die Witterung ungünstig und der Planet sehr schwach.

Psyche.

1853		Hamb. m. Zt.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Vergleichsterne.
Mai	5	11h12m 9s7	216°11′ 19″6	8,6720n	−10° 0′ 58″6	9,9511	8	η
	7	11 37 38,7	215 47 59,3	8,6572	9 53 2,0	9,9507	12	δ
	10	12 20 17,7	215 13 28,0	9,2840	9 41 24,5	9,9476	8	β und δ
	13	12 1 59,1	214 40 28,6	9,2585	9 30 38,9	9,9472	10	υ und γ
	14	11 45 15,0	214 29 51,4	9,1776	9 27 16,4	9,9477	5	u, γ u. α
	15	11 40 52,6	214 19 18,1	9,1796	9 23 43,4	9,9474	6	w, γ u. α
	16	10 38 32,3	214 9 17,8		9 20 30 :		M.-Kr.	
	—	12 46 23,4	214 8 26,5	9,5066	9 20 16,4	9,9414	5	t
	17	10 33 55,9	213 59 6,6		9 17 18,8	9,9486	M.-Kr.	
	22	10 11 4,5	213 11 1,4		9 2 25,1	9,9476	M.-Kr.	
	25	9 59 31,6	212 44 38,7		8 54 50,3	9,9472	M.-Kr.	
	—	11 50 36,5	212 44 9,9	9,4577	8 54 41,8	9,9415	7	Weisse
	27	11 23 56,6	212 27 58,5	9,3887	− 8 50 1,0	9,9429	5	n

Am 25sten Mai wurde der Planet mit einem Sterne verglichen, dessen scheinbarer Ort nach Bessel in AR. 14h10m44s620, in Decl. −8°43′ 47″2 war und bedeckte zur Beobachtungszeit sehr nahe einen sehr kleinen Fixstern, mit welchem er einen Doppelstern bildete.

Proserpina.

1853		Hamb. m. Zt.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Vergleichsterne.
Mai	16	10h20m53s0	205°44′ 35″7	8,6312	−9°54′ 21″1	9,9515	15	g und h
	17	10 50 17,8	205 35 30,9	9,1154	9 52 47,2	9,9505	10	
	24	10 46 18,2	204 43 24,4	9,2988	9 46 13,9	9,9483	15	e
	25	11 47 52,7	204 37 31,9	9,5472	9 45 44,6	9,9417	9	
	27	10 43 41,8	204 26 50,8	9,3509	9 45 15,8	9,9476	17	
Juni	2	11 3 25,1	204 4 29,2	9,5192	9 47 35,8	9,9185	8	
	3	11 23 27,9	204 2 24,5	9,5821	−9 48 25,0	9,9226	8	

Phocea.

1853		Hamb. m. Zt.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Namen u. sch. Oerter d. Vergl.-St.
Mai	12	10h59m32s2	218° 4′ 8″0	8,6505n	−6°48′ 14″3	9,9382	13	κ, λ
	13	10 15 53,6	217 52 9,7	9,1084n	6 31 32,1	9,9364	12	κ
	—	11 5 7,1	217 51 38,2		6 31 6,3	9,9370	Mer.-Kr.	
	14	11 0 23,0	217 39 35,4				Mer.-Kr.	
	15	10 14 52,6	217 28 7,3	9,0267n	5 57 18,5	9,9341	9	μ
	—	10 55 40,5	217 27 38,5		5 56 50,5	9,9346	Mer.-Kr.	
	16	10 50 57,6	217 16 5,8		5 40 3,2	9,9332	Mer.-Kr.	
	—	12 8 55,5	217 15 33,2	9,2777	5 39 13,4	9,9325	5	r
	17	10 46 15,6	217 4 37,2		5 23 26,3	9,9320	Mer.-Kr.	
	19	11 54 19,8	216 42 22,9	9,4682	4 50 7,4	9,9591	7	θ
	24	11 47 50,7	215 52 34,8	9,3762	3 33 34,8	9,9316	9	B. A. C. 4799
	25	10 9 25,9	215 43 44,0		3 19 57,3	9,9221	Mer.-Kr.	
	—	11 10 16,0	215 43 33,9	9,1958	3 19 25,4	9,9214	4	ζ
	27	10 0 27,0	215 26 54,6		2 51 55,8	9,9198	Mer.-Kr.	
Juni	3	10 41 7,7	214 40 45,8	9,2624	1 23 58,7	9,9117	6	r und s
	9	11 39 34,0	214 18 27,1	9,5741	0 22 8,3	9,9060	10	α. 14h19m 6s60 δ. −0°25′ 19″1
	10	11 13 9,5	214 16 21,0	9,5374	0 13 27,7	9,9057	10	14 18 32,42 −0 1 34,8
	11	11 11 48,8	214 14 40,0	9,5219	−0 4 46,6	9,9044	10	14 18 32,41 −0 1 34,8
	12	11 7 1,8	214 13 32,6	9,5198	+0 3 20,4	9,9044	5	14 15 16,13 +0 2 3,7

Mittlere Oerter einiger Vergleichsterne für Psyche, Proserpina und Phocea für 1853,0, nach Beobachtungen mit dem Meridiankreise.

	Gr.	M. AR. 1853,0	M. Decl. 1853,0	Beob.
a	9	13ʰ24ᵐ51ˢ102	−9°26′40″1	1
b	6	13 25 13,531	9 23	1
c	9	13 31 21,190	9 38 23,9	2
d	8	13 31 49,063	9 21 58,3	1
e	9	13 37 33,653	9 46 46,0	2
		ein anderer folgt südlich.		
f	9	13 38 28,449	9 36 54,9	1
g	9	13 43 14,186	9 46 26,7	1
h	*7.8	13 45 6,059	9 57 15,1	3
i	9	13 55 8,175	9 45 20,7	1
k	8.9	14 0 50,899	8 9 43,9	1
l	9	14 3 52,860	8 25 31,6	1
m	9	14 5 50,851	8 26 45,2	1
n	8	14 9 34,681	8 47 50,1	1
o	9	14 10 8,120	9 1 29,5	1
p	5	14 11 58,258	1 34 58,0	1
q	9	14 12 42,850	9 2 18,5	1
r	7	14 14 24,365	1 18 48,8	1
s	9	14 14 27,176	9 13 14,0	2
t	10	14 16 37,511	9 20 5,6	1
u	10	14 18 12,041	9 29 45,5	1
v	8	14 19 12,297	8 50	1
w	10	14 19 13,781	−9 27 32,9	1
x	9	14ʰ19ᵐ37ˢ229	−3°14′27″2	1
y	9	14 19 38,327	9 32 28,8	2
z	6	14 20 38,005	1 33 56,8	1
α	7	14 20 40,924	9 20 32,6	1
dup. β	8	14 20 47,393	9 32 34,1	2
γ	8	14 21 0,807	4 3 3,9	1
δ	9	14 21 38,937	9 54 30,7	1
ε	10	14 21 59,124	5 19 30,4	1
ζ	8	14 22 51,349	3 24 28,3	1
η	8.9	14 24 17,956	10 16 57,4	2
θ	9	14 25 25,186	4 49 38,4	2
ι	8	14 27 43,724	5 11 7,8	1
κ	9	14 30 49,308	6 31 16,0	2
λ	9	14 31 33,897	6 54 27,0	2
μ	8	14 32 18,425	6 18 20,0	2
ν	9	14 33 26,768	5 22 30,9	1
ξ	9	14 35 11,637	7 44 42,8	1
ο	9	14 36 4,842	5 3 32,5	1
π	8	14 36 26,330	7 37 43,0	2
ρ	8	14 36 38,414	5 45 47,7	1
σ	9	14 42 48,999	9 47 33,3	1
τ	9	14 45 5,860	−9 57 16,6	1

Die Declinationen sind sämmtlich südlich.

Hamburg 1853, Juni 14.

C. Rümker.

Beobachtungen der Planeten Hebe, Victoria, Pallas und Ceres am Meridiankreise der Bonner Sternwarte.

Hebe.

		M. Zt. Bonn.	AR.	Decl.	
1853	Janr. 4	13ʰ24ᵐ19ˢ6	8ʰ22′28″10	+10°11′25″1	9 bis 8·9ᵐ
	14	12 25 29,3	8 12 55,56	+11 36 52,1	
	26	11 36 17,7	8 0 53,03	+13 31 12,0	8.9ᵐ
	27	11 31 24,0	7 59 55,07	+13 40 55,7	8.9ᵐ

Victoria.

1853	April 13	13 2 16,3	14 30 39,70	−20 43 6,4	9 bis 9.10ᵐ
	Mai 2	11 30 36,4	14 13 38,69	−18 1 24,9	9 bis 8.9ᵐ

Pallas.

1853	April 13	13 5 32,3	14 33 56,52	+20 0 42,3	8.9 bis 8ᵐ

Ceres.

1853	April 13	13 21 0,0	14 49 26,61	− 3 37 38,2	gut 8ᵐ

Herr *Schönfeld* hat meine Hebe-Beobachtungen mit der *Luther*'schen Ephemeride verglichen; er findet

Ephemeride — Beobachtung.

Janr. 4	—0ˢ60	—4″8	Janr. 26	—0ˢ49	—7″3
14	—0,46	—6,8	27	—0,61	—6,7

Bonn 1853, Juni 3. *Fr. Argelander.*

Fortsetzung der Ephemeride für Psyche.

0ʰ mittl. Zeit Berlin.

1853	AR. app.	Decl. app.	log. Δ	1853	AR. app.	Decl. app.	log. Δ
Juni 19	14ʰ 4ᵐ32ˢ	— 8°38′1	0,40954	Aug. 22	14ʰ34ᵐ24ˢ	—12° 6′6	0,52551
27	4 21	8 44,7	0,42114	30	42 14	12 49,0	0,53778
Juli 5	5 26	8 58,2	0,43685	Sept. 7	50 44	13 32,6	0,54915
13	7 43	9 18,1	0,45271	15	59 50	14 16,9	0,55952
21	11 8	9 43,5	0,46840	23	15 9 31	15 1,4	0,56890
29	15 35	10 13,9	0,48366	Oct. 1	19 43	15 45,3	0,57726
Aug. 6	21 0	10 48,4	0,49835	9	30 23	16 28,2	0,58458
14	14 27 18	—11 26,2	0,51234	17	15 41 29	—17 9,6	0,59087

Die Correction der Ephemeride war am 5ten Juni etwa —1ᵐ36ˢ und +11′.

J. A. C. Oudemanns.

Elemente der Phocea und Proserpina.

Phocea.

Mai 0,0 mittl. Berl. Zeit.

M	307° 13′ 51″	
☊	214 43 16	M. Aequin. 1853
π	305 29 52	Jan. 0,0
i	24 26 13	
φ	16 29 47	
log. μ	2,941580	

Proserpina.

Mai 24,44678 mittl. Berl. Zeit.

M	341° 4′ 53″	
☊	45 56 24	M. Aequin.
π	244 10 56	Mai 0,0
i	3 35 23	
φ	5 44 45	
log. μ	2,90858	

Benutzte Beobachtungen.

Für Phocea.

M. Zt. Berlin.	Sch. AR.	Sch. Decl.	
April 6,6750	224°45′ 42″9	—16°52′ 1″0	Marseille.
Mai 2,4352	220 13 41,3	— 9 48 50,3	Bilk.
Mai 12,4670	218 4 14,8	— 6 48 14,3	Hamburg.

Den ersten Ort habe ich aus der im Comptes Rendus Nr. 16 befindlichen Angabe abgeleitet, indem ich den Ort des Sterns aus dem B. A. C. zog. Es ergiebt sich hieraus für den mittleren Ort für 1853,0

AR. 223°42′52″6 Decl. —17°2′59″1

Für die Proserpina.

	M. Zt. Bilk.	Sch. AR.	Sch. Decl.		
Mai 14	10ʰ55ᵐ46ˢ0	206° 3′ 8″75	—9°57′ 28″8	Bilk	Mittel aus zwei Beobb.
24	10 29 33,4	204 43 29,5	—9 46 19,5	Bilk	
29	10 48 56,6	204 17 43,7	—9 45 39,7	Bilk.	

Diese Beobachtungen habe ich durch gütige Mittheilung von Herrn *Luther* erhalten. Bei der Berechnung der Bahn ist auf Parallaxe Rücksicht genommen.

Leiden 1853, Juni 6. *J. A. C. Oudemanns.*

Beobachtungen der Cometen I. 1853 und II. 1853, auf der Berliner Sternwarte.

☄ I. 1853. (Fortsetzung von Nr. 853).

1853	M. Zt. Berlin.	α.	δ.	Vergl.	
März 27	$8^h25^m54^s5$	$68^\circ12'58''3$	$+7^\circ53'36''2$	8	e
28	8 11 59,5	68 9 44,7	+ 8 23 0,8	10	f
29	8 18 45,7	68 7 0,4	+ 8 50 11,8	6	g
30	8 11 45,3	68 4 37,1	+ 9 18 9,6	12	h
April 2	8 39 2,5	67 59 28,4	+10 31 58,9	10	i
8	8 31 37,5	67 58 6,2	+12 33 31,4	12	k
9	8 27 0,2	67 58 26,2	+12 51 14,6	12	l

Mittl. Ort der Vergleichsterne für 1853,0.

e	$69^\circ10'49''1$	$+7^\circ50'20''6$	B. Z. 131
f	67 34 7,4	8 23 45,3	—— 135
g	67 3 13,6	8 54 14,0	—— 135 und 53
h	68 33 0,9	9 21 5,4	—— 53, Lal. 8845. Rümk. 1257
i	67 15 26,8	10 32 22,4	Lal. 8691
k	67 43 55,4	12 42 36,9	—— 8752 u. B. Z. 137
l	67 49 54,3	+12 50 5,1	B. Z. 137.

☄ II. 1853.

1853	M. Zt. Berlin.	α.	δ.	Vergl.	
April 19	$15^h2^m33^s5$	$310^\circ23'20''6$	$12^\circ3'42''9$	10	d
24	14 1 44,1	325 23 22,9	9 29 45,0	1	e

Mittl. Ort der Vergleichsterne 1853,0

d	$309^\circ31'0''5$	$+12^\circ10'19''8$	B. Z. 28.
e	323 51 13,9	+ 9 32 24,3	Rümk. 9389.

Die Beobachtung von April 19 ist schon in Nr. 859 abgedruckt, die Beobachtungszeit aber dort um 20′ unrichtig, weshalb ich sie hier nochmals wiedergegeben habe.

Am 24sten April gelang mir nur eine einzige Vergleichung zwischen Wolken, gleich darauf bezog es sich ganz.

Aus April 14, 19 und 24 habe ich mit Berücksichtigung aller Correctionen noch folgendes Elementensystem hergeleitet:

Epoche Mai 9,740526 m. Berl. Zt. 1853.

π $201^\circ53'18''1$ } Mittl. Aequin.
☊ 40 57 45,4 } 1853,0
i 57 44 45,0
log. q 9,958500

Bewegung retrograd.

Mittl. Ort R.—B. in Länge $-0''4$
in Breite $+0,5$.

Hoffentlich werden von den südlichen Sternwarten noch spätere Beobachtungen als die hiesigen kommen, indem man ihn in Rio Janeiro mit blossem Auge gesehen hat, und es wird dann möglich sein, ein noch besseres Elementensystem berechnen zu können.

C. Bruhns.

Beobachtungen, Elemente und Ephemeride des von Herrn *Klinkerfues* entdeckten Cometen.

Beobachtungen: *a*) auf der Hamburger Sternwarte.

1853	M. Zt. Hamb.	Sch. AR. ☄	Sch. Decl. ☄	Vergl.	Sch. Ort der Vergl.-Sterne.			Beob.
Juni 13	$13^h3^m14^s5$	$143^\circ29'42''3$	$+43^\circ10'34''4$	5	$9^h34^m7^s274$	$+43^\circ24'4''6$	Lal. u. B. Z.	*C. Rümker*
23	11 19 37,7	145 39 2,0	+42 9 23,1	17 {	9 42 14,789	+42 12 5,0	Lal. u. Bessel	——
					9 43 40,818	+42 9 10,1	Lalande.	——
25	11 15 54,0	146 9 46,5	+41 56 17,6		9 46 55,02	+41 58 23,2	B Z. 454.	*G. Rümker*
28	11 21 29	146 59 35,3	+41 36 24	9 {	9 48 26,03	+41 53 41,6	Lal. u. Bessel	
					9 48 39,41	+41 25 23,8	B. A. C.	*C. Rümker*

Der Vergleichstern Juni 13, stimmt bei *Bessel* und *Lalande* in AR. sehr gut, nicht so in Declination, weshalb hier *Bessel's* Bestimmung allein angenommen ist.

b) auf der Wiener Sternwarte.

	M. Zt. Wien.	Sch. AR.	Log. F. P.	Sch. Decl.	Log. F. P.	Vergl.	Beob.
1853 Juni 17	$10^h21^m42^s7$	$9^h37^m0^s30$	8,779	$+42^\circ47'31''8$	9,781	6	*Hornstein.*

Mittlerer Ort des Vergleichsterns für 1853,0.

$9^h34^m52^s42$ $+42^\circ43'28''3$ Lal. 19043, 19044. B. Z. 454 (Bessel dopp. Gewicht).

c) auf der Berliner Sternwarte.

	M. Zt. Berlin.	α.	δ.	Vergl.
1853 Juni 17	11ʰ58ᵐ42ˢ2	144°15′44″7	+42°46′56″0	12 mit * a
18	10 58 33,6	144 28 5,7	+42 41 7,2	11 „ a
19	11 26 34,6	144 41 37,0	+42 34 46,4	10 „ a
24	10 34 3,0	145 53 24,4	+42 3 27,1	10 „ b

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1853,0.

* a	143°43′ 5″0	+42°43′27″1	B. Z. 454.
* b	145 55 19,8	+42 8 57,1	——— , Lal. 19300.

Elemente und Ephemeride, berechnet von Herrn *C. Bruhns.*

Aus den Beobachtungen: Hamburg Juni 13, Berlin Juni 18 und 24 habe ich vorläufig folgende Elemente berechnet, welche aber auf keine grosse Genauigkeit Anspruch machen können, weil die wahren Anomalien noch sehr gross sind, nämlich −129° und −126°.

T	Aug. 27,213 m. Zt. Berlin 1853.
π	310°31′12″1
☊	140 50 27,6 Mittl. Aequin. 1853,0
i	59 54 23,1
log. q	9,491256

Bewegung direct.

Mittl. Ort R.—B. in Länge +7″2
in Breite +5,8

Ephemeride für 0ʰ mittl. Berl. Zeit.

	α.	δ.	log. Δ
Juni 25	9ʰ44ᵐ 8ˢ	+42° 0′	0,3023
26	45 12	+41 54	
27	46 17	48	
28	47 24	41	
29	48 33	34	0,2924
30	49 44	27	
Juli 1	50 56	20	
2	52 10	13	
3	53 25	+41 6	0,2823
4	9 54 42	+40 59	
Juli 5	9ʰ56ᵐ 1ˢ	+40°52′	
6	9 57 22	44	
7	9 58 44	36	0,2717
8	10 0 8	28	
9	1 33	21	
10	3 0	13	
11	4 29	+40 5	0,2591
12	6 0	+39 57	
13	7 33	49	
14	9 8	40	
15	10 44	31	0,2447
16	12 21	22	
17	13 59	13	
18	15 39	+39 3	
19	17 22	+38 53	0,2282
20	19 6	43	
21	20 52	33	
22	22 40	22	
23	10 24 31	+38 11	0,2099

Von hier an geht der Comet rascher nach Süden; zur Zeit seines Perihels wird er etwa 11ʰ AR. und +10° Decl. haben, seine Lichtstärke beträgt dann über das 100fache der jetzigen und obgleich er nur der Sonne um eine halbe Stunde folgt, ist doch Hoffnung vorhanden, ihn mit blossem Auge zu sehen.

Berlin 1853, Juni 26. *C. Bruhns.*

Anzeige.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, dafs ohne ausdrückliche Bestellung und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also ersucht, um Unterbrechungen zu vermeiden, baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt hier an Ort und Stelle mit 8 ℔ Hamburger GrobCourant, und von diesem Preise wird auch den Buchhandlungen und Postämtern kein Rabatt gegeben, die also nothwendig ihren Abnehmern höhere Preise berechnen müssen. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Nettopreise.

Für die mit der Post versandten Exemplare findet, wegen des zu erlegenden Porto's, eine kleine Erhöhung Statt, so dass der Preis pr. Band sich stellt: für England auf 11 s. 6 d., für Frankreich auf 17½ Frcs., für Nordamerika auf 3 Dollar, und für Italien und Holland auf 1½ Holl. Ducaten. — Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Altona 1853. Juli 1. (Hierbei eine Beilage mit *Schumacher's* Portrait und Facsimile).
Titel, Inhalts-Verzeichniss, Register und Umschlag werden nachgeliefert.

BEILAGE

ZU № 864. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Biographische Notizen

über den verstorbenen

Conferenzrath *Schumacher*.

Vorgelesen in der Königl. Dänischen Gesellschaft der Wissenschaften, am 19ten December 1851, von Prof. *Olufsen*.

(Aus dem Decemberheft der Uebersichten über die Verhandlungen der Gesellschaft im Jahre 1851 übersetzt).

Heinrich Christian Schumacher, Sohn des Amtmannes und Kammerherrn *Andreas Schumacher*, Bruder des Capitains und Chefs des ehemaligen Raketencorps, *Andreas Anthon Friedrich Schumacher*, wurde am 3ten Sept. 1780 im holsteinischen Flecken Bramstedt geboren, wo sein Vater, nachdem er durch den Sturz des *Struensee*'schen Ministeriums seine frühere Stellung als Cabinetssecretair bei dem Könige *Christian dem Siebenten* verloren hatte, als Amtmann des Amtes Segeberg lebte.

H. C. Schumacher, welcher seine ersten Jugendjahre theils in Bramstedt, theils in Segeberg, wohin das Amthaus späterhin verlegt wurde, zubrachte, verlor schon in seinem zehnten Jahre seinen Vater, hat aber doch ohne Zweifel noch in späteren Jahren heilsame Wirkungen der väterlichen Fürsorge verspüren können. So wie nämlich der Amtmann *Schumacher* wegen seiner schwächlichen Gesundheit schon früh darauf bedacht war, den Unterricht seiner Söhne einem gewissenhaften und tüchtigen Manne, dem durch seine Topographie Schleswigs und Holsteins bekannt gewordenen Pastor *Dörfer*, zu übergeben, so soll er ebenfalls, sein baldiges Abscheiden vorempfindend, seine Söhne der Gnade des Kronprinzen, nachmaligen Königs, *Friedrich des Sechsten*, anempfohlen haben. Dass *Dörfer* dem in ihn gesetzten Vertrauen völlig entsprochen, darüber kann bei späteren Dankesäusserungen unsers *Schumacher* gegen diesen Mann kein Zweifel obwalten, und es hat dieses Verhältniss wahrscheinlich auch dazu Veranlassung gegeben, dass, als *Dörfer* im Jahre 1790, etwa um die Zeit des Ablebens des Amtmannes *Schumacher*, an einer Kirche in Altona angestellt wurde, die Wittwe des letzteren sich entschloss, ihren Wohnsitz daselbst zu nehmen und ihre Söhne das dortige Gymnasium besuchen zu lassen. Der Nachrichten, welche man über diese Lebensperiode unsers *Schumacher* besitzt, sind zwar nur wenige; doch sind sie insofern von Bedeutung, als sie ein Zeugniss davon ablegen, wie sich schon frühzeitig eben die Interessen bei ihm äusserten, welche in einer spätern Zeit seines Lebens vorherrschend wurden. So erfährt man, dass er schon, während er noch das Gymnasium besuchte, in einem für sein Alter ungewöhnlichen Grade von den Classikern angezogen wurde, — dass er durch eifriges Selbststudium dem wahrscheinlich etwas unvollständigen Unterrichte in der Mathematik und Astronomie nachzuhelfen suchte, so wie ferner, dass er, was die Astronomie betrifft, sich durch eine bloss theoretische Kenntniss dieser Wissenschaft nicht befriedigt fand, sondern in seinen müssigen Stunden astronomische Instrumente anfertigte und damit Beobachtungen anstellte. Daneben erfährt man aber zugleich, wie seine Gesundheit schon damals so angegriffen war, dass man bisweilen ernstliche Besorgnisse wegen seines Zustandes hegte, er selbst aber öfter veranlasst wurde, seine Studien auf längere Zeit einzustellen.

Nachdem er das Altonaer Gymnasium verlassen hatte, war es einstweilen nicht die Astronomie, die er sich zum Hauptfache wählte, sondern die Rechtswissenschaft, der er sich auf vormundschaftlichen Rath zuwandte. Er studirte in solcher Absicht erst mehrere Jahre auf den Universitäten zu Kiel und Göttingen, verlebte dann als Hauslehrer einige Zeit bei einer angesehenen Familie in Liefland, und trat hierauf, etwa um das Jahr 1805, als Docent bei der juristischen Facultät in Dorpat auf. In dieser Periode hat er zwei juristische Abhandlungen geschrieben, nämlich: dispunctionum juridicarum specimen, (1805), und: de servis publicis populi romani (1806), welche letztere Schrift eine Inauguraldissertation war und seinem alten Lehrer *Dörfer* zugeeignet ist.

Ungeachtet er jetzt einen Ueberblick über die juristischen Disciplinen gewonnen haben musste und es ihm, wie er selbst geäussert hat, auch nicht an Interesse für einige unter

denselben, so z. B. für das römische Recht, fehlte, konnte ihn doch, im Ganzen genommen, die Rechtswissenschaft nicht befriedigen, und da nun grade in Dorpat sein altes Interesse für die Astronomie durch freundschaftliche Verbindung mit dem dortigen astronomischen Professor *Pfaff* neue Nahrung erhielt, sich ihm auch zu gleicher Zeit im Vaterlande die Aussicht zu einer, seiner eigentlichen Neigung entsprechenderen Laufbahn eröffnete, so fasste er den Entschluss, seine Stellung in Dorpat aufzugeben und kehrte somit im Jahre 1807 in die Heimath zurück.

Hier erhielt er sogleich ein Stipendium, das ihn in den Stand setzte, sich einige Zeit in Göttingen aufzuhalten, um unter *Gauss*'s Leitung die Astronomie zu studiren, welcher Aufenthalt, abgesehen von dessen unmittelbaren Nutzen für die astronomische Bildung *Schumacher*'s, als ein wichtiger Moment seines Lebens zu betrachten ist, da er die nächste Veranlassung einer Freundschaft wurde, die ihn sein ganzes folgendes Leben hindurch an jenen berühmten Astronomen Deutschlands knüpfte. Nachdem er Göttingen verlassen hatte, ging er auf einige Zeit nach Hamburg und beschäftigte sich daselbst theils mit Unterricht in der Mathematik, theils mit der Uebersetzung von *Carnot*'s Werk: géometrie de position, während er im Uebrigen auf der dortigen Sternwarte, die von dem ältern *Repsold* ihm zur Verfügung gestellt war, eine Reihe von Beobachtungen begann, welche einem neuen Sternkataloge zur Grundlage dienen sollte. Im Jahre 1810 wurde er zum ausserordentlichen Professor an der Universität zu Kopenhagen ernannt, erhielt jedoch die Erlaubniss, einstweilen seine in Hamburg angefangenen Beobachtungen fortsetzen zu dürfen und blieb demnach dort bis 1813, in welchem Jahre ihm die Leitung des Mannheimer Observatoriums angetragen wurde. Die dänische Regierung erlaubte ihm, diesem Rufe zu folgen, unter der Verpflichtung jedoch, in die Heimath zurückzukehren, sobald seine Dienste dort verlangt würden. Bevor er indess sein Amt in Mannheim übernahm, verehelichte er sich, da er nunmehr sichere Ausssichten für die Zukunft gewonnen hatte, mit dem Fräulein *Christine Magdalene v. Schoon*; welche bis zu seinem Tode ihm die treueste und liebevollste Gefährtin gewesen ist.

Der von der dänischen Regierung vorgesehene Fall trat aber schon im Jahre 1815 durch den Tod des Professors *Bugge* ein, und *Schumacher*, nachdem er zum ordentlichen Professor an der Kopenhagener Universität ernannt worden, verliess demnach Mannheim und reiste nach Kopenhagen, wo er sich theils den durch seine Stellung gebotenen Vorlesungen, theils der Bearbeitung der in Mannheim gemachten Beobachtungen unterzog, von welchen letzteren er die Resultate in einer Abhandlung: de latitudine speculae Mannheimensis mittheilte, die im Jahre 1816 als Programm zum Reformationsfeste der Universität erschien.

Indess war *Schumacher*'s Wirksamkeit an der Kopenhagener Universität bekanntlich nur von kurzer Dauer. Da nämlich die Regierung ihm im Jahre 1817 die Ausführung einer den Bogen zwischen Skagen und Lauenburg umfassenden Gradmessung und kurz nachher auch noch die Vollendung der unter Leitung der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften angefangenen topographischen Aufnahme von Schleswig und Holstein übertrug, so veranlassten diese Aufträge, dass er, seiner Geschäfte als Lehrer der Universität einstweilen entbunden, sich in der Folge grösstentheils in Altona aufhalten musste, woselbst auch, wegen seiner geodätischen Arbeiten eine Sternwarte errichtet wurde.

Während nun *Schumacher* theils zur Ausführung der Gradmessung Veranstaltungen traf, theils als Director des neuen Observatoriums dafür Sorge trug, dass solches den Anforderungen der Astronomie möglichst genügen möchte, ward er durch diese Bestrebungen auf ein Unternehmen hingeleitet, welches nicht geringen Einfluss auf jene Wissenschaft ausgeübt hat. Im Jahre 1820 begann er nämlich die Herausgabe astronomischer Ephemeriden und Hülfstafeln nach einem wenn auch nicht ganz neuen, so doch bisher nicht vollständig durchgeführten Plane. Denn wenn bisher derartige Ephemeriden dem Astronomen nur zur Vorbereitung bei anzustellenden Beobachtungen gedient hatten, so empfingen die Ephemeriden *Schumacher*'s eine solche Einrichtung, dass sie zugleich Mittel an die Hand gaben, die Resultate der Beobachtungen mit möglichst geringem Zeitaufwande zu berechnen. Dadurch hatten sie vor den früheren Ephemeriden einen Vorzug, dessen Wichtigkeit auch dem Nicht-Astronomen einleuchten muss, wenn er bedenkt, dass fast jede Observation, bevor sie in der Theorie anwendbar wird, erst einer vorläufigen Berechnung der sogenannten Reduction unterzogen werden muss, und dass die Arbeit, welche demnach zwischen der Beobachtung und ihrer Anwendung liegt, eine so bedeutende ist, dass grössere Beobachtungsreihen mitunter längere Zeit unbenutzt blieben, weil die zu ihrer Reduction erforderlichen Kräfte fehlten. Durch die Herausgabe dieser Ephemeriden, die bis 1829 fortgesetzt wurden, in welchem Jahre das Berliner astronomische Jahrbuch eben das in ihnen enthaltene Princip aufnahm, hat sich *Schumacher* also nicht nur die Ehre erworben, die Initiative zu einer Massregel ergriffen zu haben, die im Allgemeinen von dem glücklichsten Erfolge für die Entwickelung der Astronomie sein muss, sondern ohne Zweifel auch noch um ein Bedeutendes dazu beigetragen, dass diejenigen Resultate, mit welchen der berühmte *Bessel* in der hier gedachten Periode

die Astronomie bereicherte, eine schnellere Aufnahme in derselben fanden.

Hatte *Schumacher* schon durch diese Arbeit gegründeten Anspruch auf die Dankbarkeit der Astronomen gewonnen, so geschah dies in noch höherem Grade, als er ungefähr um dieselbe Zeit seine berühmten Astronomischen Nachrichten herauszugeben begann, von welchen die erste Nummer 1823 erschien. Bei der Gründung dieser Zeitschrift war es die Absicht *Schumacher's*, den Astronomen die Bekanntmachung solcher Observationen und Nachrichten zu erleichtern, die, sei es wegen ihres geringen Umfanges, oder weil sie eine schnellere Mittheilung erforderten, vorzugsweise für ein Journal sich eigneten, dessen einzelne Abschnitte an Grösse das Maass einer gewöhnlichen Zeitung nicht überschritten: eine Idee, welche bekanntlich in der astronomischen Welt so allgemeinen Beifall fand, dass es *Schumacher* nicht nur möglich ward, dieses Journal ohne irgend eine Unterbrechung erscheinen zu lassen, sondern dass er es auch noch erlebte, dasselbe von den Astronomen aller Nationen für ihre Mittheilungen benutzt zu sehen. Lässt sich nun auch dieses für die Astronomie eben so glückliche, als in der Geschichte der Journalistik anerkennenswerthe Resultat zum Theil etwa daraus erklären, dass zur Zeit des ersten Erscheinens jener Zeitschrift sich kein anderes Organ für Mittheilungen der erwähnten Art vorfand, welches derselben eine wesentliche Concurrenz hätte darbieten können, wie auch dadurch, dass dieselben Principien für die practische Astronomie, denen *Schumacher* sich angeschlossen hatte, nachher einen allgemeineren Eingang fanden, so ist es doch eben so gewiss, wie dies auch bei verschiedenen Gelegenheiten und in mehrfacher Weise ist anerkannt worden, dass die persönlichen Eigenschaften *Schumacher's* einen Alles überwiegenden Einfluss in der fraglichen Beziehung ausübten. Während er nämlich sowohl durch den Ueberblick, womit er seine Wissenschaft umfasste, als durch die Leichtigkeit, mit welcher er sich in jeden einzelnen Theil derselben hineinzusetzen wusste, im Stande war, mit Sicherheit die ihm durch die Redaction auferlegte Kritik zu üben, und während ihn sein feines Gefühl stets die angemessenste Form für dieselbe finden liess, erlaubte ihm sein practischer Sinn nie ein bloss negatives Verhalten hinsichtlich der weniger vollkommnen Arbeiten; vielmehr suchte er stets den Mängeln abzuhelfen und überhaupt jede Bestrebung zu fördern, von welcher er glaubte, dass sie, gehörig unterstützt, der Wissenschaft dereinst nützliche Früchte bringen werde.

Es mag diese Eigenschaft seines Characters als diejenige bezeichnet werden, welche über das Verhältniss entschied, in welches er selbst und somit das von ihm herausgegebene Journal zu den Astronomen seiner Zeit trat. Denn der Impuls, welcher von ihm ausging, hatte natürlich nicht nur die Wirkung, seinen „Astronomischen Nachrichten" Arbeiten zuzuwenden, welche ohne solchen Impuls ausgeblieben wären, sondern auch zur Folge, dass er selbst allmälig von den Astronomen als ein Solcher angesehen wurde, an den man sich um Rath und Beistand vorkommenden Falls mit Zuversicht wenden könnte. Und in der That war *Schumacher* ganz der Mann, welcher die Consequenzen eines solchen Verhältnisses auf sich nehmen konnte und wollte; denn nicht nur war ihm selbst ein bedeutendes Gebiet der Wissenschaft so zu eigen, dass sein Rath auch für den erfahrensten Astronomen von Gewicht sein musste, sondern er stand zugleich in enger Verbindung mit mehreren der ersten Astronomen seiner Zeit, z. B. mit *Gauss*, *Olbers* und *Bessel*, wodurch es ihm stets möglich war, auch in Materien, die er selbst hinreichend zu erörtern nicht Gelegenheit gefunden, allemal die nach dem Standpunkte der Wissenschaft bestmöglichen Aufschlüsse zu ertheilen. An dem guten Willen, jeglichen Beistand zu leisten, liess er es nimmer fehlen. Mochte die Hülfe die bei ihm gesucht wurde, sich nur auf die Herbeischaffung einer für irgend eine Untersuchung nöthigen Aufklärung beziehen, oder mochte es sich darum handeln, von einer Regierung oder gelehrten Gesellschaft eine Unterstützung für ein die Astronomie betreffendes Unternehmen auszuwirken, immer durfte, wer sich an *Schumacher* wandte, darauf rechnen, in ihm den bereitwilligsten, schnellsten und zuverlässigsten Vertreter zu finden.

Mit jenem Wohlwollen verband *Schumacher* indess auch andere Eigenschaften, welche vermöge besonderer Umstände einen bedeutenden Einfluss auf die Befestigung und Erweiterung seiner astronomischen Verbindungen erhielten. Die Veranstaltungen, welche für die Gradmessung zu treffen ihm durch die Liberalität der dänischen Regierung vergönnt wurde, waren so grossartig, dass schwerlich Jemand unter den Astronomen, dem die Gelegenheit, sie in Augenschein zu nehmen, sich darbot, dieses unterliess, und wenn nun seine Correspondenten nach Altona kamen, da war wohl kaum Einer, der sich nicht überrascht fühlte, sowohl von dem Reichthum der vorhandenen Apparate, als von der Zweckmässigkeit und dem Geschmack, welcher sich in allen Einrichtungen kund gab. Was aber die Aufmerksamkeit Aller am meisten anzog und fesselte, das war und blieb doch allezeit die Persönlichkeit *Schumacher's* selbst. Wie häufig auch solche Besuche wurden, nicht leicht liess sich *Schumacher* davon abhalten, den Fremden einzuladen, bei ihm zu wohnen, und trotz der Menge der ihm durch einen ausgedehnten Briefwechsel auferlegten Geschäfte, fand er doch immer Zeit, dem Gaste seine Gesellschaft und damit denn auch eine Unterhaltung zu schenken, welche, je

länger genossen, um desto mehr sowohl seine seltenen Geistesgaben, als seine vielseitige Bildung offenbarte und sicherlich auf die Mehrzahl der Vielen, welche die edle Gastfreiheit des *Schumacher*'schen Hauses kennen zu lernen Gelegenheit hatten, den Eindruck gemacht hat, dass, welche Bahn auch immer *Schumacher* sich erkoren haben möchte, er doch stets eine ausgezeichnete Rolle gespielt haben würde. Denn *Schumacher* war nicht bloss der weitberühmte Astronom; — so wie äussere Umstände ihn in der Jugend die juristische Schule durchzugehen veranlassten, so war er durch eigene Neigung verschiedenen andern Feldern des Wissens und der Bildung zugeführt worden. Er war ein gründlicher Kenner der classischen Philologie, wohlbewandert in der neueren Literatur, redete und schrieb die vornehmsten Sprachen mit seltener Leichtigkeit, war ein correcter Zeichner und verband mit diesen und verschiedenen andern Kenntnissen und Geschicklichkeiten einen regen, überall, wo er nur immer auf die Form einwirken konnte, sich geltend machenden Schönheitssinn, welcher seinem Styl Eleganz, seiner Zeichnung Anmuth, seiner Handschrift Zierlichkeit gab, welcher sich nicht nur in seinem Observatorium, sondern auch in seinen häuslichen Einrichtungen, ja fast in jedem Gegenstande offenbarte, dessen er sich im täglichen Leben bediente, — welcher endlich seiner Haltung eine Feinheit und Würde verlieh, die, durch sein kluges Auge und seine scharf ausgeprägten Gesichtszüge erhöhet, unwillkürlich die Vorstellung von einem sowohl durch Vorzüge des Geistes, als durch Lebensstellung ausgezeichneten Manne erweckten. Erwägt man ferner, wie er bei der Betrachtung des Weltgebäudes keineswegs die Menschen aus den Augen verloren hatte, dass er gar wohl wusste, wie man auf die verschiedenartigen Charactere einwirken könnte, und dass bei einer so practischen Natur, wie der seinigen, die Nichtbenutzung dieser Kenntniss nicht wohl möglich war, so wird man verstehen, wie die Anziehungskraft, welche auszuüben ihm gegeben war, weit entfernt, durch die persönliche Bekanntschaft zu erschlaffen, vielmehr, gleich jeder ächten Naturkraft, an Stärke zunahm, je mehr man sich dem Ursprunge derselben näherte.

So wie *Schumacher* durch die oben besprochene Zeitschrift den Astronomen eine bequeme Gelegenheit zu Mittheilungen von geringerem Umfange verschaffte, so suchte er ihnen auch die Bekanntmachung grösserer Arbeiten durch die Herausgabe seiner „Astronomischen Abhandlungen“ zu erleichtern, von welchem Werke freilich nur drei, aber inhaltsreiche Hefte erschienen. Im Uebrigen gab er noch zwei periodische Werke heraus, nämlich von 1822—1838 nautische Ephemeriden, und von 1836—1844 sein „Astronomisches Jahrbuch“, welches zunächst darauf berechnet war, mittelst einer populären Darstellung astronomische Kenntnisse in einem weiteren Kreise zu verbreiten, jedoch auch mehrere Mittheilungen enthielt, die selbst für den eigentlichen Astronomen von Interesse waren. Ausser diesen Werken publicirte er um 1825: Journal of observations made at Helgoland, welches eine von *Hansen* ausgeführte Bestimmung der geographischen Lage dieser Insel enthält, und um 1827, als Beglückwünschungsschrift zum funfzigjährigen Jubiläum des damaligen Staatsministers *Malling*, die Abhandlung: de latitudine speculae Havniensis, in welcher er zugleich einige von seinen eigenen, auf jene Bestimmung bezüglichen Beobachtungen mittheilte. Endlich gab er im Jahre 1842: Observationes cometae anni 1585 Uraniburgi habitae, heraus.

In Betreff seiner practischen Arbeiten ist zu bemerken, dass er auf Veranlassung beabsichtigter Aenderungen des dänischen Maass- und Gewichtsystems sich viel mit einer Vergleichung der wichtigsten gesetzlichen Gewichtseinheiten beschäftigt hat, worüber Einiges in den Philos. Transact. für das Jahr 1836 und im Jahresberichte für 1837—1839 der hamburgischen Gesellschaft zur Verbreitung mathematischer Kenntnisse mitgetheilt ist, — so wie auch, dass er um's Jahr 1830 auf dem Gute Gyldenstein in Holstein eine Bestimmung der Länge des Secundenpendels vorgenommen hat, wovon die Resultate zum Druck fertig vorliegen. Wichtiger, als jene Untersuchungen sind indess seine geodätischen Arbeiten, die, wenn sie auch nicht in dem Umfange beendigt werden konnten, als er es anfangs selbst gehofft hatte, ihm nichts desto weniger Gelegenheit gaben, sich um die Geodäsie wesentliche Verdienste zu erwerben. So ist es unser *Schumacher* dem die Ehre gebührt, zuerst ein Beispiel von der chronometrischen Bestimmung des Längenunterschiedes zweier Observatorien gegeben zu haben, wodurch der früher obwaltende Zweifel über die Hinlänglichkeit dieser Methode in Fällen, wo man zu der grösstmöglichen Genauigkeit zu gelangen wünscht, beseitigt wurde. Seine Ausmessung der Basis der Gradmessung, über welche er in der Schrift: Schreiben an Herrn Dr. *Olbers*, 1821, einen detaillirten Bericht gegeben hat, war ein Meisterwerk, welches nicht nur wegen des Sinnreichen der angewandten Methoden sogleich von Sachkundigen bewundert wurde, sondern sich auch hinsichtlich der wirklich erreichten Genauigkeit später in seltener Weise bewährt hat. Denn nachdem durch die hannoversche Gradmessung von *Gauss* und durch die an diese angeknüpfte churhessische Triangulirung von *Gerling*, der Uebergang von der holsteinischen Basis bis an die bairischen Dreiecke und dadurch bis an die

bairische Basis bei München vermittelt war, stellte sich eine fast vollkommene Uebereinstimmung heraus. *)

Was die Bestimmung der bei geodätischen Operationen vorkommenden horizontalen Winkel anlangt, so ist es ebenfalls *Schumacher*, dem die Ehre gebührt, die Construction eines Apparates angegeben zu haben, welchen *Bessel* für so vorzüglich hielt, dass er bei der preussischen Gradmessung dieses Instrument zur Bestimmung der wichtigsten Winkel benutzte.

Erwägt man, dass der Zweck jener Gradmessung die Bestimmung des Achsenverhältnisses der Erde war, so hat *Schumacher* in seiner Eigenschaft als Director der dänischen Gradmessung, wiewohl er, dem ursprünglichen Plane zuwider, nicht die ganze Operation vollendete, sich doch das Verdienst erworben, einen so grossen Theil derselben, nämlich den Bogen zwischen Lauenburg und Lyssabel, ausgeführt zu haben, dass nach dem Dafürhalten *Bessel's* die dänische Gradmessung in der That einen werthvollen Beitrag zu derjenigen Bestimmung der Erdfigur geliefert hat, welche jetzt, nach der von jenem Astronomen über die Resultate sämmtlicher Gradmessungen angestellten Untersuchung sich als die wahrscheinlichste ergeben hat. Endlich haben die unter der Leitung *Schumacher's* vorgenommenen topographischen Ausmessungen einen Beitrag zur Topographie Holsteins geliefert, welcher bisher freilich grösstentheils unbenutzt blieb, dennoch aber, wenn es sich fragt, was *Schumacher* als Geodät geleistet hat, um so weniger mit Stillschweigen übergangen werden darf, als es eben diese Arbeiten sind, welche aller Wahrscheinlichkeit nach Veranlassung gegeben haben, dass die eigentliche Gradmessung nicht den anfangs beabsichtigten Umfang erhielt. Als nämlich *Schumacher* bald nachdem die Gradmessung ihren Anfang genommen hatte, den Auftrag erhielt, Karten über Schleswig und Holstein auszuarbeiten, scheint es, als ob er sich durch das Streben, auch in dieser Arbeit eine ungewöhnliche Genauigkeit zu erreichen, verleiten liess, die topographischen Ausmessungen nach einem Plane anzuordnen, der zu gross war, um ihm zu gleicher Zeit die Fortsetzung der Gradmessung zu erlauben. Die dahin gehörenden Arbeiten wurden also vor der Hand eingestellt und zwar bis zum Jahre 1837, wo auf Seeland der Anfang mit dem Aufnehmen eines Dreiecknetzes zur Verbindung der preussischen und schwedischen mit der dänischen Gradmessung gemacht wurde; einige Jahre später übernahm der Generalstab der Armee die Leitung des Kartenwesens für das ganze Land.

*) Gezeigt hat sich dies in folgender Gestalt. Eine Dreieckseite an der südlichen Grenze des hessischen Dreiecksystems, die Taufstein-Ober-Reisig, ist vermittelst der hannoverschen und hessischen Dreiecke aus der holsteinischen Basis zu 10072,686 preussischen Ruthen berechnet, während dieselbe Seite, die auch dem bairischen Dreiecksystem angehört, sich aus der münchener Basis = 10072,684 preuss. Ruthen ergeben hat. Näheres hierüber findet man in *Gerling's* Beiträgen zur Geographie Kurhessens, Heft 2. S. 225, so wie ausführliche Nachrichten über die bairische Basis-Messung in der Monatlichen Correspondenz Band 6. S. 36 u. f.

Schumacher nahm jetzt zwar die Gradmessung wieder auf; wenn er aber auch noch sein früheres Interesse für dieses Unternehmen bewahrt hatte, was doch wohl zweifelhaft sein dürfte, so hatten sich die Umstände in einer Weise verändert, die der Sache eben keinen schnellen Fortgang versprach. Denn *Schumacher* war nun nicht allein älter und schwächlicher, sondern auch wegen der Redaction der Astronomischen Nachrichten weit mehr mit Geschäften überhäuft, als früher, und wenn ihn auch einerseits die Uebernahme des Kartenwesens von Seiten des Generalstabes eines schweren Auftrages enthob, so führte auf der andern Seite die grössere Sparsamkeit, die von jetzt an in der dänischen Finanzverwaltung sich geltend machte, bedeutende Beschränkungen hinsichtlich der zu seiner Verfügung gestellten Mittel herbei. Diese Beschränkungen mochten schon an sich einen Mann unangenehm berühren, der sein ganzes Leben hindurch gewohnt war, eine unbegrenzte Liberalität bei der Regierung vorzufinden; sie werden aber um so herabstimmender auf ihn gewirkt haben, da sie in einer Periode seines Lebens Statt fanden, wo Alles um ihn her ein trüberes Ansehen zu gewinnen anfing. Seine älteren Freunde schieden allmälig aus dem Leben: *Olbers* im Jahre 1840, *Bessel* einige Jahre später. Sogar in seine Familie drang der Tod ein und entriss ihm den ältesten Sohn; er selber wurde mehrmals von gefährlichen und langwierigen Krankheiten heimgesucht. Dann kam das Jahr 1848, dessen Bewegungen nicht nur seine Arbeiten völlig unterbrachen, sondern auch ihn selbst in eine höchst schwierige Lage versetzten. *Schumacher* verhielt sich jenen Bewegungen gegenüber mit der Würde, die von einem Manne zu erwarten war, welcher, den einem hellen Geiste natürlichen Widerwillen gegen jede gewaltsame Veränderung der bestehenden Verhältnisse empfindend, nicht weniger lebhaft der Wohlthaten gedachte, welche er in bessern Tagen von zwei dänischen Königen empfangen hatte; aber er ward tief erschüttert, und als endlich die Zeit herankam, die der Verwirrung ein Ziel zu setzen bestimmt schien, da war auch seine Kraft erschöpft und er sank auf das Krankenlager nieder, auf welchem er unter vielen Leiden, aber fast bis auf den letzten Augenblick die alte Klarheit des Geistes bewahrend, am 28sten December 1850 seine irdische Laufbahn beschloss

So wie das Leben *Schumacher's* reich gewesen ist an Thätigkeit, so auch an allen den Ehrenbezeugungen, wodurch die Mitwelt ihre Anerkennung seiner Wirksamkeit bethätigen konnte. Vom Könige *Friedrich dem Sechsten* um's Jahr 1811 in den Dannebrogsorden aufgenommen, wurde er durch die königliche Gnade stets höher emporgehoben, bis er um 1847 vom Könige *Christian dem Achten* zum Grosskreuz vom Dannebrog ernannt wurde; ausserdem empfing er noch von verschiedenen fremden Regierungen ehrenvolle, zur Belohnung seltener wissenschaftlicher Verdienste bestimmte Auszeichnungen. Auch die Gelehrtenwelt wetteiferte, ihm ihre Hochachtung zu bezeugen; nach und nach war er von allen bedeutenden Academien und wissenschaftlichen Gesellschaften Mitglied geworden.

Aber *Schumacher's* Leben muss auch an jener innern Befriedigung reich gewesen sein, welche ihm die eigenthümliche Beschaffenheit seiner Wirksamkeit bereiten musste. Er, der stets unermüdlich war, wo sich ihm nur irgend Gelegenheit darbot, anregend, ermunternd und belehrend zu wirken, erlebte es, seine Schüler: *Hansen, Clausen, Peters, A. C. Petersen* allmälig eine ausgezeichnete Stelle im Kreise der Astronomen einnehmen zu sehen. Dem Triebe seiner überhaupt wohlwollenden, zur Unterstützung und Förderung eines gewissenhaften Strebens immer geneigten Natur auch in den wissenschaftlichen Verhältnissen sich hingebend, opferte er denjenigen, die mit ihm zusammen die astronomische Bahn wandelten, eine Zeit, welche auch auf andere Art für die Wissenschaft fruchtbringend zu machen es ihm sicherlich nicht an Mitteln gefehlt haben würde, und sie lohnten ihm mit einer Hochachtung und Ergebenheit, die ihn hinlänglich überzeugen musste, dass sie den Werth des von ihm gebrachten Opfers zu würdigen wussten.

Wie hoch die Verehrung *Schumacher's* von Seiten der Astronomen war, geht aus der letzten, vielleicht aber auch bedeutungsvollsten Huldigung hervor, die er in seinem an Ehrenbezeugungen jeder Art so reichen Leben zu empfangen Gelegenheit hatte, aus der nämlich, welche ihm zu Theil wurde, da er, am Ziele seiner Laufbahn angelangt, von den politischen Ereignissen bedroht schien und die Ersten der Wissenschaft an die Machthaber die Bitte ergehen liessen, der stillen Thätigkeit des Greises den nöthig geglaubten Schutz zu gewähren. Noch einmal sprach sich das nämliche Gefühl mit nicht geringerer Stärke aus, aber er vernahm es nicht mehr. Es war damals, als die Botschaft von seinem Tode sich allmälig verbreitete, und selbst zu den fernsten Gegenden dringend, überall einen Verlust ankündigte, für welchen Keiner von denen, die mit ihm in Verbindung standen, einen Ersatz zu finden erwartet.

Register.

C.

D.

E.

F.

G.

H.

U.

V.

W.

Berichtigungen zu Band XXXVI.

Pag. 69 Zeile 18 v. u. lese $8^h 32^m 23^s$ $+19°30'$ statt $8^h 34^m 15^s$ $+19°35'$

„ — „ 18 „ „ 8 35 15 +19 20 „ 8 37 7 +19 25

„ 71 „ 9 „ „ —20″8 +6″6 „ +1″0 +6″7

„ — „ 8 „ „ —24,6 +7,1 „ —2,4 +7,3

„ 81 „ 22 „ „ 37°43′29″85 „ 37°42′9″3

„ 122 „ 19 „ „ „14. Juli und 16. Sept.“ statt „14. und 16. Sept.“

„ 147 finden sich die Berichtigung des Ortes eines in Nr. 831 erwähnten Sterns.

„ 179 Zeile 11 v. o. lese „solide que la roche“ statt „solide qui la roche“.

„ 252 „ 5 v. u. „ N.P.D. 70°17′16″4 „ 70°3′52″6.

„ 343 „ 19 v. o. „ Krüger statt Kröger.